

特別研究報告書

変動する伝送遅延の下での
Go-back-N プロトコルの性能解析

指導教官

福嶋 雅夫 教授

滝根 哲哉 助教授

京都大学工学部情報学科

数理工学コース

平成 10 年度入学

平成 14 年度卒業

浅原 大輔

平成 14 年 1 月 31 日提出

摘要

パケットネットワークでは、送出されたパケットが受信側に届くまでにパケット損や伝送誤りが生じる可能性がある。受信側においてパケット損や伝送誤りを起こしたパケットが検出されると、受信側から ARQ (Automatic Repeat reQuest) プロトコルに従い再送要求が送出され、送信側は再送要求を受け取ると、そのパケットの再送を行うことになる。本報告では代表的な ARQ プロトコルである Go-back-N プロトコルについて考察した。

Go-back-N プロトコルの概要は以下の通りである。送信側は一定間隔毎にパケットを番号順に送信する。受信側は伝送誤りのないパケットを正しい番号順で受信する毎に、送信側にそのことを知らせる送達確認情報 (ACK: Acknowledgement) を送信する。一方、パケット損によってパケットを番号順に受信できなかった場合、あるいは、受信パケットに誤りが検出された場合は、送信側にそのパケットの再送を要求する。さらに、再送要求を行ったパケットが正しく受信されるまで、それ以降の番号をもつパケットは正確に受信できたか否かに関わらず全て棄却し、ACK は返さない。一方、送信側が再送要求を受信した場合、再送要求のあった番号のパケットから順に再送する。また、あるパケットを送信してから予め定められた一定時間内に受信側から ACK も再送要求も受信しなかった場合、そのパケットから番号順に再送する。

一般に、ARQ プロトコルのスループット特性は、パケット損率、伝送誤り率ならびに送信側がパケットを送出してからそのパケットに対する ACK を受信するまでにかかる往復伝送遅延に依存して定まる。ここで、往復伝送遅延は信号が送信側から受信側へ到達し、受信側から送出された ACK が送信側へ到達するのに必要な往復伝播遅延と、中継ルータ内での送信待ち時間に対応する遅延に分解できる。このうち、送信待ちに起因する遅延はネットワークの状況によって変動するため、この変動がプロトコルのスループット特性に対して影響を及ぼすことが予想される。しかし、往復伝送遅延の変動と ARQ プロトコルのスループット特性の関係について論じた研究は今までほとんど行われていない。

本報告では、Go-back-N プロトコルにおいて、伝送誤りが起こる確率が十分小さく、再送はパケット損によってのみ起こるという仮定の下で、往復伝送遅延の変動がスループット特性に与える影響について考察した。まず、往復伝送遅延の変動をマルコフ連鎖を用いて表現し、Go-back-N プロトコルの振舞いをモデル化した。次に、マルコフ連鎖の解析を行い、Go-back-N プロトコルのスループットを算出した。さらに解析結果に基づき、様々な往復伝送遅延の変動状況やパケット損の発生状況の下で、数値実験を行った。その結果、往復伝送遅延に変動がある場合は、変動がない場合と比較してスループットが高くなる事が明らかになった。

目次

1	序論	1
2	Go-back-N の原理	1
3	スループットの解析	2
3.1	数学的モデル化	2
3.2	伝送遅延に関する制約条件	3
3.3	遷移確率行列	4
3.4	定常状態確率ベクトル	5
4	パケットの平均成功間隔 R の解析	5
4.1	再帰式の導出	6
4.2	再帰式の整理	7
5	数値実験	10
5.1	遷移確率行列 T のモデル	10
5.2	伝送遅延の変動がスループットに与える影響	10
6	結論	12

1 序論

一般に、データをパケットネットワークを經由して転送する際には、転送されるデータは複数のパケットに分割された上、ネットワーク上へ送り出されることになる。パケットネットワークでは、送出されたパケットは受信側に届くまでにパケット損や伝送誤りが生じる可能性がある。受信側においてパケット損や伝送誤りを起こしたパケットが検出されると、ARQ (Automatic Repeat reQuest) プロトコルに従い、受信側から再送要求が出される。送信側は再送要求を受け取ると、要求されたパケットの再送を行うことになる。本報告ではそうした ARQ 方式のなかでも代表的な Go-back-N プロトコルについて考察する [1, 2, 3, 4, 5].

Go-back-N プロトコルの概要は以下の通りである [4]. 送信側は一定間隔毎にパケットを番号順に送信する。受信側は伝送誤りのないパケットを正しい番号順で受信する毎に、送信側に正しい順序でパケットを知らせる送達確認情報 (ACK: Acknowledgement) を送信する。パケット損によってパケットが番号順に受信できなかった場合、あるいは、受信パケットに誤りが検出された場合は、送信側に正しく受信できなかったパケットの再送を要求する。さらに、再送要求を行ったパケットが正しく受信されるまでは、それ以降の番号をもつパケットは正確に受信できたか否かに関わらず全て棄却し、ACK は返さない。一方、送信側は再送要求を受信した場合、再送要求のあった番号のパケットから順に再送する。また、あるパケットを送信してから予め定められた一定時間内に受信側から ACK および再送要求を受信しなかった場合も、そのパケットから番号順に再送する。以上が Go-back-N のプロトコルである。

