特別研究報告書

マルコフ連鎖を用いた
野球における状況別勝率計算とその応用

指導教員　　山下信雄　准教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成21年4月入学

大井　一輝

平成25年1月31日提出

摘要

近年，様々なスポーツにおいて科学的な取り組みがなされている．特に，野球においては試合の戦略分析，選手の評価などに対して，数理的アプローチが盛んに行われている．日本国内ではあまり知られていないが，アメリカでは積極的に利用されている野球選手の評価指標の一つに WPA(Win Probability Added) がある．これは，ある選手の 1 プレーの前後での期待勝率の増減をそのプレーの価値として評価するというものである．現行の WPA で用いられている期待勝率の算出の際には選手個々の能力や打順が考慮されていない．そのため，WPA による評価が直感とは異なることがある．

本報告書では，そのような問題点を解消するために，選手個々の能力や打順を考慮した状況 (回，点差，塁状況，打者) 別期待勝率に基づいた WPA を提案する．試合開始時点に限れば，これまでに選手個々の能力や打順を考慮した期待勝率の算出方法は提案されている．そこで，既存の期待勝率の算出方法を拡張し，状況別の期待勝率の算出方法を与える．その状況別の期待勝率に基づき，より現実に即した WPA が算出できる．

さらに本報告書では，提案した WPA の妥当性を調べることと具体的な応用法を示すことを目的に，二つのシミュレーション実験を行う．まず，提案した WPA と従来の WPA を実際の試合に対してそれぞれ算出し，その結果として，提案手法のほうが，より直感に沿った選手の活躍や作戦に対する評価を下せることを示す．次に，送りバント，敬遠，盗塁などの作戦について状況ごとに実行すべきかどうか分析し，その結果として，これまで感覚的，経験的なものでしかなかった各作戦の選択に対し，具体的な基準を与えられることを示す．

目 次

1 序論

近年，どのスポーツにおいても科学的な取り組みがなされている．トレーニングや試合における戦略，選手の評価など，以前は主に経験者の感覚を重視して行われてきたことに対しても，様々な科学的，数理的手法が取り入れられてきている．

その中でも，野球に対する数理的アプローチは非常に盛んに行われている [7, 8, 9, 12, 14]．その理由は，野球がアメリカや日本で人気のスポーツであること，サッカーやバスケットボールなどと違い，試合の流れが非連続的であるゆえ数理的に取り扱いやすいことなどにあると推測できる．

1959 年に Lindsey [13] は，実際のアメリカ，メジャーリーグの試合のデータをもとにイニング別の得点の確率や期待値を算出するモデルを提案した．それを皮切りに，多くの研究者により野球における数理モデルが提案され，提案された数理モデルを用いて打撃や投球，守備などの選手の能力や送りバント，盗塁などの作戦を客観的に分析すること[1]が現在に至るまで行われている．例えば Bukiet, Harold and Palacios [4] は，野球の走者やアウトカウントの状態遷移をマルコフ連鎖として捉え，固定された 9 人の打者が 9 イニング攻撃して得られる得点の期待値や得点の確率分布を算出するモデルを提案した．さらに，Bukiet ら自身の同論文 [4] をはじめ，その後の多くの論文によって，その期待値や確率分布に基づいて，最適な打順 (得点の期待値が最大となる打順) の決定，ある 2 チームが対戦したときの期待勝率の算出，ある選手とある選手のトレードの評価など，幅広い分析が数理的に可能であることが示されている．

本報告書では，Bukiet らの数理モデルを拡張することによって新しい評価指標を提案し，その指標に基づいた応用をいくつか与える．そして，従来の手法では直感に反していた結果が，やはり状況によっては正しくないことを，提案する数理モデルのシミュレーション結果によって示す．

本報告書で提案する評価指標は全く新しいものではなく，既存の指標を改良したものである．改良を試みた指標は，セイバーメトリクスにおいて重要な指標の一つである WPA(Win Probability Added) である．これは，ある選手の 1 プレーの前後での期待勝率の増減をそのプレーの価値として評価するというものである．例えば，ある打者が 8 回表 2 点ビハインド 1 アウト満塁の場面で 2 点タイムリー二塁打を打ち，なお同点 1 アウト 2,3 塁となったとする．このとき，そのプレーの前と後での期待勝率がそれぞれ 0.316,0.679 とすると，その打者は 0.679-0.316=0.363 ポイント分の働きをし，逆に打たれた投手は-0.363 ポイント分の働きをしたと評価される．この期待勝率の増減を各選手ごとに積み上げげたものが各選手の WPA となる．WPA は，勝利への貢献度の評価に用いる指標としては，野手の本塁打数や投手の勝利数などの単純な評価指標と比べて，直感的でわかりやすいものである．

WPA の算出で重要となるのは，各状況 (回，点差，塁状況) に応じた期待勝率の算出である．これまでに具体的に与えられている算出方法には次の二つがある．

一つは，実際に行われた試合の中から当該局面が存在した試合を抽出し，それらの試合の結果をもとに算出する方法である．例えば，任意の状況での期待勝率を調べることができる「Win Expectancy Finder」という web 上のサービス [18] では，1957 年から 2005 年のメジャーリーグのほとんど全ての試合の中から当該局面が存在した試合を抽出し，それらの試合の実際の結果から期待勝率を算出している．

もう一つは鳥越 [17] によって提案された方法である．その手法では，実際のデータから定めることができる，各イニングでの 1 打席あたりのアウトになる確率を用いる．まず，1 イニングで出塁する (＝アウトにならない) 打者の数の分布は，パラメータ p(1 打席あたりのアウトになる確率) の負の二項分布に従うという事実から，イニングごとの出塁者数の確率分布を計算する．さらに，x 点取るためにはある確率 λ で $x+1$ 人，確率 $1-\lambda$ で $x+2$ 人の出塁が必要であると仮定して，イニングごとの得点の確率分布を計算する．次に，それをもとに各イニング終了時の得点差別の期待勝率を計算する．そして，それとイニング内での状態遷移の確率を考慮して，試合終了に近い状態から逆算して各状況での期待勝率を算出する．

これらの二つの手法について注意すべき点は，どちらの方法も選手個々の能力の違いを考慮していない

[1] このような分析手法を「セイバーメトリクス」と呼ぶ．メジャーリーグでは，公式記録にセイバーメトリクスに基づく指標が複数使用されている．

(できない) ということである[2]．つまり対戦相手個別の能力が考慮されていないため，例えば，ある投手が4 割バッターをアウトにとったとしても，1 割バッターをアウトにとったとしても，その投手のそのプレーでの WPA は同じであり，また逆にある打者が被打率 6 割の投手からヒットを打っても，被打率 9 割の投手からヒットを打ってもその打者のそのプレーでの WPA は同じである．そして，打順についても考慮されていないため，例えば，4 割バッターの前の打順の 1 割バッターが送りバント (以下，バント) をしたとしても，そのバントは直感的に感じるほどには評価されない．つまり，打順を考慮すべき作戦 (バント，敬遠など) に対する評価は，非直感的なものになりやすい．

そこで本報告書では，対戦相手個別の能力や打順を考慮した期待勝率に基づいた WPA を提案する．そうすることで，選手の活躍や作戦に対して，より現実に即した評価を下せることが期待できる．

選手個々の能力や打順を考慮した期待勝率の算出方法は，先に述べた Bukiet, Harold and Palacios [4] や大澤と合田 [15] によってすでに提案されている．どちらも，野球の状態遷移をマルコフ連鎖として捉えることで，ある打順で固定された 9 人の打者が 9 イニング攻撃したときの得点の確率分布を得て，それを 9 回終了時点での期待勝率の算出に利用する．ただし，その確率分布の算出方法は二つの間で異なる．その違いを受け，延長戦を行うことを考慮したときの期待勝率の算出方法も異なっており，Bukiet らの手法が期待勝率を近似的に計算する一方で，大澤らの手法は厳密に期待勝率を計算する．ただし，どちらの手法も試合開始前の時点での期待勝率の算出方法しか与えておらず，そのままでは状況別の期待勝率に基づく WPA の算出には利用できない．

そこで本報告書ではまず，大澤らの方法を参考にして，試合のある状況 (回，点差，塁状況，打者) での期待勝率を算出する方法を提案する．より具体的には，大澤らの方法で用いられた確率や確率変数を塁状況と打者を考慮したものに拡張し，さらに期待勝率の計算を回と点差を考慮するように改める．

提案した方法により求められた状況別の期待勝率に基づき，新しく提案する WPA が算出できる．その WPA の妥当性を調べることと具体的な応用法を示すことを目的に，次の二つのシミュレーション実験を行う．

一つ目の実験では，実際の試合の中で，選手の活躍や遂行された作戦に対する WPA に基づく評価にどのような違いが生まれるかについて見る．そこで，2012 年の日本シリーズ，読売ジャイアンツ vs 日本ハムファイターズの全 6 試合の全状況で，選手個々の能力や打順を考慮した期待勝率と既存の方法 (全員が平均的な能力を持つと仮定) による期待勝率をそれぞれ計算する．そしてそれらを用いて，1 プレーごとの提案 WPA と従来の WPA，および出場した全選手の 1 試合ごとあるいはシリーズを通しての提案 WPA と従来の WPA を算出する．

二つ目の実験では，作戦の正しい選択基準を提案 WPA を用いて与える．例えば，0 アウト一塁の場面でのバントという作戦は，実際の試合で点に結びついたかのデータ [10] や，全員が平均的な能力を持つとしたときの分析結果 [16] では，基本的にしないほうがよいとされている．進塁と引き換えにアウト数を一つ増やすことのほうが普通に打つよりも損ということである．しかし，点差にもよるが，直感的には次に打率が高い打者が続く場面では打率が低い打者にはバントをさせたほうが良いのではないかと感じる．そこで提案 WPA を用いて，必要とされるバントの成功率を算出する．そしてその結果から，今の打者と次の打者との間にどのくらい打撃能力の差があればバントをさせたほうが良いのかを，イニング別，点差別に分析する．より具体的には，2012 年のプロ野球のデータを用いた考察と，よりバントを多用するイメージのある高校野球のデータを用いた，高校野球におけるバントについての考察を行う．また，バントのみならず，盗塁，0 アウト一三塁での内野ゴロの処理方法，敬遠といった作戦についても同様に，提案 WPA を用いて，打者の並び，イニング，点差を考慮した数理的に正しい選択基準を与える．

本報告書の構成は次の通りである．2 節では，選手個々の能力や打順を考慮した状況別期待勝率の算出の基礎となる，既存の数理モデル (主に [15]) について説明する．3 節では，選手個々の能力や打順を考慮した状況別期待勝率の算出方法を提案する．4 節では，シミュレーション実験の結果について報告する．最後に

[2] 鳥越の方法では，チームごとのアウトになる確率の違いまでは考慮できる．

5 節でまとめと今後の課題について述べる．

2　既存の数理モデル：WPA と期待勝率算出モデル

2.1　WPA(Win Probability Added)

1 節でも述べたように，WPA(Win Probability Added) は，セイバーメトリクスにおいて提案されている，ある選手の 1 プレーの前後での，期待勝率の増減をそのプレーの価値として評価する評価指標である．プレーごとの WPA を加算していき，1 試合や 1 シーズンでの WPA を算出することで，試合やシーズンでの選手の活躍の評価に用いることができる．

WPA の性質としては以下のものが挙げられる．

- WPA からは選手の個人的能力は評価できない．それは，WPA は状況により変化する期待勝率をもとにした指標であるが，選手はその状況を選べないからである．すなわち打率などの個人的能力を表す指標と違って，先の予測に WPA を役立てることはできない．
- 先発投手とリリーフ投手とは WPA で比較することはできない．それは，期待勝率の変化は終盤のほうが大きいからである．したがって序盤も終盤も平等に打席が回って来る野手と投手との間の比較も当然できない．WPA はどの選手に対しても「期待勝率の増減」という同じ基準を用いているものの，どの選手間でも比較可能な評価を可能にするわけではないということには注意が必要である[3]．
- WPA による評価は期待勝率の算出の際に考慮する要素に大きく影響を受ける．現行の WPA は選手個々の能力や打順などを考慮せずに算出された単純な期待勝率に基づいている．そのため，選手の活躍の評価や打順を考慮すべき作戦 (バントや敬遠など) に対する評価には改良の余地がある．

2.2　マルコフ連鎖に基づく期待勝率算出モデル

前小節で述べたように，WPA は期待勝率の算出の際に考慮する要素に大きく影響を受ける．そして 1 節でも述べたように，現行の WPA に用いられている期待勝率は，単純に過去の同一状況があった試合の結果を用いたり，全員が同じ能力を持つという仮定をしていたりして，選手個々の能力や打順などを考慮しない方法で算出されている．一方，大澤と合田 [15] はマルコフ連鎖に基づいて選手個々の能力や打順を考慮した期待勝率を算出する方法を提案している．ただし，そこで与えられているのは試合開始前の時点での期待勝率の算出方法であり，WPA に用いることができる状況別の期待勝率ではない．次節で状況別の期待勝率の算出方法を提案するが，ここではその基礎となる大澤と合田の方法を紹介する．