一般に、ARQ プロトコルのスループット特性は、パケット損率、伝送誤り率ならびに送信側がパケットを送出してからそのパケットに対する ACK を受信するまでにかかる往復伝送遅延に依存して定まる [1]. ここで、往復伝送遅延は信号が送信側から受信側へ到達し、受信側から送出された ACK が送信側へ到達するのに必要な往復伝播遅延と、中継ルータ内での送信待ち時間に対応する遅延に分解できる。このうち、送信待ちに起因する遅延はネットワークの状況によって変動するため、この変動がプロトコルのスループット特性に対して影響を及ぼすことが予想される。しかし、往復伝送遅延の変動と ARQ プロトコルのスループット特性の関係について論じた研究は今までほとんど行われていない。

そこで本報告では、Go-back-N プロトコルにおいて伝送遅延の変動がスループット特性に与える影響について考察する。Go-back-N プロトコルにおいて伝送誤りが起こる確率が十分小さく、再送はパケット損によってのみ起こるという仮定の下で、まず、伝送遅延の変動をマルコフ連鎖を用いて表現し、Go-back-N プロトコルの振舞いをモデル化する。次に、マルコフ連鎖の解析を行い、Go-back-N プロトコルのスループットを算出する。さらに解析結果に基づき、様々な伝送遅延の変動状況やパケット損の発生状況の下で、数値実験を行う。その結果、伝送遅延に変動がある場合は、変動がない場合と比較してスループット特性がどのように変化するか、またパケット損の発生確率が増加するにつれて、スループット特性にどのような影響が現われるかを調べる。

2 Go-back-N の原理

Go-back-N は元来、通信衛星で情報を送るときの手段として使われていた [4]. その基本原理は、次のようになっている。膨大な量の情報を A 地点から B 地点まで送る場合を考える。このとき、情報は分割され A 地点から衛星を經由して B 地点まで絶え間なく送り続けられる。B 地点では、分割された情報を受け取るとただちに、A 地点に対して受け取ったという確認の信号を返し、受け取っていない情報があれば届いていないと信号を返す。A 地点では、B 地点での受信に失敗した情報が

あれば, B 地点に対し, その情報を再送するように要求を出す. 以上のような方式で情報を伝送していた.

現在では Go-back-N は, ネットワークで利用されている [2][3]. 一般に, データをパケットネットワークを経由して転送する際には, 転送されるデータは複数のパケットに分割された上, ネットワーク上へ送り出されることになる. パケットネットワークでは, 送出されたパケットは受信側に届くまでにパケット損や伝送誤りが生じる可能性がある.

ネットワークを利用する場合, 送信側は一定間隔毎にパケットを番号順に送信する. 受信側は伝送誤りのないパケットを正しい番号順で受信する毎に, 送信側にそのことを知らせる送達確認情報 (ACK: Acknowledgement) を送信する. 一方, パケット損によってパケットが番号順に受信できなかった場合, あるいは, 受信パケットに誤りが検出された場合は, 送信側にそのパケットの再送を要求する. さらに, 再送要求を行ったパケットが正しく受信されるまで, それ以降の番号をもつパケットは正確に受信できたか否かに関わらず全て棄却し, ACK は返さない. 一方, 送信側が再送要求を受信した場合, 再送要求のあった番号のパケットから順に再送する. また, あるパケットを送信してから予め定められた一定時間内に受信側から ACK も再送要求も受信しなかった場合, そのパケットから番号順に再送する. 以上の方式で, ネットワークでデータの転送を行う.

3 スループットの解析

本節では, Go-back-N プロトコルのもとでのパケット伝送におけるスループットについて解析を行う. スループットは, 1 個のパケットを送るのに必要な平均時間の逆数をとることで得られるため, 以下では, ある番号のパケットが受信側に届いてから次の番号のパケットが受信側に届くまでの平均時間を解析する.

3.1 数学的モデル化

パケット長および, 送信間隔は一定とする. また送信するパケットにはそれぞれ固有の番号が 1 から順に割り当てられているものとし, 送信側は, その番号順にパケットを送信する. 以下では, 番号 i ($i = 1, 2, \dots$) が割り当てられたパケットをパケット i と呼ぶことにする. さらに, 受信側から再送要求があったとき, もしくはあるパケット i を送信した後ある決められた一定時間 (タイムアウト時間) T_{out} 内に受信側からパケット i に対する再送要求, あるいは ACK がないうち, パケット n ($n = i, i + 1, \dots$) を順に送信し直す.

一方受信側では, 正しい順序で受信できたパケット 1 つ 1 つに対して ACK を送信側に送る. 受信したパケットの番号が飛ばされている場合, 例えばパケット $n - 1$ の次にパケット $n + 1$ を受信した場合, 受信側は送信側に対してパケット n の再送要求を送り, パケット n を正しい順序で受信するまでは, パケット m ($m = n + 1, n + 2, \dots$) は全て棄却する. また, 再送要求は 1 回しか行わず, パケット n を正しい順序で受信したときにはじめて ACK を送る. また ACK は, 必ず一定時間で送信側に届くものと仮定する.

送信側がパケットを送出してからそのパケットに対する ACK を受信するまでにかかる往復伝送遅延は信号が送信側から受信側へ到達し, 受信側から送出された ACK が送信側へ到達するのに必要な往復伝播遅延と, 中継ルータ内での送信待ち時間に対応する遅延に分解できる. このうち, 送信待ちに起因する遅延は, 中継ルータのバッファ容量が有限であるため, 最大値がある. またパケット損となったパケットの送信待ちに起因する遅延は無限大と定義しておく.

3.2 伝送遅延に関する制約条件

はじめに, 1パケットの送信時間を1 (一定) と定義し, 次のように各要素を定義する. T を1送信間隔 (あるパケットの送信を終えてから次のパケットの送信を終えるまでの時間) とし, $[tT, (t+1)T)$ (ただし t は整数) を t 番目のスロットとよぶ. 往復伝播遅延を D_0 (整数値), 中継ルータ内での送信待ち時間に対応する遅延の最大値を D_{\max} (整数値) とする. あるパケットの送信が成功した場合, それより後に送信したパケットの方が先に受信側に届く事はないものとする. このため, 伝送遅延に関する制約条件が存在する. そこで, 送信に成功したパケットの伝送遅延が, その送信終了時から, その後に送信するパケットの伝送遅延に制約を持つ最大時間を求める. 今, その最大時間を N^*T (ただし N^* は整数) とおく.

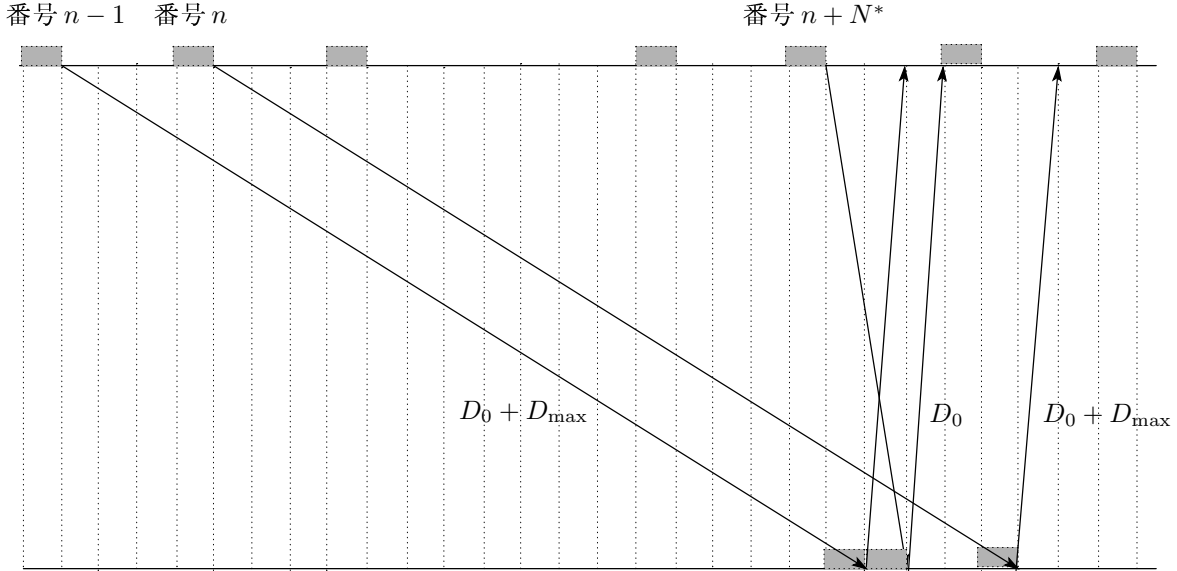


図 1: $D_0 + D_{\max}$ と N^*T の関係

図1は, パケット番号 $n-1, n$ の往復伝送遅延が最大値 $D_0 + D_{\max}$ であったとき, パケット番号 n の往復伝送遅延は N^*T 後に送信されたパケット番号 $n+N^*$ の往復伝送遅延に制約を持ち, パケット番号 $n-1$ の往復伝送遅延はパケット番号 $n+N^*$ の往復伝送遅延には影響を及ぼさない状況を示している. 図1より, $D_0 + D_{\max} < (N^* + 1)T + D_0$ である. よって, N^* は, $D_{\max} < (N^* + 1)T$ を満たす最小の N^* となる.

次に $X(t)$ を次のように定める. 時刻 tT に送信したパケットが受信側に届いたときは $X(t) = 1$ とする. 時刻 $\{t - (k - 1)\}T$ ($k = 2, \dots, N^*$) に送信したパケットが受信側に届き, そのあと $(t - i)T$ ($i = 0, \dots, k - 2$) に送信したパケットが全てパケット損となったときは $X(t) = k$ とする. 時刻 $\{t - (k - 1)\}T$ ($k = 1, \dots, N^*$) に送信したパケットが全てパケット損となったときは $X(t) = \emptyset$ とする.

また $D(t)$ を次のように定める. $X(t) \neq \emptyset$ のときは $D(t) =$ (時刻 $\{t - (X(t) - 1)\}T$ のパケットの遅延) とし $X(t) = \emptyset$ のときは $D(t) = \emptyset$ とする.