まず，計算の概略を説明する．マルコフ連鎖によって野球の 1 イニングにおける状態遷移を表し，そこから 1 イニングでの得点の確率分布を算出する．そしてその確率分布を拡張して 1 試合での得点の確率分布を算出する．最後にそのようにして得られる両チームの 1 試合での得点の確率分布より，各チームの期待勝率を算出する．以下，小々節に分けて，それぞれの手順について紹介する．

2.2.1　マルコフ連鎖モデル

対象としているシステムの状態が時刻 $t_1, t_2, t_3, \cdots$ で遷移していく確率過程を考える．マルコフ連鎖とは，状態 i が j へ遷移する確率がそれまでの遷移の仕方に関係なく，どの時刻においても i と j のみによって定まるような確率過程のことである．

[3]任意の状況での 1 プレーによる期待勝率の変化量の期待値を表す Leverage Index というセイバーメトリクスにおける指標がある．プレーごとの WPA にそれぞれのプレーが起こった状況での Leverage Index を考慮することで，どの選手間でも比較可能な評価を行うことはできる．

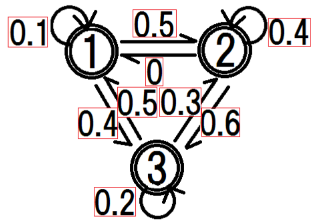

図 1: マルコフ連鎖の例

例えば図 1 のようなマルコフ連鎖を考えると，状態 i から状態 j に遷移する確率を (i,j) 要素に持つ行列 P は次のように表せる．

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0.5 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$$

この P のことを遷移確率行列と呼ぶ．この遷移確率行列を用いると，n 回遷移したとき状態 $i(i=1,2,3)$ にいる確率 u_i^n が次の式で定められる．

$$\begin{pmatrix} u_1^n & u_2^n & u_3^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1^{n-1} & u_2^{n-1} & u_3^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

このように，マルコフ連鎖では遷移確率行列により対象の状態の確率分布が求められる．

野球の試合においてあるチームの 1 イニングの攻撃は確率過程と考えることができる [4]．アウト数および走者の状況によって 25 通りの状態があり，その状態間で確率的に遷移が行われていると考える．以下では各状態間の遷移確率はそれまでの遷移の仕方に依存しないと仮定する．そのとき野球の 1 イニングの攻撃もマルコフ連鎖として捉えることができる．25 通りの状態とは，より具体的には，攻撃中のアウト数 3 種類 (0 アウト，1 アウト，2 アウト) とそのアウト数ごとの走者の状況 8 種類 (無走者，一塁，二塁，三塁，一二塁，一三塁，二三塁，満塁) の計 24 状態と攻撃終了の 3 アウト状態を合わせた 25 状態である．本報告書では，表 1 のように各状態の番号を定めることにする．

表 1: 野球における 25 状態

	無走者	一塁	二塁	三塁	一二塁	一三塁	二三塁	満塁
0 アウト	1	2	3	4	5	6	7	8
1 アウト	9	10	11	12	13	14	15	16
2 アウト	17	18	19	20	21	22	23	24
3 アウト	25							

ここで，表 1 の状態 i から状態 j に遷移する確率を (i,j) 要素に持つ遷移確率行列を P とする．このとき行列 P は次のようなブロック行列として表せる．

$$P = \begin{pmatrix} A_0 & B_0 & C_0 & D_0 \\ O & A_1 & B_1 & E_1 \\ O & O & A_2 & F_2 \\ O & O & O & 1 \end{pmatrix}$$

行列 $A_i(i=0,1,2)$ は i アウトの状態から i アウトの状態への遷移確率行列である．すなわち，$A_i(i=0,1,2)$ はアウトが増えない状態 (図 2 の各行に相当) 間の遷移の $8\times\ 8$ の確率行列である．同様に，$B_i(i=0,1)$ は

3 アウトになる以外で，アウトが一つ増える状態間の遷移確率行列，C_0 は 3 アウトになる以外で，アウトが二つ増える状態間の遷移確率行列となる．一方，D_0, E_1, F_2 は 3 アウトになる遷移確率を表し，それぞれ D_0 は 0 アウトから 3 アウトになる状態遷移確率の 8× 1 ベクトル，E_1 は 1 アウトから 3 アウトになる状態遷移確率の 8× 1 ベクトル，F_2 は 2 アウトから 3 アウトになる状態遷移確率の 8× 1 ベクトルである．なお各文字の添え字は，遷移前のアウト数を表している．行列 P において 0 になっている部分があるのは，アウトが減ることはないためである．

P の要素として用いる確率の計算には，例えば選手の過去の結果を用いることが考えられる．その場合，各選手の P の (16,13) 要素，すなわち A_1 の (8,5) 要素であれば各選手の 1 アウト満塁を 1 アウト一二塁にする確率が入るというふうになり，選手により異なる遷移確率行列を持つことになる[4]．ある 9 人に対して最適な打順 (得点の期待値が最大となる打順) を決めるというような，9 人それぞれの打撃能力を考慮する必要がある場合では，打者一人ひとりが異なる遷移確率行列を持つものとして計算する [4].

しかし，各選手の過去の打席数やヒットの本数，対戦打者数や打たれたヒットの本数などのデータは一般に入手可能であっても，どの塁状況をどの塁状況へ変えたかまでのデータは入手が難しい．また，そのデータが何らかの形で得られたとしても，その確率は信頼できないことがある．それは十分なサンプル数がそろっていない可能性があるからである．例えば各打者の P の $(16, 9)$ 要素，各打者が 1 アウト満塁から本塁打を打つ確率は，1 アウト満塁で打席が回ってきた回数と，そこで打った本塁打の数から求められるが，多くの場合 1 アウト満塁で打席が回ってくる回数は少なく，そこから導かれる確率は信頼できない．

そこで，このマルコフ連鎖モデルを実際の野球の分析に応用する上での工夫として，アウト数や走者の状況にかかわらず，走者の動きは一定の進塁規則に則るとすることが提案されている [4, 15]．そこで，4 節のシミュレーション実験では表 2 の D'Esopo and Lefkowitz の進塁規則 [6][5]に走者の動きは則ると仮定する．

表 2: D'Esopo and Lefkowitz の進塁規則

打撃結果	進塁規則
単打	打者は一塁へ，一塁走者は二塁へ，二・三塁走者は得点
二塁打	打者は二塁へ，一塁走者は三塁へ，二・三塁走者は得点
三塁打	打者は三塁へ，全ての走者は得点
本塁打	打者および全ての走者は得点
四死球	打者は一塁へ，走者は押し出される場合一つ先の塁へ
アウト	どの走者も進塁せずアウト数増加

この進塁規則では，バントや犠牲フライといったアウトととなるプレーでの走者の進塁はないが，その代わりに併殺がなく，また二塁から単打で得点できるようになっている．かなり単純化されているが，この進塁規則を使って D'Esopo and Lefkowitz が提案した期待得点値算出モデルを，1954 年から 1999 年のメジャーリーグのデータに対して適用したところ，1 試合あたりの得点の二乗平均平方根誤差が 0.1526[6]という結果が得られている [1]．また，マルコフ連鎖モデルにこの進塁規則を用いた場合でも，同等の精度で期待得点値が算出できることも示されている [4].

この進塁規則を仮定すると，遷移確率行列 P は次のように簡単に表せる．

$$P = \begin{pmatrix} A & B & O & O \\ O & A & B & O \\ O & O & A & F \\ O & O & O & 1 \end{pmatrix}$$

[4]ここでいう「選手」としては，打者に限らず投手を考えることも可能である．この点には注意してほしい．

[5]D'Esopo and Lefkowitz は 1 打席あたりの出塁確率，出塁の種類別割合，進塁規則を考慮することで計算できる 1 イニングあたりに残塁する走者数の期待値から 1 イニングでの期待得点値を算出するモデルを提案した．

[6]これは全体のおよそ 3 分の 2 のデータで真の値とモデルの算出値の差が± 0.1526 点以内となるということを表している．

併殺を考えないため，C_0, D_0, E_0 は 0 となり，進塁規則はアウト数に関係ないので，A, B のアウト数の区別の添え字は不必要となる．

また A, B, F も，1 打席あたりの，単打，二塁打，三塁打，本塁打，四死球，アウトとなる確率で表すことができる．それぞれの確率を $p_s, p_d, p_t, p_h, p_w, p_{out}$ とすると，具体的には A, B, F は以下のように表せる．

$$A = \begin{pmatrix} p_h & p_s + p_w & p_d & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & p_t & p_s + p_w & 0 & p_d & 0 \\ p_h & p_s & p_d & p_t & p_w & 0 & 0 & 0 \\ p_h & p_s & p_d & p_t & 0 & p_w & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & p_t & p_s & 0 & p_d & p_w \\ p_h & 0 & 0 & p_t & p_s & 0 & p_d & p_w \\ p_h & p_s & p_d & p_t & 0 & 0 & 0 & p_w \\ p_h & 0 & 0 & p_t & p_s & 0 & p_d & p_w \end{pmatrix}$$

$$B = p_{out} I$$

$$F = \begin{pmatrix} p_{out} \\ \vdots \\ p_{out} \end{pmatrix}$$

ここで，B が対角行列となるのは，アウト中の進塁はないとしているためである．

2.2.2 1 イニングでの得点の確率分布の算出

イニングの n 人目の打者のプレーが終わったとき，状態 s に至っている確率を第 s 要素に持つ 25 次元行ベクトルを $\mathbf{u}_n$ とする．また打順が j 番目の打者 (以下，j 番打者) の遷移確率行列を P_j とする[7]．イニングの n 人目の打者が j 番打者であるとき，遷移確率行列 P_j と $\mathbf{u}_{n-1}$ を用いて，$\mathbf{u}_n$ は以下のように帰納的に求めることができる．

$$\mathbf{u}_0 = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & \cdots & 25 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{n-1} P_j \tag{1}$$

次に，これを拡張して得点の確率分布を算出する．イニングの n 人目の打者が終わったとき，そのイニングで r 点 $(r = 0, 1, 2, \cdots)$ 入っていて，状態 s に至っている確率を (r, s) 要素とする行列を U_n とする[8]．計算機上でこの行列を使った計算を行う際には r を有限な値として考える必要がある．そこで各イニングでの得点の上限は R_{max} であると仮定する．このとき U_n は $(R_{max} + 1) \times$ 25 行列となる．

以下では $\mathbf{u}_n$ に対する式 (1) のような，U_n と U_{n-1} の漸化式を与える．そのためにまず，各打者の遷移確率行列 P を，それぞれ 0 点，1 点，2 点，3 点，4 点を獲得する際の状態遷移の確率を要素として持つ 25 × 25 行列 $P^{(0)}, P^{(1)}, P^{(2)}, P^{(3)}, P^{(4)}$ に分解することを考える．例えば，$P^{(1)}$ の (i, j) 要素には状態 i から 1 点獲得して状態 j となる確率が入る．

ある打者が打席に立った時点での (アウト数) + (塁上の走者数) + 1(＝今の打者) と，その打者が終わった後の (アウト数) + (塁上の走者数) + (その打者が導いた得点 r) は一致するため，$P^{(r)}$ の (i, j) 要素が非零であれば，$\hat{r} \neq r$ の $P^{(\hat{r})}$ の (i, j) 要素は 0 となる．そのため，

$$P = P^{(0)} + P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)} + P^{(4)}$$

[7]議論を一般化するため以下の本節では，打者一人ひとりが異なる遷移確率行列を持つものとして計算する場合を考える．

[8]U_n においては，通常の行列における第 1 行を第 0 行，第 2 行を第 1 行…と呼ぶことにする．

の関係が成り立つ．D'Esopo and Lefkowitz の進塁規則に従うとき，$P^{(r)}(r=0,1,2,3,4)$ は以下のように具体的に表せる．

$$P^{(0)}=\begin{pmatrix} A^{(0)} & B & O & O \\ O & A^{(0)} & B & O \\ O & O & A^{(0)} & F \\ O & O & O & 1 \end{pmatrix}$$

$$P^{(r)}=\begin{pmatrix} A^{(r)} & O & O & O \\ O & A^{(r)} & O & O \\ O & O & A^{(r)} & O \\ O & O & O & 0 \end{pmatrix} \quad (r=1,2,3,4)$$

$$A^{(0)}=\begin{pmatrix} 0 & p_s+p_w & p_d & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_s+p_w & 0 & p_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{(1)}=\begin{pmatrix} p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_s & p_d & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_s & p_d & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_s & 0 & p_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_s & 0 & p_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_w \end{pmatrix}$$

$$A^{(2)}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_s & p_d & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_s & 0 & p_d & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{(3)}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_t & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