以上のように $(X(t), D(t))$ を定義することにより, $(X(t+1), D(t+1))$ は $(X(t), D(t))$ に依存することがわかる.

ここで伝送遅延に関するモデルの条件を満たす $(X(t+1), D(t+1))$ について調べる.

$$\Pr\left((X(t+1), D(t+1)) = (x_{t+1}, d_{t+1}) \mid (X(t), D(t)) = (x_t, d_t)\right) > 0$$

となるのは, $x_t = \emptyset$ のとき

$$x_{t+1} = \begin{cases} \emptyset, & d_{t+1} = \emptyset \\ 1, & d_{t+1} \in \{0, 1, 2, \dots, D_{\max}\} \end{cases}$$

$x_t = 1, 2, \dots, N^* - 1$ のとき

$$x_{t+1} = \begin{cases} x_t + 1, & d_{t+1} = d_t \\ 1, & d_{t+1} \in \{d_t - x_t T + 1, d_t - x_t T + 2, \dots, D_{\max}\} \end{cases}$$

$x_t = N^*$ のとき

$$x_{t+1} = \begin{cases} \emptyset, & d_{t+1} = \emptyset \\ 1, & d_{t+1} \in \{d_t - N^* T + 1, d_t - N^* T + 2, \dots, D_{\max}\} \end{cases}$$

を満たす場合のみである.

以下, $(X(t+1), D(t+1))$ をマルコフ連鎖でモデル化する.

3.3 遷移確率行列

$(X(t), D(t))$ はマルコフ性

$$\begin{aligned} & \Pr\left((X(t+1), D(t+1)) \mid (X(t), D(t)), (X(t-1), D(t-1)) \dots (X(0), D(0))\right) \\ &= \Pr\left((X(t+1), D(t+1)) \mid (X(t), D(t))\right) \end{aligned}$$

を満たしていると仮定する. このとき, $(X(t), D(t))$ がマルコフ連鎖になる. ここで, $(X(t), D(t))$ の状態を辞書式順序で並べる. 即ち,

$$(1, 0), \dots, (1, D_{\max}), (2, 0), \dots, (2, D_{\max}), \dots, (N^*, 0), \dots, (N^*, D_{\max}), \emptyset$$

と並べる. このとき, マルコフ連鎖の遷移確率行列は以下のようにになる.

$$\text{遷移確率行列 } \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & & & & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{A}_2 & & \mathbf{B}_2 & & & \\ & & \mathbf{A}_3 & & & & \\ & & \vdots & & & \ddots & \\ & & & & & & \mathbf{B}_{N^*-1} \\ \mathbf{A}_{N^*-1} & & & & & & \\ \mathbf{A}_{N^*} & & & & & & \mathbf{b}_{N^*} \\ \mathbf{a}_\emptyset & \mathbf{0} & & & & & b_\emptyset \end{pmatrix}$$

ただし, \mathbf{T} は, $(N^*(D_{\max} + 1) + 1) \times (N^*(D_{\max} + 1) + 1)$ 行列, \mathbf{A}_n ($n = 1, 2, \dots, N^*$) は $(D_{\max} + 1) \times (D_{\max} + 1)$ の正方行列, \mathbf{B}_n ($n = 1, 2, \dots, N^* - 1$) は $(D_{\max} + 1) \times (D_{\max} + 1)$ の正方行列, \mathbf{a}_\emptyset は $1 \times (D_{\max} + 1)$ ベクトル, \mathbf{b}_{N^*} は $(D_{\max} + 1) \times 1$ ベクトルである.

3.4 定常状態確率ベクトル

遷移確率行列 \mathbf{T} の定常状態を求める。定常状態確率ベクトルを $\boldsymbol{\pi} = (\boldsymbol{\pi}_1, \boldsymbol{\pi}_2, \dots, \boldsymbol{\pi}_{N^*}, \pi_\emptyset)$ とする。ただし、 $\boldsymbol{\pi}_i = (\pi_{(i,0)}, \pi_{(i,1)}, \dots, \pi_{(i,D_{\max})})$ である。 $\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1)^T$ とすると、定常状態確率ベクトルは、

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}\mathbf{T}, \quad \sum_{i=1}^{N^*} \boldsymbol{\pi}_i \mathbf{e} + \pi_\emptyset = 1$$

を満たす。要素毎に書き下せば、

$$\boldsymbol{\pi}_1 = \sum_{i=1}^{N^*} \boldsymbol{\pi}_i \mathbf{A}_i + \pi_\emptyset \mathbf{a}_\emptyset \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\pi}_i = \boldsymbol{\pi}_{i-1} \mathbf{B}_{i-1} \quad i = 2, 3, \dots, N^* \quad (2)$$

$$\pi_\emptyset = \boldsymbol{\pi}_{N^*} \mathbf{b}_{N^*} + \pi_\emptyset b_\emptyset \quad (3)$$

が得られる。(2) より

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}_i &= \boldsymbol{\pi}_{i-1} \mathbf{B}_{i-1} \quad i = 2, 3, \dots, N^* \\ &= \boldsymbol{\pi}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \cdots \mathbf{B}_{i-1} \end{aligned} \quad (4)$$

また (3) と (4) より

$$\begin{aligned} \pi_\emptyset &= \frac{1}{1 - b_\emptyset} \boldsymbol{\pi}_{N^*} \mathbf{b}_{N^*} \\ &= \frac{1}{1 - b_\emptyset} \boldsymbol{\pi}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \cdots \mathbf{B}_{N^*-1} \mathbf{b}_{N^*} \end{aligned} \quad (5)$$

これより、 $\boldsymbol{\pi}_1$ が得られれば、順次 $\boldsymbol{\pi}_i$ は式 (4) と式 (5) を用いて計算できる。したがって、以下では $\boldsymbol{\pi}_1$ について考える。式 (1), (4) 及び (5) より

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}_1 &= \sum_{i=1}^{N^*} \boldsymbol{\pi}_i \mathbf{A}_i + \pi_\emptyset \mathbf{a}_\emptyset \\ &= \boldsymbol{\pi}_1 \left(\sum_{i=1}^{N^*} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \cdots \mathbf{B}_{i-1} \mathbf{A}_i + \frac{1}{1 - b_\emptyset} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \cdots \mathbf{B}_{N^*-1} \mathbf{b}_{N^*} \mathbf{a}_\emptyset \right) \end{aligned}$$

を得る。そこで $\boldsymbol{\pi}_1$ を式 (6) を満たすように定め、順次 $\boldsymbol{\pi}_i$ を式 (4) と式 (5) より計算し、確率の総和が 1 となるように正規化すると定常状態確率を求めることが出来る。

4 パケットの平均成功間隔 R の解析

定常状態において、受信側に受理されたある番号のパケットの送信時点から、その次の番号のパケット送信が成功するまでの平均間隔 R を求める。 $r_{(i,j)}, r_\emptyset$ をそれぞれ、状態 (i, j) , 状態 \emptyset の時点と、その時点で送信した番号のパケット送信が成功した時点の平均間隔とし、 $\mathbf{r}_n = (r_{(n,0)}, r_{(n,1)}, \dots, r_{(n,D_{\max})})^T$ とする。

R は受信側に受理されたある番号のパケットの送信時点から、その次の番号のパケットを送信するまでの間隔 T と、そのときのパケット送信が失敗した場合にはさらに \mathbf{r}_2 を加えた値となっている。従って次のように求めることが出来る。

$$R = \frac{\boldsymbol{\pi}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{r}_2}{\boldsymbol{\pi}_1 (\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1) \mathbf{e}} + T$$

以下, R を計算するために, \mathbf{r}_2 を求める.

4.1 再帰式の導出

\mathbf{r}_2 を求めるために, $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N^*}, r_0$ についての再帰式を導出する. $\mathbf{r}_1 = \mathbf{0}$ であるので, $n = 2, 3, \dots, N^*$ に対する \mathbf{r}_n, r_0 を求める.

パケット送信が失敗した場合, 次にパケットを送信できる可能性がある時点は, 再送要求が帰ってきた次のスロットか, タイムアウトになり再送する時点のどちらかである.

まず定常状態 π_n から $m - n$ スロット後にパケット送信が伝送遅延 $D_0 + j_m$ で成功し, タイムアウトまでに, 再送要求帰ってきた場合を考える. ここで,

$$K = \left\lceil \frac{T_{\text{out}}}{T} \right\rceil, \quad L_j = \left\lceil \frac{D_0 + j}{T} \right\rceil$$

と定義すると, 送信側はタイムアウトまでに再送要求を受信するので, $m - n + L_j < K$ を満たす. このときの j_m の集合を $S_{(m,n)} = \{j \in \{0, 1, 2, \dots, D_{\max}\} \mid m + L_j - K - n < 0\}$ とする.

ここで, \mathbf{e}_j をその $j + 1$ 番目成分が 1 であるような $(D_{\max} + 1) \times 1$ 単位ベクトルとする. また, $\mathbf{t}_{(1,j)}$ を遷移確率 \mathbf{T} の第 $(j + 1)$ 行目を表す $1 \times (N^*(D_{\max} + 1) + 1)$ ベクトルとする. 再送時点できりうる状態は, 定常状態 π_n から $m - n$ スロット目に初めて送信に成功し, それから $L_{j_m} + 1$ スロット後の状態であるから, 再送時点できりうる状態を示す遷移確率行列は

$$\mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{L_{j_m}}$$

となる.

次に, タイムアウトになり再送が行われる場合を考える. 定常状態 π_n から $m - n$ スロット後にパケット送信が伝送遅延 j_m で成功したが, 定常状態 π_n からタイムアウトになるまでに再送要求帰ってこなかった場合 (Case A) と, タイムアウトまで送信が失敗し続けた場合 (Case B) がある.

まず Case A について考察する. 再送時点できりうる状態は, 定常状態 π_n から $m - n$ スロット目に初めて送信に成功し, それから $K - (m - n)$ スロット後の状態である. また, j_m のとりうる範囲は, タイムアウトまでに再送要求を受信するので, $m - n + L_j \geq K$ を満たす. このときの j_m の集合を $\bar{S}_{(m,n)} = \{j \in \{0, 1, 2, \dots, D_{\max}\} \mid m - n + L_j \geq K\}$ とする. したがって, Case A におけるタイムアウトによる再送時点での状態を示す遷移確率行列は,

$$\mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{K-(m-n)}$$

となる. 次に, Case B について考察する. このとき, 再送時点での状態は $K - 1$ スロット連続で失敗したあとの K スロット目の状態であるので, Case B におけるタイムアウトによる再送時点での状態を示す遷移確率行列は,

$$\mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{n+K-1} \mathbf{T}_{n+K}$$

となる.