以上をふまえると，U_n の第 r 行を $U_n|_r$ としたとき，$U_n|_r$ は，イニング n 人目となった j 番打者遷移確率行列 P_j を用いて

$$U_n|_r = U_{n-1}|_{r-0} \cdot P_j^{(0)} + U_{n-1}|_{r-1} \cdot P_j^{(1)} + U_{n-1}|_{r-2} \cdot P_j^{(2)} + U_{n-1}|_{r-3} \cdot P_j^{(3)} + U_{n-1}|_{r-4} \cdot P_j^{(4)} \qquad (2)$$

で定めることができる．また，各イニングの最初は必ず状態 1 となるため

$$U_0 = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ R_{max} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \cdots & 25 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

となる．この式と式 (2) を用いることで，U_n を帰納的に求めることができる．

行列 U_n の第 25 列は n 人目までの打者で 3 アウトとなる，つまりそのイニングの攻撃が終了する確率を表している．そのため U_n の $(r, 25)$ 要素は，イニング n 人目までの打者でそのイニングの攻撃が終了し，r 点入っている確率である．

現実的には 1 イニングが永遠に続くことは考えられない．そのため，$n \to \infty$ としたとき，U_∞ の第 1〜24 列の要素は全て 0 となり，第 25 列はそのイニングの得点の確率分布となって，その要素和は 1 になる．

よって，この一連の方法で，選手個々の能力や打順を考慮した 1 イニングでの得点の確率分布の算出が可能である．

2.2.3　9 イニングでの得点の確率分布の算出

前小々節では各状態の確率を表す U_n を用いて 1 イニングの得点の確率分布を求める手法を説明した．9 イニングでの得点の確率分布の算出には，U_n に加えて，新たな確率や確率分布を考える必要がある．そこで，まず 9 イニングでの得点の確率分布の算出に使用する確率，確率分布を与える．

- R_{max}：考える得点の上限
- U_n：イニング n 人目の打者が終了したときの得点と状態の確率分布を表す $(R_{max}+1)\times$ 25 行列
- $U_n|_r$：U_n の第 r 行
- $\mathbf{u}_{25}^n$：U_n の第 25 列 (＝イニング n 人目の打者が終了したときの，イニング終了状態における得点の確率分布) を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル
- $\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1$：$\mathbf{u}_{25}^n$ の要素和 (1-ノルム)(＝打者 n 人まででイニングが終了する確率)
- $q_{(ij)}$：イニングが i 番打者で始まるとき，次のイニングが j 番打者で始まる確率

- $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$：イニングが i 番打者で始まり，次のイニングが j 番打者で始まるときの，そのイニングの得点の確率分布を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル
- $p_{(m,n)}$：m 回の攻撃が n 番打者で始まる確率
- $\mathbf{R}_{p_{(m,n)}}$：m 回の攻撃が n 番打者で始まるときの，初回から m 回開始までの得点の確率分布を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル
- $\mathbf{R}_{(m)}$：m 回開始時点での得点の確率分布を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル

最初に，イニング m に依存しない，確率 $q_{(ij)}$ と得点の確率分布 $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を定めることを考える．

まず，$\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1$ は打者 n 人まででイニングが終了する確率を表すので，イニング n 人目の打者でイニングが終了する確率は，$\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 - \|\mathbf{u}_{25}^{n-1}\|_1$ と表すことができる．すなわち，i 番打者で始まったイニングについては，各 $n(n=1,2,\cdots)$ について，イニング n 人目となったその $j-1$ 番打者でイニングが終了する (＝次のイニングが j 番打者から始まる) 確率を $q_{(ij)}$ に加算する，これを各 $i(i=1,2,\cdots,9)$ に対して行えば，$q_{(ij)}$ を定めることができる．

同様に，$\mathbf{u}_{25}^n - \mathbf{u}_{25}^{n-1}$ は n 人目の打者でイニングが終了して，かつその得点が入っている確率の分布を表すので，i 番打者で始まったイニングについては，各 $n(n=1,2,\cdots)$ について，イニング n 人目となったその $j-1$ 番打者でイニングが終了して (＝次のイニングが j 番打者から始まって) かつその得点が入っている確率の分布 (ベクトル) を $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ に加算する，これを各 $i(i=1,2,\cdots,9)$ に対して行えば，$\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を定めることができる．

なお，n の値は 1 から ∞ となるが，それでは計算機上で計算できない．そこで n は $\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1$ が $1-\varepsilon$ を初めて超える値までとることにする．また，イニングが i 番打者で始まり，次のイニングが j 番打者で始まるとき，その得点が入っている条件付き確率の分布とするために，各 i,j の $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ についてその要素 $R_{max}+1$ 個の和が 1 になるよう正規化を行う．

以上をまとめると，$q_{(ij)}$ と $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を定めるアルゴリズムは図 2 のように表せる．

Step1.	$i=1$
Step2.	$n=0,\ j=i$
Step3.	$n=n+1$
Step4.	$r=0,1,2,\cdots,R_{max}$ において $U_n\|_r = U_{n-1}\|_{r-0}\cdot P_j^{(0)} + U_{n-1}\|_{r-1}\cdot P_j^{(1)} + U_{n-1}\|_{r-2}\cdot P_j^{(2)} + U_{n-1}\|_{r-3}\cdot P_j^{(3)} + U_{n-1}\|_{r-4}\cdot P_j^{(4)}$
Step5.	$j=(j \bmod 9)+1$
Step6.	$q_{(ij)} = q_{(ij)} + (\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 - \|\mathbf{u}_{25}^{n-1}\|_1),\ \mathbf{R}_{q_{(ij)}} = \mathbf{R}_{q_{(ij)}} + (\mathbf{u}_{25}^n - \mathbf{u}_{25}^{n-1})$
Step7.	$\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 \le 1-\varepsilon$ ならば Step3. へ．
Step8.	$j=1,2,\cdots,9$ それぞれについて $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を正規化．
Step9.	$i=i+1$ とし，$i\le 9$ ならば Step2. へ．$i=10$ ならば終了．

図 2: $q_{(ij)}$ と $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を定めるアルゴリズム

確率 $q_{(ij)}$ が定まれば，m 回の攻撃が n 番打者で始まる確率 $p_{(m,n)}$ が定められる．まず，1 回の攻撃は 1 番打者で始まるため，

$$p_{(1,1)}=1,\ p_{(1,n)}=0\ (n=2,3,\cdots,9)$$

である．そして，$p_{(m,n)}(m=2,3,\cdots,10)$ は $q_{(ij)}$ を用いて，

$$p_{(m,n)} = \sum_{k=1}^{9} p_{(m-1,k)} q_{(kn)}\ (m=2,3,\cdots,10, n=1,\cdots,9) \tag{3}$$

と表せる．

そして $p_{(m,n)}$ が定まれば，m 回の攻撃が n 番打者で始まるときの，初回から m 回開始までの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{p_{(m,n)}}$ が定まる．その準備として，次のような計算で与えられる $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル $\mathbf{c}_{(m-1,k,n)}$ を考える．

$$c_{(m-1,k,n)_i} = \sum_{r=0}^{i} R_{p_{(m-1,k)_r}} \cdot R_{q_{(kn)_{i-r}}} \ (i = 0, 1, \cdots, R_{max})$$

ここで $R_{p_{(m-1,k)_r}}$ は $m-1$ 回が k 番打者から始まり，初回から $m-2$ 回までの得点が r 点の確率，$R_{q_{(kn)_{i-r}}}$ はある回が k 番打者から始まり，次の回が n 番打者から始まるときの，その回の得点が $i-r$ 点の確率を表す．よって $c_{(m-1,k,n)_i}$ は $m-1$ 回が k 番打者から始まり，m 回が n 番打者から始まるときの，初回から $m-1$ 回までの得点が i 点の確率を表している．

次に，m 回が n 番打者から始まるとき，$m-1$ 回が k 番打者から始まる条件付き確率を考える．それは各確率 $p_{(m-1,k)}, q_{(kn)}, p_{(m,n)}$ を用いて次のように表せる．

$$\frac{p_{(m-1,k)} q_{(kn)}}{p_{(m,n)}}$$

したがって，$\mathbf{R}_{p_{(m,n)}} (m = 2, 3, \cdots, 10)$ は以下のように定められる．

$$\mathbf{R}_{p_{(m,n)}} = \sum_{k=1}^{9} \frac{p_{(m-1,k)} q_{(kn)}}{p_{(m,n)}} \mathbf{c}_{(m-1,k,n)} \ (m = 2, 3, \cdots, 10, n = 1, \cdots, 9) \tag{4}$$

もちろん，1 回の攻撃開始時の得点は 0 であるため，

$$\mathbf{R}_{p_{(1,n)}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}} \ (n = 1, 2, \cdots, 9)$$

である．

$\mathbf{R}_{p_{(m,n)}}$ が定まれば，m 回開始時点での得点の確率分布 $\mathbf{R}_{(m)}$ が定まる．10 回開始時点 (= 9 回終了時点) での得点の確率分布であれば，10 回の攻撃が n 番打者で始まる確率 $p_{(10,n)}$ とそのときの初回から挙げた得点の確率分布 $\mathbf{R}_{p_{(10,n)}}$ から

$$\mathbf{R}_{(10)} = \sum_{n=1}^{9} p_{(10,n)} \mathbf{R}_{p_{(10,n)}} \tag{5}$$

となる．

2.2.4 延長戦を行わない場合の期待勝率の算出

先攻チーム，後攻チーム双方の 9 イニング攻撃したときの得点の確率分布を用いれば，9 回終了時点でチームが勝っている確率，すなわち，延長戦を行わない場合の期待勝率を求めることができる．以下では先攻チームを A，後攻チームを B とする．さらに A の 9 回終了時点での得点の確率分布を $\overline{\mathbf{R}}_{(10)}$，B の 9 回終了時点での得点の確率分布を $\underline{\mathbf{R}}_{(10)}$ とする．

先攻チーム A が i 点取るとき，後攻チーム B が $i-1$ 点以下ならば A は勝つから，9 回終了時点で A が勝っている確率 $P_{W(9)}$ は，

$$P_{W(9)} = \sum_{i=1}^{R_{max}} \left(\overline{R}_{(10)_i} \cdot \sum_{j=0}^{i-1} \underline{R}_{(10)_j} \right) \tag{6}$$

で求まる．同様にして，A が負けている (B が勝っている) 確率 $P_{L(9)}$，同点の確率 $P_{D(9)}$ も求められる．

2.2.5 延長戦を行う場合の期待勝率の算出

前小々節をもとに，延長戦を行う場合の期待勝率の算出方法を示す．ここで 10 回表終了時の先攻チーム A の得点の確率分布 $\overline{\mathbf{R}}_{(11)}$，10 回裏終了時の後攻チーム B の得点の確率分布 $\underline{\mathbf{R}}_{(11)}$ などの延長回における得点の確率分布は，2.2.3 節と同様には求められないことに注意してほしい．それは，延長回を行うためには，9 回終了時あるいはそれ以降のイニング終了時に両チームの得点が同点であるという条件がつき，その条件付き確率が必要となるためである．

そこで，$m-1$ 回終了時 $(m=10,11,\cdots)$ に同点であるとき，m 回表 (裏) の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\bar{\tilde{p}}_{(m,n)}(\underline{\tilde{p}}_{(m,n)})$ を定めることを考える．まず，式 (5) より，

$$\underline{\mathbf{R}}_{(10)} = \sum_{n=1}^{9} \underline{p}_{(10,n)} \underline{\mathbf{R}}_{p(10,n)} \tag{7}$$

が成り立つ．よって，10 回表の先攻チーム A の攻撃が n 番打者で始まるとき同点である確率 $\overline{p}_{tie(10,n)}(n=1,2,\cdots,9)$ は $\underline{\mathbf{R}}_{(10)}$ の要素を用いて

$$\overline{p}_{tie(10,n)} = \sum_{r=0}^{R_{max}} \overline{R}_{p(10,n)_r} \cdot \underline{R}_{(10)_r} \tag{8}$$

と表せる．したがって，9 回終了時に同点であるとき，10 回表が n 番打者から始まる条件付き確率 $\bar{\tilde{p}}_{(10,n)}$ は

$$\bar{\tilde{p}}_{(10,n)} = \frac{\overline{p}_{(10,n)}\overline{p}_{tie(10,n)}}{\overline{P}_{D(9)}} \tag{9}$$

となる．式 (7)-(9) の表と裏を入れ替えれば，同様にして 9 回終了時に同点であるとき，10 回裏のチーム B の攻撃が n 番打者から始まる条件付き確率 $\underline{\tilde{p}}_{(10,n)}$ を定められる．

各 $m=10,11,\cdots$ において，$\bar{\tilde{p}}_{(m,n)}$，$\underline{\tilde{p}}_{(m,n)}$ が定まれば，延長 m 回まで行ったとき，m 回終了時点で A が勝っている，B が勝っている，同点であるの 3 つの条件付き確率 $P_{W(m)}, P_{L(m)}, P_{D(m)}$ は，これまでの 2.2.3, 2.2.4 節と同様な方法で求めることができる．詳細は付録で与える．

$P_{W(m)}, P_{L(m)}, P_{D(m)}(m=10,11,\cdots)$ が求まれば，例えば最大延長が 12 回までのときの先攻チーム A の期待勝率は

$$P_{W(9)} + P_{D(9)}(P_{W(10)} + P_{D(10)}(P_{W(11)} + P_{D(11)}P_{W(12)})) \tag{10}$$

引き分けの確率は

$$P_{D(9)}P_{D(10)}P_{D(11)}P_{D(12)} \tag{11}$$

となり，最大延長が 15 回までのときの先攻チーム A の期待勝率は

$$P_{W(9)}+P_{D(9)}(P_{W(10)}+P_{D(10)}(P_{W(11)}+P_{D(11)}(P_{W(12)}+P_{D(12)}(P_{W(13)}+P_{D(13)}(P_{W(14)}+P_{D(14)}P_{W(15)}))))) \tag{12}$$

引き分けの確率は

$$P_{D(9)}P_{D(10)}P_{D(11)}P_{D(12)}P_{D(13)}P_{D(14)}P_{D(15)} \tag{13}$$

となる．チーム B の期待勝率も同様に求められる．

よって，この一連の方法で，選手個々の能力や打順を考慮した試合開始前の時点での期待勝率の算出が可能である．

3　提案モデル：状況別期待勝率算出モデル

本節では，前節をふまえて，選手個々の能力や打順を考慮した状況別期待勝率の算出方法を提案する．1 節で述べたように，WPA でより現実に即した評価を下すためには，選手個々の能力や打順を考慮した，各状況 (回，塁状況，点差，打者) での期待勝率に基づいて WPA を算出する必要がある．

そこで以下では，m_0 回，d_0 点リード，状態 $s_0(s_0=1,2,\cdots,24)$，i_0 番打者の状況での期待勝率の算出方法を与える．

3.1　延長戦を行わない場合

まず，延長戦を行わずに，必ず 9 回で試合が終了する場合について述べる．

この場合の試合開始時点での期待勝率は，前節の式 (6) のように，10 回開始時点での得点の確率分布 $\mathbf{R}_{(10)}$ が定まれば算出することができる．これは状況別期待勝率においても同じである．そして式 (5) をふまえると，上でおいたような状況での期待勝率を求める場合では，10 回の攻撃が n 番打者で始まる確率 $p_{(10,n)}$ とそのときの「その状況」から 10 回開始までの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{p_{(10,n)}}$ が定まれば $\mathbf{R}_{(10)}$ は定まると考えることができる．

m_0 回，状態 $s_0(s_0=1,2,\cdots,24)$，i_0 番打者のとき，m_0+1 回の攻撃が n 番打者から始まる確率 $p_{(m_0+1,n)}$ とそのときの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{p_{(m_0+1,n)}}$ が定まっていれば，前節で求めた確率 $q_{(ij)}$ と確率分布 $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を用いれば，式 (3) と (4) より m_0+1 回以降の $p_{(m,n)}$ と $\mathbf{R}_{p_{(m,n)}}$ は帰納的に定めることができる．そのため，$p_{(m_0+1,n)}$ と $\mathbf{R}_{p_{(m_0+1,n)}}$ を定めれば，所望の状況での期待勝率が求められる．

ここで，$p_{(m_0+1,n)}$ と $\mathbf{R}_{p_{(m_0+1,n)}}$ を定めるために確率 $q_{(ij)}$ と確率分布 $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ の拡張を考える．ここで $q_{(ij)}$ と $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ はそれぞれ，あるイニングが i 番打者かつ状態 1 で始まり，次のイニングが j 番打者かつ状態 1 で始まる確率と，そのときのそのイニングの得点の確率分布を表していた．これらを，あるイニングで i 番打者で状態が $s_0(s_0=1,2,\cdots,24)$ のとき，次のイニングが j 番打者かつ状態 1 で始まる確率 $q_{s_0(ij)}$ と，そのイニングの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{q_{s_0(ij)}}$ へ拡張する．ここで $q_{(ij)}=q_{1(ij)}$，$\mathbf{R}_{q_{(ij)}}=\mathbf{R}_{q_{1(ij)}}$ である．

このとき，$p_{(m_0+1,n)}$ は

$$p_{(m_0+1,n)}=q_{s_0(i_0n)}$$

で与えられる．さらに m_0 回に「その状況」から追加する得点の確率分布にあたる $\mathbf{R}_{p_{(m_0+1,n)}}$ は

$$\mathbf{R}_{p_{(m_0+1,n)}}=\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0n)}}$$

と表すことができる．したがって，所望の状況での期待勝率は求められる．

ここで注意が必要なのは，$\mathbf{R}_{p_{(m_0+1,n)}}$ の定め方より，$\mathbf{R}_{p_{(m,n)}}$ や $\mathbf{R}_{(m)}$ は「その状況」以降の得点の確率分布となってしまうことである．そのため $P_{W(9)},P_{L(9)},P_{D(9)}$ を求める際には,「その状況」での点数のリード d_0 を考慮しなければならない．

以上のことをまとめると，m_0 回，d_0 点リード，状態 s_0，i_0 番打者の状況での期待勝率の算出方法は次のようになる．

最初に，使用する確率，確率分布およびそれらに対する記号を並べる．

- $q_{s_0(ij)}$：あるイニングで i 番打者で状態が s_0 のとき，次のイニングが j 番打者で始まる確率
- $\mathbf{R}_{q_{s_0(ij)}}$：あるイニングで i 番打者で状態が s_0 で，次のイニングが j 番打者で始まるときの，そのイニングの得点の確率分布を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル
- $p_{s_0i_0(m,n)}$：m_0 回，状態 s_0，i_0 番打者の状況での，m 回の攻撃が n 番打者で始まる確率
- $\mathbf{R}_{p_{s_0i_0(m,n)}}$：$m$ 回の攻撃が n 番打者で始まるときの，m_0 回，状態 s_0，i_0 番打者の状況から m 回開始までの得点の確率分布を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル

- $R_{s_0 i_0(m)}$：m_0 回，状態 s_0，i_0 番打者の状況から m 回開始までの得点の確率分布を表す $(R_{max}+1)$ 次元列ベクトル

なお，U_n，R_{max}，$U_n|_r$，$\mathbf{u}_{25}^n$ は2.2.3節で定義したものと同じである．また，$p_{s_0 i_0(m,n)}, \mathbf{R}_{p_{s_0 i_0(m,n)}}, \mathbf{R}_{s_0 i_0(m)}$ は 2.2.3 節の $p_{(m,n)}, \mathbf{R}_{p_{(m,n)}}, \mathbf{R}_{(m)}$ を状況別に拡張したものである．

まず，あるイニングが i 番打者状態 1 で始まり，次のイニングが j 番打者状態 1 で始まる確率 $q_{1(ij)}$ と，そのイニングの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{q_{1(ij)}}$ を定める．これは，2.2.3 節における $q_{(ij)}$ と $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を定めることと全く同じである．よって，図 2 のアルゴリズムで $q_{1(ij)}$ と $\mathbf{R}_{q_{1(ij)}}$ は定まる．

次に，あるイニングで i 番打者ある状態 s_0 をとり，次のイニングが j 番打者で始まる確率 $q_{s_0(ij)}$ と，そのときのそのイニングの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{q_{s_0(ij)}}$ を図 3 のアルゴリズムで定める．このアルゴリズムは，2.2.3 節の図 2，$q_{(ij)}$ と $\mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ を定めるアルゴリズムの Step3. の U_0 の定め方を一般化したものである..

Step1. $n = 0,\ j = i_0$

Step2. $n = n + 1$

Step3. $r = 0, 1, 2, \cdots, R_{max}$ において

$$U_n|_r = U_{n-1}|_{r-0} \cdot P_j^{(0)} + U_{n-1}|_{r-1} \cdot P_j^{(1)} + U_{n-1}|_{r-2} \cdot P_j^{(2)} + U_{n-1}|_{r-3} \cdot P_j^{(3)} + U_{n-1}|_{r-4} \cdot P_j^{(4)}$$

$$\text{ただし，} U_0 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & \cdots & s_0 & \cdots & 25 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Step4. $j = (j \bmod 9) + 1$

Step5. $q_{s_0(i_0 j)} = q_{s_0(i_0 j)} + (\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 - \|\mathbf{u}_{25}^{n-1}\|_1), \mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}} = \mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}} + (\mathbf{u}_{25}^n - \mathbf{u}_{25}^{n-1})$

Step6. $\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 \le 1 - \varepsilon$ ならば Step2. へ.

Step7. $j = 1, 2, \cdots, 9$ それぞれについて $\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$ を正規化し終了.

図 3: $q_{s_0(i_0 j)}$ と $\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$ を定めるアルゴリズム

これらを用いると，$p_{s_0 i_0(m,n)}$ は，

$$p_{s_0 i_0(m_0+1,n)} = q_{s_0(i_0 n)}\ (n = 1, 2, \cdots, 9)$$

$$p_{s_0 i_0(m,n)} = \sum_{k=1}^{9} p_{s_0 i_0(m-1,k)} q_{1(kn)}\ (m = m_0+2, m_0+3, \cdots, 10,\ n = 1, \cdots, 9)$$

となり，$\mathbf{R}_{p_{s_0 i_0(m,n)}}$ は，

$$\mathbf{R}_{p_{s_0 i_0(m_0+1,n)}} = \mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 n)}} (n = 1, 2, \cdots, 9)$$

$$\mathbf{R}_{p_{s_0 i_0(m,n)}} = \sum_{k=1}^{9} \frac{p_{s_0 i_0(m-1,k)} q_{1(kn)}}{p_{s_0 i_0(m,n)}} \mathbf{c}_{(m-1,k,n)} (m = m_0+2, m_0+3, \cdots, 10,\ n = 1, \cdots, 9)$$

$$c_{(m-1,k,n)_i} := \sum_{r=0}^{i} R_{p_{s_0 i_0(m-1,k)}{}_r} \cdot R_{q_{1(kn)}{}_{i-r}}\ (i = 0, 1, \cdots, R_{max})$$

となる．そして，$\mathbf{R}_{s_0 i_0(10)}$ は以下のように定めることができる．

$$\mathbf{R}_{s_0 i_0(10)} = \sum_{n=1}^{9} p_{s_0 i_0(10,n)} \mathbf{R}_{p_{s_0 i_0(10,n)}}$$

ここで，

- $\overline{\mathbf{R}}_{s_{0A}i_{0A}(10)}$：先攻チーム A の m_{0A} 回 (表)，状態 s_{0A}，i_{0A} 番打者の状況から 9 回終了までの得点の確率分布
- $\underline{\mathbf{R}}_{s_{0B}i_{0B}(10)}$：後攻チーム B の m_{0B} 回 (裏)，状態 s_{0B}，i_{0B} 番打者の状況から 9 回終了までの得点の確率分布

とする．このとき，A が d_0 点リード，A が m_{0A} 回，状態 s_{0A}，i_{0A} 番打者，B が m_{0B} 回，状態 s_{0B}，i_{0B} 番打者の状況での，9 回終了時点で A が勝っている確率 $P_{Wsit(9)}$ は次のようになる．

$$P_{Wsit(9)} = \sum_{i=0}^{R_{max}} \left(\overline{R}_{s_{0A}i_{0A}(10)_i} \cdot \sum_{j=0}^{d_0+i-1} \underline{R}_{s_{0B}i_{0B}(10)_j} \right)$$

なお，先攻チームと後攻チームのイニング，打者の打順，状態 $(m_{0A},\ s_{0A},\ i_{0A})$ と $(m_{0B},\ s_{0B},\ i_{0B})$ を別のものとして扱っていることに注意してほしい．これはイニングと打者の打順と状態にはその状況での各チームそれぞれのものを用いなければならないからである．例えば，1 回表が 3 人で攻撃が終わったあとの，1 回裏，2 アウト満塁，6 番打者という状況では，$(m_{0A}, s_{0A}, i_{0A}) = (2, 1, 4), (m_{0B}, s_{0B}, i_{0B}) = (1, 24, 6)$ とするということである．

同様に，9 回終了時点で A が負けている (B が勝っている) 確率 $P_{Lsit(9)}$，同点の確率 $P_{Dsit(9)}$ は

$$P_{Lsit(9)} = \sum_{i=0}^{R_{max}} \left(\underline{R}_{s_{0B}i_{0B}(10)_i} \cdot \sum_{j=0}^{-d_0+i-1} \overline{R}_{s_{0A}i_{0A}(10)_j} \right)$$

$$P_{Dsit(9)} = \sum_{i=0}^{R_{max}} \left(\overline{R}_{s_{0A}i_{0A}(10)_i} \cdot \underline{R}_{s_{0B}i_{0B}(10)_{d_0+i}} \right)$$