次に, \mathbf{r}_n を考察する. まず, \mathbf{t}_0 を

$$\mathbf{t}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_0 & 0 & \cdots & 0 & b_0 \end{pmatrix}$$

となるような $1 \times (N^*(D_{\max} + 1) + 1)$ ベクトルとする. また $\mathbf{O}(m, n)$ を $m \times n$ の零行列行列とし, \mathbf{T}_l を次のような $(D_{\max} + 1) \times (N^*(D_{\max} + 1) + 1)$ 行列と定義する.

$$\mathbf{T}_l = \begin{cases} \left(\mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{O}((D_{\max} + 1), (N^* - 2)(D_{\max} + 1) + 1) \right), & \text{if } l = 1 \\ \left(\mathbf{A}_l & \mathbf{O}((D_{\max} + 1), (l - 1)(D_{\max} + 1)) & \mathbf{B}_l & \mathbf{O}((D_{\max} + 1), (N^* - l + 1)(D_{\max} + 1) + 1) \right), \\ & \text{if } l = 2, 3, \dots, N^* - 1 \\ \left(\mathbf{A}_{N^*} & \mathbf{O}((D_{\max} + 1), (N^* - 2)(D_{\max} + 1) + 1) & \mathbf{B}_l \right), & \text{if } l = N^* \end{cases}$$

ここで、 \mathbf{r}_n は再送時点までにかかる時間と再送時点からパケット送信が成功するまでの平均時間の和であるので、 \mathbf{r}_n は上で定義した \mathbf{t}_\emptyset 及び \mathbf{T}_l を用いて

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_n &= \sum_{m=n+1}^{n+K} \sum_{j_m \in \mathcal{S}(m,n)} \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{L_{j_m}} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 + T(m - n + L_{j_m} + 1)\mathbf{e} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N^*} + T(m - n + L_{j_m} + 1)\mathbf{e} \\ r_\emptyset + T(m - n + L_{j_m} + 1) \end{pmatrix} \\ &+ \left(\sum_{m=n+1}^{n+K} \sum_{j_m \in \mathcal{S}(m,n)} \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{K-(m-n)} \right. \\ &\left. + \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{n+K-1} \mathbf{T}_{n+K} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 + T(K + 1)\mathbf{e} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N^*} + T(K + 1)\mathbf{e} \\ r_\emptyset + T(K + 1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

と書ける。ただし、 $\mathbf{T}_l, \mathbf{A}_l, \mathbf{B}_l$ は $l > N^*$ であるとき、それぞれ $\mathbf{t}_\emptyset, \mathbf{a}_\emptyset, b_\emptyset$ と定義する。また、 \mathbf{r}_n の導出と同様にして

$$\begin{aligned} r_\emptyset &= \sum_{m=1}^K \sum_{j_m \in \mathcal{S}(m,0)} B_\emptyset^{m-1} \mathbf{a}_\emptyset \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{L_{j_m}} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 + T(m - n + L_{j_m} + 1)\mathbf{e} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N^*} + T(m - n + L_{j_m} + 1)\mathbf{e} \\ r_\emptyset + T(m - n + L_{j_m} + 1) \end{pmatrix} \\ &+ \left(\sum_{m=1}^K \sum_{j_m \in \mathcal{S}(m,n)} B_\emptyset^{m-1} \mathbf{a}_\emptyset \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{K-m} + B_\emptyset^K \mathbf{t}_\emptyset \right) \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 + T(K + 1)\mathbf{e} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N^*} + T(K + 1)\mathbf{e} \\ r_\emptyset + T(K + 1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

を得る。

4.2 再帰式の整理

再帰式 (6), (7) を以下の形式に整理する。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N^*} \\ r_\emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N^*} \\ \mathbf{X}_\emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{N^*} \\ r_\emptyset \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{N^*} \\ y_\emptyset \end{pmatrix}$$

ここで $\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \dots, \mathbf{X}_{N^*}, \mathbf{X}_\emptyset$ は, $(D_{\max}+1) \times (N^*(D_{\max}+1)+1)$ 行列, $\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3, \dots, \mathbf{y}_{N^*}$ は $(D_{\max}+1) \times 1$ 行列である.