で求められる．ここでは，いずれの d_0 も一貫して A のリード点数を表している．

3.2 延長戦を行う場合

次に，延長戦を行う場合の状況別期待勝率の算出方法について述べる．2.2.5 節とほぼ同様の方法となるが，式 (7)-(9) で求められた，$m-1$ 回終了時 $(m = 10, 11, \cdots, 15)$ に同点であるとき，m 回表 (裏) の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\overline{\tilde{p}}_{(m,n)}(\underline{\tilde{p}}_{(m,n)})$ にあたる確率の求め方が異なる．詳細は付録で与える．

これらの確率が求まれば，2.2.5 節同様，延長 m 回まで行ったとき，m 回終了時点で A が勝っている，B が勝っている，同点であるの 3 つの条件付き確率 $P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}$ は，2.2.3, 2.2.4 節と同様な方法で求めることができる．こちらも詳細は付録で与える．

以上のようにして，$P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}(m = 10, 11, \cdots)$ は定めることができるので，式 (10)-(13) と同様にして，最大延長 12 回や 15 回の延長戦があると考えた場合の状況別期待勝率は求められる．ただし，例えば 10 回のある状況での期待勝率を求める場合には，$P_{Wsit(9)} = 0, P_{Lsit(9)} = 0, P_{Dsit(9)} = 1$ として計算しなければならない．

4 提案モデルの応用 (シミュレーション実験)

本節では，提案した方法により求められた状況別の期待勝率に基づいた WPA の妥当性を調べることと具体的な応用法を示すことを目的に，実際のデータをもとに行った実験の結果を報告する．なお，実験は CPU が Intel Core i5, 2.27GHz，メモリが 4.00GB，OS が Windows7 Home Premium の計算機上で，Matlab7.10.0 を用いて行った．アルゴリズム上の定数は $\varepsilon = 10^{-3}, R_{max} = 20$ とした．データは，試合の状況推移については [19]，プロ野球選手の成績については [5]，高校野球選手の成績については [2, 3, 11] の各サイトのものをそれぞれ利用した．

4.1　実試合における WPA に基づく評価

提案モデルによって算出できるようになった，選手個々の能力や打順を考慮した状況別期待勝率を WPA に用いる．1 節で述べたように，WPA が選手の活躍や遂行された作戦に対する，より現実に即した評価指標となることが期待できる．

そこで，2012 年の日本シリーズ，読売ジャイアンツ vs 日本ハムファイターズの全 6 試合全状況での期待勝率を計算し，1 プレーごとの提案 WPA と従来の WPA，および出場した全選手のシリーズを通しての提案 WPA と従来の WPA を算出，比較した．

本実験では，以下の 3 種類の方法で各状況ごとの期待勝率を計算した．

方法 1. 2012 シーズン (144 試合) の成績から定まる各打者の確率 (単打を打つ率等) を，それぞれ 1〜9 番打者の遷移確率行列の要素に用いる (打者の能力を考慮).

方法 2. 2012 シーズンの成績から定まる投手の確率 (単打を打たれる率等) を，1〜9 番打者の遷移確率行列の要素に用いる (投手の能力を考慮).

方法 3. 2012 シーズンのプロ野球全打者の平均の成績から定まる確率を，1〜9 番打者の遷移確率行列の要素に用いる (平均的な能力しか考慮できない，従来の期待勝率算出方法を想定).

計算にあたっては以下のことをした．

- 実際の 2012 年日本シリーズの規定に則り，最大延長 15 回の延長戦を行うとした．
- 打者の 1 打席あたりの打撃結果別確率の計算の際，打席数に犠打 (バント) を決めた打席，および打撃妨害や走塁妨害による出塁があった打席は含まなかった．具体的には，例えば四死球率 p_w であれば以下のような式に基づいて算出した．

$$p_w = \frac{(\text{四球数}) + (\text{死球数})}{(\text{打数})^9 + (\text{四球数}) + (\text{死球数}) + (\text{犠飛数})}$$

  その理由は，バントによるアウトや妨害による出塁はその選手の打撃能力に由来するものではないからである．以下ではこの分母を「実質打席数」と呼ぶことにする．他の確率も，実質打席数を用いて算出した．

- 打者同様，投手の 1 打者あたりの被打撃結果別確率の計算の際，打者数の代わりに「実質打者数」を用いた．ただし，投手がいくつ犠打をされたかは入手可能なデータからはわからなかった．そこで 2012 年のプロ野球全体の打席数と実質打席数の比を用いて対戦打者数から近似的に対戦実質打者数を求めた．
- 投手の被安打の種類別の数も被本塁打の数と本塁打以外の被安打の数までしか入手可能なデータからはわからなかった．そこでここでも，2012 年のプロ野球全体の本塁打以外の安打数と各種類の安打数の比を用いて，本塁打以外の被安打の数から近似的に被安打の種類別の数を求めた．つまり今回は，例えば平均的な投手より二塁打，三塁打を打たれにくいといった投手個々の能力は考慮できていない．
- 投手の打者としての 1 打席あたりの打撃結果別確率は，2012 年のプロ野球での投手全体の打撃成績をもとにして，全投手同じものを用いた．それは特に DH 制度のあるパ・リーグの投手はシーズン中に打席に立つ機会はほとんどないからである．
- 選手交代のタイミングは以下のようなルールにしたがって取り扱った．

[9] (打数) = (打席数) − (四球数) − (死球数) − (犠打数) − (犠飛数) − (打撃妨害数) − (走塁妨害による出塁数)

– 代打は実際に行われた半イニング前の開始時 (裏であればその回の表の開始時，表であればその前の回の裏の開始時) に行われたものとする (打者の能力を考慮する場合に考えなければならないルール).
– 投手への代打が行われたら，そのときその投手は次の投手と交代したとする (投手の能力を考慮する場合に考えなければならないルール).
– 代走や守備の交代，代打以外による投手の交代は実際に行われたタイミングで反映させる.

これらのルールを定めた理由は，例えば 9 回表で同点，ある状態，9 回裏の先頭打者はピッチャーという状況で，その状況での期待勝率を求めようとする場合，実際そのあと 9 回裏のピッチャーの打席では代打が送られたとすると，9 回裏はその代打で出てきた打者から攻撃が始まるとして，9 回表での期待勝率を求めたほうが，9 回表のプレーについてより正確な評価を WPA によって下せると考えたからである．したがって，本小節で計算結果として示す状況別の期待勝率は，試合と同時進行の目線ではなく，試合が終わった後に振り返る目線，先にどのような選手交代がなされるか全てわかっている状態で求められたものである.

4.1.1 遂行された打順を考慮すべき作戦に対する評価

ここでは，遂行されたバントや敬遠といった打順を考慮すべき作戦に対する，WPA に基づく評価にあらわれる違いを見る.

表 3 は，敬遠があった 2012 年日本シリーズ第 4 戦 9 回裏日本ハムの攻撃での巨人の期待勝率の推移の一部を表したものである.

表 3: 2012 年日本シリーズ第 4 戦 9 回裏日本ハムの攻撃での巨人の期待勝率の推移 (一部)

状況	2 アウト二塁	2 アウト一三塁	2 アウト満塁
スコア	0-0	0-0	0-0
日本ハムの打者	小谷野	二岡	杉谷
巨人の勝率 (全員平均能力)	0.3488	0.3465	0.3194
巨人の勝率 (打者能力考慮)	0.3614	0.3149	0.3420
結果	ライト前ヒット	敬遠	:
従来 WPA	-0.0023	-0.0271	:
提案 WPA	-0.0465	0.0271	:

二岡の敬遠の前後で，巨人の期待勝率は全員が平均の能力とした場合は 0.3465 から 0.3194 に下がっているにもかかわらず，打者の能力，打順を考慮した場合は 0.3149 から 0.3420 に上がっている．つまり，従来の WPA であれば $0.3194 - 0.3465 = -0.0271$ とマイナスに評価されていたその場面での敬遠が，打者の能力や打順を考慮した期待勝率に基づく提案 WPA では $0.3420 - 0.3149 = 0.0271$ とプラスに評価された．これは全員が同じ能力であれば，押し出しのリスクを負うことになるその場面での敬遠はしても意味がなかったが，打者の能力や打順，主にここでは，表 4 に示されている二岡の打撃能力と杉谷の打撃能力を考慮すれば，押し出しのリスクを負ってでも二岡を敬遠して杉谷との勝負を選択したのは正しかったということである.

2012 年日本シリーズでの全てのバントや敬遠での結果は表 5 のようになった.

敬遠およびバントの 14 例中 12 例で提案 WPA 値のほうが従来 WPA 値よりも大きいという結果が得られた．特に 3 例においては，従来 WPA では値が負，すなわち遂行すべきではなかった作戦であると評価されていたのに対し，提案 WPA では値は正，すなわち遂行すべき作戦であったと評価が逆転している．な

表 4: 日本ハム二岡選手，杉谷選手，2012 年プロ野球全打者平均，2012 年プロ野球全投手平均の打撃能力

選手	p_s	p_d	p_t	p_h	p_w	p_{out}
二岡	0.2872	0.0106	0.0000	0.0213	0.0851	0.5957
杉谷	0.1680	0.0240	0.0080	0.0160	0.0640	0.7200
全打者平均	0.1714	0.0360	0.0039	0.0142	0.0849	0.6897
全投手平均	0.0831	0.0111	0.0012	0.0006	0.0345	0.8694

表 5: 2012 年日本シリーズでの全てのバントと敬遠の WPA

作戦	試合	状況 (攻撃チーム)	スコア	打者	次打者	従来 WPA	提案 WPA
バント	2	1 回表無死一塁 (日)	日 0-0 巨	西川	糸井	-0.0045	-0.0101
バント	3	6 回裏無死一塁 (日)	巨 2-5 日	今浪	糸井	0.0011	0.0037
バント	〃	8 回裏無死一塁 (日)	巨 3-6 日	陽	今浪	0.0005	0.0006
バント	4	1 回表無死一塁 (巨)	巨 0-0 日	松本	坂本	-0.0045	-0.0021
バント	〃	6 回表無死一塁 (巨)	巨 0-0 日	松本	坂本	0.0039	0.0046
バント	〃	8 回表無死一塁 (巨)	巨 0-0 日	實松	長野	0.0200	0.0168
敬遠	〃	9 回裏二死一三塁 (日)	巨 0-0 日	二岡	杉谷	-0.0271	0.0271
バント	〃	12 回裏一死一塁 (日)	巨 0-0 日	大野	飯山	0.0226	0.0276
バント	5	1 回表無死一塁 (巨)	巨 0-0 日	松本	坂本	-0.0045	-0.0040
バント	〃	3 回表無死一塁 (巨)	巨 2-1 日	松本	坂本	-0.0004	0.0001
バント	6	1 回裏無死一塁 (巨)	日 0-0 巨	松本	坂本	-0.0034	0.0004
バント	〃	7 回表無死一塁 (日)	日 3-3 巨	大野	ホフパワー	-0.0514	-0.0380
敬遠	〃	7 回表二死二塁 (日)	日 3-3 巨	陽	今浪	-0.0505	-0.0356
バント	〃	7 回裏無死一塁 (巨)	日 3-3 巨	松本	坂本	0.0165	0.0226

お，この逆の結果はなかった．実際のプロ野球の試合において，バントは今の打者の能力が低く次の打者の能力が高い場合に，敬遠は今の打者の能力が高く次の打者の能力が低い場合に行われることが多い．このことを考えると，打者の能力や打順を考慮した期待勝率に基づく提案 WPA によって，遂行されたバントや敬遠といった打順を考慮すべき作戦に対して，直感に近い評価を下せるようになっていることがわかる．

4.1.2　選手の活躍に対する評価

ここでは，選手の活躍に対する，WPA に基づく評価にあらわれる違いを見る．

そのために，各選手のプレーの前後の期待勝率の差を加算し日本シリーズ全 6 試合通しての WPA 値を算出した．方法 1. の期待勝率は相手打者の能力を考慮したもので，方法 2. の期待勝率は相手投手の能力を考慮したものである．ここで，投球，失策[10]などの守備時のプレーの提案 WPA(提案守備 WPA) の計算には自チームの方法 1. の期待勝率を，打撃，盗塁などの攻撃時のプレーの WPA(提案攻撃 WPA) の計算には自チームの方法 2. の期待勝率をそれぞれ用いて，それらの和を提案 WPA の値とした．なお，従来 WPA

[10] 失策があった場合，投手と打者には失策がなかったとしたときの WPA を与え，失策した野手には失策がなかったとしたときの状況を失策後の状況に変えたとする WPA を与えるとした．失策の他，暴投，捕逸，盗塁企図，走塁死につながる進塁企図も同様に扱った．これは現行の WPA の付与の仕方とは少し異なる．現行の WPA では 1 プレーに対して，必ず投手と打者 (盗塁のみ走者) に WPA が付与される．つまりミスであっても，ミスを誘ったとして相手の投手あるいは打者がプラスに評価されるのである．あくまで直感に近い評価を下すことを目指すために，この部分は改変することにした．比較に用いる従来 WPA も「従来」とは言っているものの同様である．

の計算は対戦相手の能力を考慮しないので，守備時のプレーでも攻撃時のプレーでも方法 3. の期待勝率を用いて計算した．

結果は表 6,7 のようになった．表 6 は野手，表 7 はリリーフ投手の WPA のランキングである．先発投手のランキングは，それぞれ 1 試合ないし 2 試合しか登板していないため，妥当な順位を与えることができないのでここでは省略する．

表 6: WPA のランキング (野手)

	巨人		日本ハム	
	従来 WPA	提案 WPA	従来 WPA	提案 WPA
1 位	阿部 (0.352)	阿部 (0.407)	飯山 (0.262)	飯山 (0.472)
2 位	矢野 (0.300)	ボウカー(0.305)	稲葉 (0.200)	稲葉 (0.268)
3 位	ボウカー(0.224)	矢野 (0.304)	中田 (0.014)	中田 (0.004)

表 7: WPA のランキング (リリーフ投手)

	巨人		日本ハム	
	従来 WPA	提案 WPA	従来 WPA	提案 WPA
1 位	山口 (0.274)	山口 (0.357)	増井 (0.211)	増井 (0.184)
2 位	高木 (京)(0.193)	高木 (京)(0.265)	宮西 (0.205)	宮西 (0.183)
3 位	マシソン (0.170)	マシソン (0.154)	武田久 (0.102)	武田久 (0.106)

表 8: 日本ハム吉川投手，二岡選手，糸井選手，稲葉選手の投球・打撃能力

選手	p_s	p_d	p_t	p_h	p_w	p_{out}
吉川	0.1470	0.0267	0.0029	0.0092	0.0754	0.7388
二岡	0.2872	0.0106	0.0000	0.0213	0.0851	0.5957
糸井	0.2044	0.0352	0.0050	0.0151	0.1441	0.5963
稲葉	0.1922	0.0470	0.0061	0.0204	0.0757	0.6585

まず表 6 の野手のランキングであるが，従来 WPA と提案 WPA とで巨人の 2 位と 3 位が入れ替わっている．値を見るとボウカーの提案 WPA 値が従来 WPA 値と比べ大幅に大きくなっている．ボウカーは 2012 シーズン，パ・リーグ MVP を獲得した日本ハム吉川 (詳しい能力は表 8 参照) 相手に 3 打数 2 安打 2 本塁打 5 打点と大活躍した．それが，相手投手の能力を考慮した期待勝率に基づく提案 WPA の値にあらわれたものと考察できる．

次に表 7 のリリーフ投手のほうであるが，順位に変動はないものの，巨人の 1 位山口と 2 位高木 (京) は提案 WPA 値が従来 WPA 値と比べ大幅に大きくなっている．一般に 1 打席あたりのアウト率が低い打者は打撃能力が高いと考えることができる．日本ハムの日本シリーズ出場選手の中で，1 打席あたりのアウト率が低い上位 3 選手は表 8 にその能力を示した，二岡，糸井，稲葉である．山口はこの三人の打者に対しては 7 打席 2 安打 2 四球，この三人以外の打者に対しては 11 打席 3 安打 0 四球，失点は 0 という成績であった．すなわち，「抑えると評価が大きく上がって，打たれても評価はそれほど下がらない」能力の高い選手との対戦が多くあり，「打たれると評価が大きく下がって，抑えてもそれほど評価は上がらない」能力の高くない選手にはあまりヒットを許していない．高木 (京) は，アウト率の低い三人の打者に対して 5 打席 0 安打 0 四球，三人以外の打者に対して 2 打席 1 安打 0 四球，失点 0 という成績であった．すなわち，能力の

高い選手を完全に抑えている．こういったことが，相手打者の能力を考慮した期待勝率に基づく提案 WPA の値にあらわれたものと考察できる．

4.2　作戦の選択基準

4.1.1 節の表 5 は 2012 年日本シリーズでのバントと敬遠の WPA についてまとめたものであったが，その表において従来 WPA 値，提案 WPA 値ともに負となっているバントや敬遠が見られる．これは打者の能力や打順を考慮しても，そのバントや敬遠は，WPA 値に基づけば実行すべきではなかったと評価される作戦だったということを表している．

つまり，ある状況で作戦を実行するかどうかについて，提案 WPA が正になるかどうかを考えることで，数理的に正しい選択を与えることが可能であると期待できる．このようなことに着目し，本節ではバント，盗塁，0 アウト一三塁での内野ゴロの処理方法，敬遠といった作戦について，提案 WPA を用いて，打者の並び，イニング，点差を考慮した具体的な選択基準を与えられることを示す．

4.2.1　バント

文献 [16] のタイトル「9 回裏無死一塁でバントはするな」に見られるように，バントは多くの文献で分析されている作戦である．その理由の一つは，日本のプロ野球や高校野球はバントを多用する一方で，データを用いて分析してみると得点確率や期待勝率を上昇させる働きはないという意外な結論を導き出せてしまうからである．例えば文献 [10] では，2005 年日本プロ野球の実際の試合のデータをもとに，あらゆる状況で，バントを試みなかったときのほうが得点が入る確率や入る得点の平均値は大きかったということを指摘している．また文献 [16] では，1 節で述べた鳥越の方法による選手個々の能力が考慮できない状況別期待勝率をもとに，9 回裏同点 0 アウト二塁の場面以外の状況では，バントが期待勝率を上げることはないということを示している．つまり，進塁と引き換えにアウト数を一つ増やすことのほうが普通に打つよりも損ということである．

しかし，点差にもよるが，直感的には次に打率が高い打者が続く場面では打率が低い打者にはバントをさせたほうが良いのではないかと感じる．そこで，ここでは 0 アウト一塁の場面でバントについて，打者の並び，イニング，点差に様々な場合を想定して，その選択基準を提案 WPA を用いて分析した．

より具体的には以下のようにした．バント前の状況 (0 アウト一塁) での期待勝率を P_0 とする．バントが成功した場合，状況は 1 アウト二塁となる．この状況での期待勝率を P_s とする．一方バントが失敗した場合，状況は 1 アウト一塁となる[11]．この状況での期待勝率を P_f とする．今バントの成功率を p とすると，0 アウト一塁でバントをすることによる WPA の期待値は，

$$(P_s - P_0)p + (P_f - P_0)(1 - p) \tag{14}$$

と表すことができる．この値が正のときバントはするべきで，負のときはするべきではないといえる．そこで，以下では式 (14) の値を 0 にするバントの成功率 p を必要最低成功率と呼び，それを様々な想定のもとで算出した．そしてその結果から，今の打者と次の打者との間にどのくらい打撃能力の差があればバントをさせたほうが良いのかを，イニング別，点差別に分析した．

計算にあたっては以下のことをした．

- 打者のモデルとして，アウト率により表 9 の 5 タイプの打者を考えた．アウト率以外の確率はそれらの比が 2012 年のプロ野球平均での比と同じになるように定めた．

  平均打者のアウト率 $p_{out} = 0.69$ は 2012 年プロ野球全体の平均のアウト率にほぼ等しい．一方，最弱打者のアウト率 $p_{out} = 0.87$ は 2012 年プロ野球全体の投手の平均のアウト率にほぼ等しい．なお，参

[11] ここでは打者，走者ともにアウトとなる場合は考慮しない．

表 9: 想定した 5 タイプの打者

タイプ	p_s	p_d	p_t	p_h	p_w	p_{out}	(参考)500 打席での成績
最強打者	0.2706	0.0568	0.0061	0.0224	0.1341	0.51	打率.411 12 本塁打
強打者	0.2209	0.0464	0.0050	0.0183	0.1095	0.60	打率.326 10 本塁打
平均打者	0.1712	0.0359	0.0039	0.0142	0.0848	0.69	打率.246 8 本塁打
弱打者	0.1215	0.0255	0.0027	0.0101	0.0602	0.78	打率.170 6 本塁打
最弱打者	0.0718	0.0151	0.0016	0.0059	0.0356	0.87	打率.098 3 本塁打

考に添えた打率，本塁打数は，レギュラー選手の 1 シーズンを想定し 500 打席立ったとしたときの安打数，本塁打数から求めたものである．

- 打者の並びは，今の打者と次の打者が 5 タイプの打者のそれぞれ，相手の 9 人も合わせた他の 16 人は平均打者とした，25 通りを想定した．イニングは後攻チームの 1〜12 回を想定した．点差は 2 点ビハインドから 2 点リードまでの 5 通りを想定した．
- 最大延長は 12 回とした．以後の実験でも，特に注意が無い場合は同様である．
- 2012 年プロ野球の投手全体のバント成功率 0.633(犠打 167/企犠打 264) を必要最低成功率が上回る場面ではバントは行うべきではないと判断した．打撃が専門でない投手のバント成功率は，バントをすることの多かった選手のデータほど多く入っている全体での平均バント成功率 (0.848) と比べ，プロ野球選手の真の平均バント成功率に近い値をとっていると考えられるからである．

実験の結果をもとに，後攻チームが 0 アウト一塁でバントをする条件を表 10-15 に示す．なお表中で，例えば「-2」は後攻チームが 2 点差で負けている場面,「+2」は 2 点差で勝っている場面を意味している．

表 10: バントをする条件 (1 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強					-2〜+2
	強					-2〜+2
	平均					-1〜+2
	弱					-1〜+2
	最弱					0〜+2

表 11: バントをする条件 (2〜4 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強				+1(4 回),+2	-2(2 回),-1〜+2
	強				+2(4 回)	-1〜+2
	平均					-1〜+2
	弱					-1〜+2
	最弱					0〜+2

表 12: バントをする条件 (5 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強				0〜+2	-1〜+2
	強				0〜+2	-1〜+2
	平均				+2	-1〜+2
	弱					0〜+2
	最弱					0〜+2

表 13: バントをする条件 (6,7 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強				0〜+2	-1(6 回),0〜+2
	強				0〜+2	-1(6 回),0〜+2
	平均				0〜+2	0〜+2
	弱				0〜+2	0〜+2
	最弱				0(7 回)	0〜+2

表 10-15 からわかるように，同点もしくは勝っていて弱打者や最弱打者が打席に立っている場面を中心に，バントをするべき場面はどの回にも存在する．特に 9 回以降は平均打者であっても，次の打者が今の打者よりも劣っている場合も含めたほとんどの場合で，バントをするべきという結果を得た．その他にも，

表 14: バントをする条件 (8 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強			0	0〜+2	0〜+2
	強			0	0〜+2	0〜+2
	平均				0〜+2	0〜+2
	弱				0〜+2	0〜+2
	最弱				0〜+2	0〜+2

表 15: バントをする条件 (9〜12 回),(-2〜0 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強		0(9,12 回)	0	0	0
	強			0	0	0
	平均			0	0	0
	弱			0	0	0
	最弱				0	0

- 試合の序盤では 2 点差で負けていてもバントをするべき場面がある
- 中盤以降は 2 点差で負けていてバントをするべき場面はない
- 8 回同点の場面では，次が強打者であれば投手並みのバント成功率の平均打者 (普段バントをしないような平均打者) でもバントをするべき

などの結果より，バントが 1 点を取るのには直感通り有効な作戦であることがわかる．また判断のもとになった，必要最低成功率の値を見てみると，今の打者が弱いほど，また次の打者が強いほど，その値は低くなっていた．この結果も直感通りである．もちろん，バント成功率が高い打者であれば，同じ打撃能力を持つバント成功率の低い打者と比べてバントをするべき場面はさらに多くなる．よって，実際のプロ野球の試合でバントが多用されることには何の不思議もないといえる．

先攻チームの 0 アウト一塁でのバントについても同様の分析を行ったが，どのイニングにおいても後攻チームと比べてバントをするべき場面は若干少ないという結果になった．これは，どのイニングにおいても後攻チームのほうが残りの攻撃回数が多いため，1 点を取りに行くことによる勝率の上昇が後攻チームのときと比べてそれほど大きくないことが原因であると考えられる．また，後攻チームの 1 アウト一塁でのバントについても同様の分析を行ったが，どのイニングをとっても 1 アウト一塁では 0 アウト一塁のときよりもバントをするべきではないという結果になった．より具体的には，0 アウト一塁のときにバントをするべき場面のうち，次の打者が今の打者以上の能力を持つ場合のほとんどでのみ，バントはするべきだという結果が出た．まずバントをするべき場面の数が減るのは，1 アウト二塁と 2 アウト二塁では 1 アウトのほうが得点が入る確率が大きいからであると考えられる．そして次の打者が今の打者以上の場合だけが残るのは，今の打者と次の打者の能力の差があるほど求められる成功率は低くなる一方で，0 アウト一塁のときにバントをするべき場面のうち必要最低成功率の値が低いものほど 1 アウト一塁でもバントをするべき場面となると考えられるからである．