式 (6) より $\mathbf{X}_n (n = 2, 3, \dots, N^*)$ を求めると

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_n &= \sum_{m=n+1}^{n+K} \left(\mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \sum_{j_m \in S(m,n)} \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{L_{j_m}} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \sum_{j_m \in \bar{S}(m,n)} \mathbf{A}_{m-1} \mathbf{e}_{j_m} \mathbf{t}_{(1,j_m)} \mathbf{T}^{K-(m-n)} \right) \\ &\quad + \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{n+K-1} \mathbf{T}_{n+K} \end{aligned} \quad (8)$$

を得る. 式変形を行うため, 以下のような行列を考える. ここで, \mathbf{I}_1 は $(J(m,n)+1) \times (J(m,n)+1)$ の単位行列, \mathbf{I}_2 は $(D_{\max} - J(m,n)) \times (D_{\max} - J(m,n))$ の単位行列, $J(m,n) = \max(S(m,n))$ とする. $(D_{\max} + 1) \times (D_{\max} + 1)$ 行列 $\mathbf{A}_{m-1}(S(m,n))$, $\mathbf{A}_{m-1}(\bar{S}(m,n))$ を以下のように定義する.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{m-1}(S(m,n)) &= \mathbf{A}_{m-1} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \\ \mathbf{A}_{m-1}(\bar{S}(m,n)) &= \mathbf{A}_{m-1} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

また, $\mathbf{U}(j)$ をその第 $(j+1)$ 行第 $(j+1)$ 列の要素が 1, その他の要素は全て 0 であるような $(D_{\max} + 1) \times (D_{\max} + 1)$ の正方行列とし, $(D_{\max} + 1) \times (N^*(D_{\max} + 1) + 1)$ 行列 $\mathbf{T}_1(j)$ を

$$\mathbf{T}_1(j) = \mathbf{U}(j) \times \mathbf{T}_1$$

とし, $(D_{\max} + 1) \times (N^*(D_{\max} + 1) + 1)$ 行列 $\mathbf{P}(m,n)$ を以下のように定義する.

$$\mathbf{P}(m,n) = \sum_{j \in S(m,n)} \mathbf{T}_1(j) \times \mathbf{T}^{L_j}$$

$\mathbf{A}_{m-1}(S(m,n))$, $\mathbf{A}_{m-1}(\bar{S}(m,n))$, $\mathbf{P}(m,n)$ を用いると, 式 (8) は以下のようになる.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_n &= \sum_{m=n+1}^{n+K} \left(\mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \mathbf{A}_{m-1}(S(m,n)) \mathbf{P}(m,n) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{m-2} \mathbf{A}_{m-1}(\bar{S}(m,n)) \mathbf{T}_1 \mathbf{T}^{K-(m-n)} \right) \\ &\quad + \mathbf{B}_n \mathbf{B}_{n+1} \cdots \mathbf{B}_{n+K-1} \mathbf{T}_{n+K} \end{aligned}$$

5 数値実験

5.1 遷移確率行列 T のモデル

まず, $c_{i,n} = D_{\max} + 1 - \max(0, i - nT + 1)$ とおく. 次に, $X(t) = n, D(t) = i$ であり, かつ時刻 $(t+1)T$ に送信するパケットの往復送信遅延が $D_0 + j$ であるとき, このパケットの送信が成功する確率を $q(i, j, n)$ とする. 遷移確率行列の要素を次のようにモデル化する. $[\mathbf{A}]_{a,b}$ は $[\mathbf{A}]$ の a 行 b 列の要素を表すことにする. $[\mathbf{A}_n]_{i+1,j+1}$ は $X(t) = n, D(t) = i$ であったとき, 時刻 $(t+1)T$ に送信するパケットの往復送信遅延が $D_0 + j$ であり, かつそのパケットの送信が成功する確率である. $X(t) = n, D(t) = i$ であったとき, 時刻 $(t+1)T$ に送信するパケットの往復送信遅延 $D_0 + j$ のとり得る範囲は, 遅延に関する制約条件より $j = i - (n-1)T + 1, \dots, D_{\max}$ である. 今, 往復送信遅延が $D_0 + j$ はこの中から一様に選択されるとするとその確率は $1/c_{i,n}$ である. したがって

$$i = 0, 1, 2, \dots, D_{\max}, n = 1, 2, \dots, N^* \text{ のとき}$$

$$[\mathbf{A}_n]_{i+1,j+1} = \begin{cases} 0 & \text{if } j = 0, 1, \dots, i - (n-1)T \\ \frac{1}{c_{i,n}} \times q(i, j, n) & \text{if } j = i - (n-1)T + 1, \dots, D_{\max} \end{cases}$$

$[\mathbf{a}_\emptyset]_{1,j+1}$ についても同様にして

$$j = 0, 1, 2, \dots, D_{\max} \text{ のとき}$$

$$[\mathbf{a}_\emptyset]_{1,j+1} = \frac{1}{D_{\max}} \times q(0, j, N^* + 1)$$

遷移確率行列 T の各行の要素の和は 1 であるから, $[\mathbf{B}_n]_{i+1,j+1}, [\mathbf{b}_{N^*}]_{i+1,1}, b_\emptyset$ は以下のようになる.

$$i = 0, 1, 2, \dots, D_{\max}, n = 1, 2, \dots, N^* - 1 \text{ のとき}$$

$$[\mathbf{B}_n]_{i+1,j+1} = \begin{cases} 0 & \text{if } j \neq i \\ 1 - \sum_{j=\max(0, i-(n-1)T)}^{D_{\max}} [\mathbf{A}_n]_{i+1,j+1} & \text{if } j = i \end{cases}$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, D_{\max} \text{ のとき}$$

$$[\mathbf{b}_{N^*}]_{i+1,1} = 1 - \sum_{j=\max(0, i-(n-1)T)}^{D_{\max}} [\mathbf{A}_{N^*}]_{i+1,j+1}$$

$$b_\emptyset = 1 - \sum_{j=0}^{D_{\max}} [\mathbf{a}_\emptyset]_{1,j+1}$$

5.2 伝送遅延の変動がスループットに与える影響

まず, 往復伝送遅延に変動がある場合と往復伝送遅延が固定である場合について比較する. ここでは, 往復伝送遅延に変動がある場合は $T = 3, D_0 = 6, D_{\max} = 18$ とする. さらに, $q(i, j, n) = q$ とおき, q を 0.01 から 0.99 まで変化させて実験した. そしてパケットの平均往復伝送遅延, 及びスループットを算出し, 次にその平均往復伝送遅延を固定の往復伝送遅延として持つシステムで比較実験を行った.