プロ野球でのこの結果を受け，よりバントを多用するイメージのある[12]高校野球のデータを用いて同様の実験を行った．

- 2010〜2012 年の全国高等学校野球選手権大会 (夏の甲子園) のデータ [2, 3, 11] をもとに，プロ野球と同様の「実質打席」を分母に用いる方法[13]で平均のアウト率等は算出した．値は $(p_s, p_d, p_t, p_h, p_w, p_{out}) = (0.1919, 0.0384, 0.0127, 0.0103, 0.0964, 0.6503)$ となった．
- プロ野球のときと同様に 5 タイプの打者を考え，各タイプの打者のアウト率はそれぞれ，最強打者 0.47，強打者 0.56，平均打者 0.65，弱打者 0.74，最弱打者 0.83 とした．アウト率以外の率はそれらの比が平均での比と同じになるように定めた．
- ここでは最大延長は，2012 年現在の全国高等学校野球選手権大会の規定に則り 15 回とした．

[12]実際に調べてみると，1 試合あたりの平均バント数はプロ野球 (2012 シーズン) では 0.981 個であったのに対し，高校野球 (2010〜2012 全国高等学校野球選手権大会 (夏の甲子園)) では 4.534 個であった．

[13]ただしデータではバントと犠牲フライの数が一緒にされていて区別できなかったので，ここでは犠牲フライ打った打席も打席数には含まなかった．

- プロ野球同様，必要最低成功率が 0.633 を上回る場面ではバントは行うべきではないと判断した．

その結果，高校野球において後攻チームが 0 アウト一塁でバントをする条件は表 16-19 のようになった．なお表 10-15 と同様に，表中の例えば「-2」は後攻チームが 2 点差で負けている場面,「+2」は 2 点差で勝っている場面を意味している．

表 16: 高校野球でバントをする条件 (1,2 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強					+1,+2
	強					+2
	平均					+2
	弱					+2(2 回)
	最弱					

表 17: 高校野球でバントをする条件 (3,4 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強					0〜+2
	強					0(4 回),+1,+2
	平均					0(4 回),+1,+2
	弱					+1,+2
	最弱					+2

表 18: 高校野球でバントをする条件 (5〜8 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強				0(8 回)	0〜+2
	強				0(8 回)	0〜+2
	平均				0(8 回)	0〜+2
	弱				0(8 回)	0〜+2
	最弱					0〜+2

表 19: 高校野球でバントをする条件 (9〜15 回),(-2〜0 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強			0	0	0
	強			0	0	0
	平均				0	0
	弱				0	0
	最弱				0	0

表 16-19 からわかるように，プロ野球よりもバントをするべき場面は少ないという結果となった．このようになったのは，高校野球がプロ野球と比べ平均のアウト率が低めで，またヒットの中で三塁打が出る確率が 3 倍ほど高くなっていることが原因であると考察できる．平均のアウト率がプロよりも低いということは，今の打者の出塁が期待できるケースがプロよりも多いということを表し，また三塁打率がプロよりも高いということは，バントをせずに打っていったときそのまま一塁ランナーが得点する確率がプロよりも高いということを表している．

しかし，この結果から高校野球ではプロ野球よりバントの回数を減らすべきだと考えるのは早計である．まず高校野球はプロ野球よりも各選手の能力の差が激しく，続く二人の打者の能力の差が大きいケースが多い．すなわち，バントをするべき場面を迎える回数がプロ野球よりも大幅に多い可能性は十分にある．また，高校野球ではバントを重要視し，バントの練習に熱心に取り組むチームも珍しくない．したがって，バントの平均成功率が 0.633 よりも高いケースは往々にしてあると考えられる．その場合バントをするべき場面はさらに増える．また，高校野球のデータとして表されているのは，バントをせずに打っていった場合のデータであって，バントを多くした選手の打撃能力はデータにはあまり反映されていない．すなわち，真の高校野球の平均の能力はもう少し低く，さらにもう少しバントをするべき場面は多いと推測できる．以上を考慮すると，高校野球においてプロ野球よりもバントが多用されるのも理にかなっていないことではないと考察できる．

4.2.2 敬遠

敬遠もバント同様，今の打者と次の打者との間の打撃能力の差，イニング，点差によって実行すべきかどうかが変わる作戦である．そこで，ここでは 2 アウト二塁，二三塁の場面での敬遠について，打者の並び，

イニング，点差にバントと同様の場合を想定して，守備チームの敬遠前の状況 (2 アウト二塁ないし二三塁) での期待勝率と敬遠後の状況 (2 アウト一二塁ないし満塁) での期待勝率をそれぞれ計算した．そして後者が前者を上回るときは敬遠をするべきと判断することで，今の打者と次の打者との間にどのくらい打撃能力の差があれば敬遠したほうが良いのかを，イニング別，点差別に分析した．

その結果，まず裏の攻撃 2 アウト二塁で敬遠をする条件は表 20-23 のようになった．なお表中で，例えば「-2」は先攻チームが 2 点差で負けている場面,「+2」は 2 点差で勝っている場面を意味している．

表 20: 2 アウト二塁で敬遠をする条件 (1〜5 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強					
	強	-2〜+1, +2(1,2 回)				
	平均	-2〜+2	-2〜0			
	弱	-2〜+2	-2〜+2	-2,-1, 0(3 回〜)		
	最弱	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+1, +2(1〜3 回)	-2(5 回), -1(5 回)	

表 21: 2 アウト二塁で敬遠をする条件 (6〜8 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強	-2〜0(6,8 回), 0(7 回)				
	強	-2〜0,+1(6 回)				
	平均	-2〜+1,+2(6 回)	-2〜0			
	弱	-2〜+1, +2(6,7 回)	-2〜0, +1(6,7 回)	-2〜0		
	最弱	-2〜+1, +2(6,7 回)	-2〜+1, +2(6,7 回)	-2〜0, +1(6,7 回)	-2〜0(7 回), 0(8 回)	

表 22: 2 アウト二塁で敬遠をする条件 (9〜11 回),(-2〜0 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強	0				
	強	0	0			
	平均	0,+1(11 回)	0			
	弱	0,+1	0,+1(11 回)	0		
	最弱	0,+1	0,+1	0,+1	0	

表 23: 2 アウト二塁で敬遠をする条件 (12 回),(-2,-1 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強	+1				
	強	+1	+1			
	平均	+1	+1			
	弱	+1	+1	+1		
	最弱	+1,+2	+1	+1	+1	

プロ野球の試合で敬遠が行われる場面としては主に次の二つが考えられる．いずれも走者はいるが 1 塁は空いている状況で，序盤 2 アウトでピッチャーの打順の前の打者 (主に 8 番打者) という場面と，終盤の失点を防ぎたい状況で今の打者に比べ次の打者のほうが劣っている場面である．そして表 20-23 は概ねそのイメージ通りの結果を表している．しかし，イメージとは異なる結果も得られた．まず表 20 からわかるように，2 アウト二塁ではピッチャー (最弱打者) の打順の前であっても弱打者レベルの場合は，1〜5 回であれば勝負すべきだという結果が出た．またこれとは逆に，最強打者，強打者レベルの打者相手では次の打者のほうが劣っていれば，1〜5 回であっても積極的に敬遠すべきだという結果も出た．ただし，確率的には有効であるにもかかわらず，こういったことが実際のプロ野球の試合ではあまり行われないのは，ピッチャーが三塁打や本塁打を放つ確率は今回の実験で用いた値よりもさらに低い[14]ので，2 アウト一二塁で投手を迎えることのリスクは実際にはもう少し低いこと，そして序盤から強打者を敬遠するのは多くの観客が見ている前ではやりづらいことが理由にあると考察することもできる．

そして，裏の攻撃 2 アウト二三塁の場合の，敬遠をする条件は表 24-27 のようになった．こちらでも 2 アウト二塁の場合と同様，概ねイメージ通りの結果が得られた．こちらでは序盤であっても最弱打者の前の弱打者への敬遠は有効であるという結果が出ている．

[14]最弱打者のアウト率は投手の平均値に等しいが，他の確率の比は野手の平均値における比と同じにしたため．

表 24: 2 アウト二三塁で敬遠をする条件 (1〜4 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強					
	強	-2〜+2				
	平均	-2〜+2	-2〜+2			
	弱	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+1		
	最弱	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+1	

表 25: 2 アウト二三塁で敬遠をする条件 (5〜8 回),(-2〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強	+1(8 回)				
	強	-2〜+1,+2(7,8 回)				
	平均	-2〜+2	-2〜+1			
	弱	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+1		
	最弱	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+2	-2〜+1	

表 26: 2 アウト二三塁で敬遠をする条件 (9〜11 回),(0〜+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強	+1(9,10 回)				
	強	0,+1				
	平均	0,+1	0,+1			
	弱	0〜+2	0,+1	0,+1		
	最弱	0〜+2	0〜+2	0,+1,+2(11 回)	0,+1	

表 27: 2 アウト二三塁で敬遠をする条件 (12 回),(+1,+2 点差)

		今の打者				
		最強	強	平均	弱	最弱
次の打者	最強	+2				
	強	+1,+2	+2			
	平均	+1,+2	+1,+2			
	弱	+1,+2	+1,+2	+1,+2		
	最弱	+1,+2	+1,+2	+1,+2	+1,+2	

4.2.3 盗塁

盗塁は，打席の打者の打撃能力，イニング，点差，走者の盗塁成功率 (あるいは投手ないし捕手の許盗塁率) によって実行すべきかどうかが変わる作戦である．そこで，ここではそれぞれのアウトカウントの一塁走者の盗塁について，打席の打者に 5 パターンを，イニング，点差にこれまでと同様の場合を想定して，いろいろなイニングや点差のもとで，盗塁前の状況 (一塁) での期待勝率と盗塁が成功した場合の後の状況 (二塁) での期待勝率と盗塁が失敗した場合の後の状況 (アウトが一つ増えランナーなし) での期待勝率をそれぞれ計算し，そこから，バントの分析と同様に，その盗塁による WPA の期待値を 0 にする盗塁の成功率 (必要最低成功率) を算出した．

その結果，図 4,5,6 のようになった．

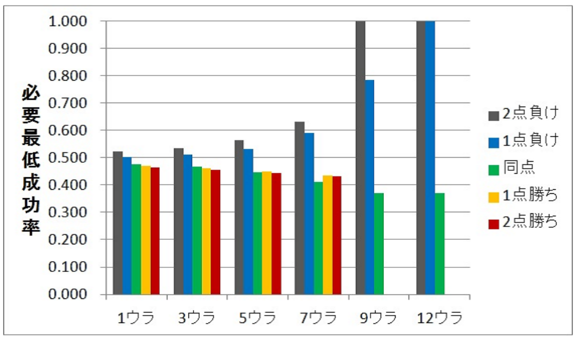

図 4: 2 アウト一塁，打席に平均打者の場面の，得点差別イニング別必要最低盗塁成功率

図 4-6 からわかることを以下にまとめる．

- どのイニングでも多くの場合，得点のリードが大きいほど求められる成功率は低くなる．また終盤に行くにつれて求められる成功率は，負けているときは高くなり，同点もしくは勝っているときは低く

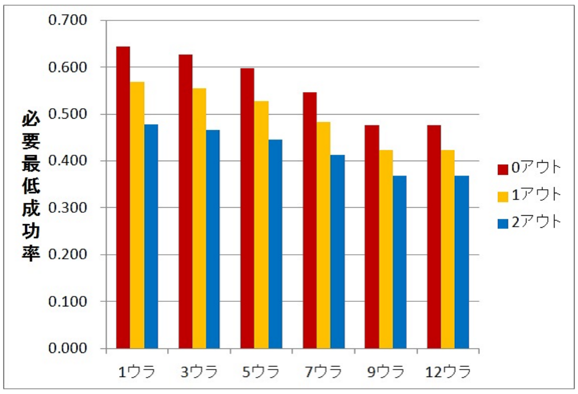

図 5: 同点，打席に平均打者の場面の，アウトカウント別イニング別必要最低盗塁成功率

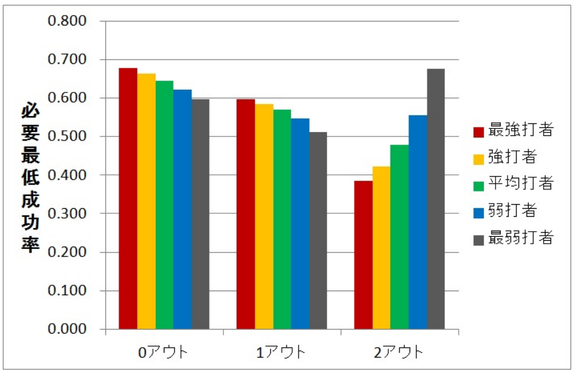

図 6: 1 回裏ランナー一塁，同点の場面の，アウトカウント別打席の打者のタイプ別必要最低盗塁成功率

なる (図 4).
この傾向は 2 アウト，平均打者のときに限らず，どのアウトカウント，どの打者のときでもある.