表 1: 変動遅延, 及び固定遅延に対するスループット特性

成功確率 q	平均往復伝送遅延	固定	変動
0.01	16.084234	0.000375	0.000376
0.1	16.814268	0.004199	0.004283
0.2	17.541849	0.009590	0.009825
0.3	18.154218	0.015649	0.016856
0.4	18.639394	0.023981	0.025812
0.5	19.001281	0.035088	0.037530
0.6	19.255045	0.050505	0.053586
0.7	19.421215	0.073145	0.077012
0.8	19.520740	0.109290	0.114211
0.9	19.571974	0.175439	0.181254
0.99	19.588883	0.308382	0.310105

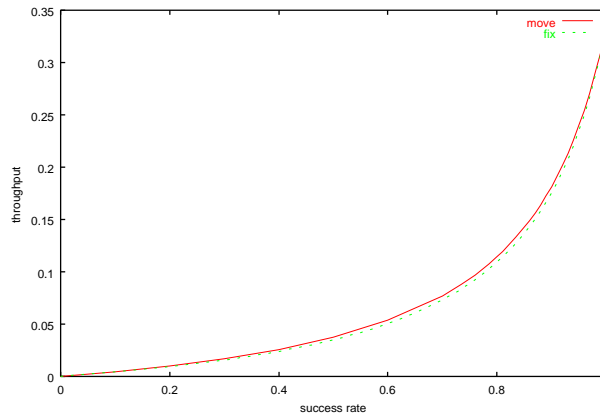


図 2: 変動遅延, 及び固定遅延の packets 送信成功率に対するスループット特性

表 1 より, 平均往復伝送遅延は同一であっても往復伝送遅延が変動している方が, 固定であるものよりスループットが高い. その要因として次のことが考えられる. packets の送信が成功し続けているときは, 伝送遅延に変動がある場合と固定されている場合で相違はない. 従って, packets の送信が失敗した場合について違いを考える. このとき送信に失敗した番号の packets の再送要求を受信する時点がスループット特性に影響を及ぼす. 伝送遅延が変動する場合, 時刻 tT に送信する packets の平均往復伝送遅延を $X(t-1) = 1$ のとき D_a , $X(t-1) > 1$ のとき D_b とすると遅延に制約があるため $D_a > D_b$ である. また, 伝送遅延を固定した場合の往復伝送遅延を D_c とすると, D_c は変動する場合の往復伝送遅延の平均であるから $D_b < D_c < D_a$ となる. ゆえに, 往復伝送遅延が変動する場合のほうが固定されている場合よりも再送要求を早く受信でき, スループットが高くなると考えられる.

また図 2 より, packets 到着の成功率が大きくなると, スループットは非線形で高くなっていくことが分かる.

6 結論

伝送遅延の変動がスループット特性にどのように影響を及ぼすか, について考察した.

伝送遅延に変動があると, 変動がない場合に比べてスループットが高くなることが実験により分かった. また, スループットはパケットの成功率が上がると非線形で高くなっている.

今後の課題としては, 今回は離散的にモデル化したが, 連続的にモデル化し実験を行っていきたい.

謝辞

日頃から御教授頂き、本報告書作成にあたり細部に至るまで貴重な御指摘と御指導を頂いた福島雅夫教授、滝根哲哉助教授に深く感謝の意を表します。また大変お世話になった山下信雄助手、増山博之さん、竹口英樹さん、武田裕弘君をはじめとする福島研究室の皆様には厚く御礼申し上げます。

参考文献

- [1] M. E. Anagnostou, E. D. Sykas and E. N. Protonotarios, “Steady-state and transient delay analysis of ARQ protocols,” *Computer Communications*, vol. 7, no. 1, pp. 23–30, 1984.
- [2] M. A. Kousa, A. K. Elhakeem and H. Yang, “Performance of ATM Networks under Hybrid ARQ/FEC Error Control Scheme,” *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 7, no. 6, pp. 917–925, 1999.
- [3] H. Liu and M. El Zarki, “Performance of H.263 video transmission over wireless channels using hybrid ARQ,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 15, no. 9, pp. 1775–1786, 1997.
- [4] 宮原秀夫・尾塚祐二, コンピューターネットワーク, 共立出版, 1999.
- [5] M. Yoshimoto, T. Takine, Y. Takahashi and T. Hasegawa, “Waiting time and queue length distributions for Go-back-N and Selective-Repeat ARQ protocols,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 41, no. 11, pp. 1687–1693, 1993.