- どのイニングでもアウト数が増えるにつれて求められる成功率は低くなる (図 5).
この傾向は同点，平均打者のときに限らず，どの得点差，どの打者のときでもある.

- 0,1 アウトでは打者のアウト率が高いほど，2 アウトでは打者のアウト率が低いほど求められる成功率は低くなる (図 6).
この傾向は 1 回，同点に限らず，どのイニング，点差のときでもある.

プロ野球 1 シーズンで 300 打席以上打席に立ちながら盗塁企図が 5 以下の選手は，一般に盗塁をしない選手といえる．そういった選手の平均盗塁成功率は，盗塁をすることの多かった選手のデータほど多く入っている全体での平均盗塁成功率と比べ，プロ野球選手の真の平均盗塁成功率に近い値をとると考えられる．2012 シーズン全 864 試合では，300 打席以上打席に立ちながら盗塁企図が 5 以下の選手の平均盗塁成功率は 0.511(成功 48/盗塁企図 94) であった．ちなみに全体での平均盗塁成功率は 0.673(成功 981/盗塁企図 1457) であった．盗塁の中では二塁への盗塁 (二盗) が多くの割合を占めるので，それぞれの平均二盗成功率もこれに近い値だと推測できる．そして図 4-6 の値，および上でまとめた傾向からもわかるように，必要最低成功率が 0.511 より低い場面は非常に多くある．特に同点もしくは勝っている場面ではほとんどの場合で二塁へ盗塁すべきだという結果になっている．表の攻撃の場合は少し求められる成功率は変化すると予想できるが，それを考慮しても実際の試合での企図数は，訪れる盗塁すべき場面の数に対して少ないと考察でき

る．選手や監督は，盗塁失敗によってチャンスを潰してしまうことのリスクを大きくとらえ過ぎているのかもしれない．

4.2.4　0 アウト一三塁での内野ゴロの処理方法

0 アウト一三塁で平凡な内野ゴロが打たれて三塁走者が本塁へ向かっているとき，守備側には二つの選択肢がある．本塁に送球して三塁走者をアウトにするか，1 点はあきらめて，二塁，一塁と転送して併殺をとるかの二つである．本塁に送球すれば必ず三塁走者はアウトにできて，併殺を選択すれば必ず併殺が取れると仮定すると，その判断は，次の打者の打撃能力，イニング，点差によって変わると考えられる．そこでここでは裏の攻撃 0 アウト一三塁の場面で打たれた内野ゴロについて，次の打者にこれまでと同様の 5 パターンを想定して，いろいろなイニングや点差のもとで，本塁送球選択後の状況 (1 アウト一二塁) での守備側の期待勝率と併殺選択後の状況 (2 アウトランナーなし 1 点追加) での守備側の期待勝率をそれぞれ計算した．そしてその結果から，次の打者の打撃能力別，イニング別，点差別に正しい判断を分析した．

その結果，守備側にとって本塁送球が正しい条件は表 28,29 のようになった．

表 28: 裏の攻撃 0 アウト一三塁の場面で打たれた内野ゴロに対し，守備側にとって本塁送球が正しい条件 (1〜8 回)

		守備側から見た得点差				
		3 点勝ち	2 点勝ち	1 点勝ち	同点	1 点負け
次の打者	最強		1,2 回	いつでも	いつでも	いつでも
	強		1〜4 回	いつでも	いつでも	いつでも
	平均	1〜3 回	1〜5 回	いつでも	いつでも	いつでも
	弱	1〜5 回	1〜6 回	いつでも	いつでも	いつでも
	最弱	1〜6 回	1〜7 回	いつでも	いつでも	いつでも

表 29: 裏の攻撃 0 アウト一三塁の場面で打たれた内野ゴロに対し，守備側にとって本塁送球が正しい条件 (9〜12 回)

		守備側から見た得点差		
		3 点勝ち	2 点勝ち	1 点勝ち
次の打者	最強			いつでも
	強			いつでも
	平均			いつでも
	弱			いつでも
	最弱			いつでも

表 28,29 からわかるように，三塁走者が得点してもまだリードしている場合以外はいつでも本塁送球が正しい．一方，三塁走者が得点してもまだリードしている場合では，次の打者が強いほど，点差があるほど，終盤であるほど併殺を取るのが正しいことが多いという結果になった．併殺をとれば確実に 1 点を失うが，次の打者が弱いほどそれ以上の失点は防げる可能性が上がる一方，本塁送球をとればその 1 点は確実に防げるが，次の打者が強いほどそのあと複数失点するリスクが大きいということがあらわれている．また序盤であるほど，実際に 1 点を加えられるダメージのほうが複数失点のリスクよりも大きいということがわかる．

ところで，攻撃側から見れば，守備側にとって本塁送球が正しい判断の状況で，三塁走者アウト後の状況 (1 アウト一二塁) での期待勝率が三塁走者そのままの状況 (2 アウト三塁) での期待勝率よりも高い場合は，

三塁走者は本塁に突入すべきで，そうでない場合は三塁走者は本塁に突入すべきではないと判断することができる．そこで，それらの攻撃側の期待勝率も計算し，実際にこちらの正しい判断も分析した．その結果，表 28,29 において守備側にとって本塁送球が正しい判断となっている状況では，攻撃側はつねに本塁に突入すべきという結果が出た．

ただし，これは確実に併殺を取られるという仮定の下の結果であって，本塁に送球して三塁走者をアウトにすることができるが併殺は取れないようなゴロだった場合は，守備側にとって本塁送球が正しい判断の状況では三塁走者は三塁に残ったほうが当然よい．また，二塁走者は単打で得点できるとし，暴投等で三塁走者が打者の結果に関係なく得点する可能性を考えていないため，実際の野球での 1 アウト一二塁での期待勝率と 2 アウト三塁での期待勝率との差は，ここでのものとは少し異なったものになると推測できる．

5　まとめと今後の課題

本報告書では，選手個々の能力や打順を考慮した状況 (回，点差，塁状況，打者) 別期待勝率の算出方法，およびその期待勝率の WPA と作戦選択への応用を提案した．まず，既存の選手個々の能力や打順を考慮した試合開始時点の期待勝率の算出方法に対し，そこで用いられた確率や確率変数を塁状況と打者を考慮したものに拡張し，さらに期待勝率の計算を回と点差を考慮するように改めることで，状況別の期待勝率の算出を可能にした．そしてシミュレーション実験では，まず，提案した期待勝率に基づく WPA と従来の WPA を実際の試合に対してそれぞれ求めた．その結果，提案手法のほうが，選手の活躍や遂行された作戦に対し，より直感に近い評価を下せるということがわかった．そして次に，バント，敬遠，盗塁，0 アウト一三塁での内野ゴロの処理方法の四つの作戦について，提案した期待勝率を利用して，打者の並び，イニング，点差を考慮した数理的に正しい選択基準を分析した．その結果，これまで感覚的，経験的なものでしかなかった各作戦の選択に対し，具体的な基準を与えることができた．概ねは感覚通りであったが，中には野球の作戦についての多くの書籍における結論に反するものや，感覚に沿わないものもあった．

今後の課題としては，状況別期待勝率の計算に，より現実に近い仮定を用いることがあげられる．例えば本報告書での仮定では，二塁から単打で得点できるとし，犠牲フライなどのアウトになるプレーでの走者の進塁は無しとしていたため，二塁走者の価値と三塁走者の価値は全く同じであった．それゆえ提案 WPA には，0 アウト二塁からのバントはアウト数を増やすだけの全く意味のないプレーだと評価してしまうというような課題が残っている．本報告書では他にも，盗塁，暴投といった打者の結果に関係ない走者の進塁，併殺などの可能性を考慮していない．これらは，それぞれのプレーが起こる確率がわかれば，遷移確率行列の要素を変更するだけで簡単に考慮することができると予想できる．そうすれば，より現実に近い状況別期待勝率が算出でき，選手の活躍や遂行された作戦に対する評価や作戦の選択基準が，より現実に即した結果となることが期待できる．

謝辞

まず，日頃からの御教授に加え，本報告書の作成にあたり細部に至るまで適切な御指摘と丁寧な御指導を賜った山下信雄准教授に深く感謝致します．また，日頃からお世話になり，本研究を進める上でも有益な御助言を下さった福嶋雅夫教授，林俊介助教ならびに福嶋研究室の皆様に心より御礼申し上げます．

参考文献

[1] Albert, J. and Bennett, J., 加藤貴昭 訳: メジャーリーグの数理科学, シュプリンガー・ジャパン, 東京 (2004).

[2] 朝日新聞デジタル 2011 年 8 月 22 日, http://www2.asahi.com/koshien/93/news/OSK201108220031.html

[3] 朝日新聞デジタル 2012 年 8 月 25 日, http://www2.asahi.com/koshien/94/news/OSK201208240188.html

[4] Bukiet, B., Harold, E.R. and Palacious, J.L.: A Markov Chain Approach to Baseball, Operations Research, 45, 1, 14-23 (1997).

[5] データで楽しむプロ野球, http://baseballdata.jp/index.html

[6] D'Esopo, D.A. and Lefkowitz, B.: The Distribution of Runs in the Game of Baseball, Optimal Strategies in Sports (edited by Ladany, S.P. and Machol, R.E.), 55-62, North-Holland, New York (1977).

[7] 鳩山由紀夫: 野球と OR, オペレーションズ・リサーチ-経営の科学-, 24, 4, 203-212 (1979).

[8] 廣津信義, 宮地力: 野球チームのラインナップ選定のための数理的一手法-日本代表チームの選定を例として-, オペレーションズ・リサーチ-経営の科学-, 49, 6, 380-389 (2004).

[9] James, B: The New Bill James Historical Baseball Abstract, Free Press, New York (2001).

[10] 加藤英明, 山崎尚志: 野球人の錯覚, 東洋経済新報社, 東京 (2008).

[11] 甲子園ハックロム, http://homepage3.nifty.com/moeproject/koshien.html

[12] Lewis, M, 中山宥 訳: マネー・ボール-奇跡のチームをつくった男-, ランダムハウス講談社, 東京 (2004).

[13] Lindsey, G.R.: Statistical Data Useful for the Operation of a Baseball Team, Operations Research, 7, 2, 197-207 (1959).

[14] 岡田友輔, 鳥越規央, Student, 三宅博人, 道作, 蛭川皓平, 森嶋俊行, 高多薪吾: プロ野球を統計学と客観分析で考えるセイバーメトリクス・リポート 1, 水曜社, 東京 (2012).

[15] 大澤清, 合田憲人: 野球における走者の進塁状況を考慮した勝率計算方法, 日本応用数理学会論文誌, Vol.18, No.3, 321-346 (2008).

[16] 鳥越規央: 9 回裏無死一塁でバントはするな, 祥伝社, 東京 (2011).

[17] 鳥越規央: Win Probability Added in Sabermetrics, 数理解析研究所講究録, 1703, 1-9 (2010).

[18] Win Expectancy Finder, http://gregstoll.dyndns.org/ gregstoll/baseball/stats.php

[19] Yahoo!JAPAN スポーツ プロ野球, http://baseball.yahoo.co.jp/npb/

A　延長 m 回まで行ったとき，m 回終了時点で先攻チーム A が勝っている条件付き確率等の算出方法

A.1　試合開始時点での期待勝率の算出に用いる場合

ここでは大澤と合田 [15] が提案した，試合開始時点での期待勝率の算出に用いる，各 $m = 10, 11, \cdots$ について $\bar{\tilde{p}}_{(m,n)}, \underline{\tilde{p}}_{(m,n)}$ が定まっているときの，延長 m 回まで行ったとき，m 回終了時点で先攻チーム A が勝っている，後攻チーム B が勝っている，同点であるの 3 つの条件付き確率 $P_{W(m)}, P_{L(m)}, P_{D(m)}$ の算出方法を与える．

$m = 10, 11, \cdots$ について

1. 式 (7)-(9) を用いて $\bar{\tilde{p}}_{(m,n)}$ と $\underline{\tilde{p}}_{(m,n)}$ を計算．
2. $\overline{p}_{(m+1,n)}$ を次の式にしたがって計算 (式 (3) に対応)．

$$\overline{p}_{(m+1,n)} = \sum_{k=1}^{9} \bar{\tilde{p}}_{(m,k)} q_{(kn)}$$

3. $\overline{\mathbf{R}}_{p_{(m+1,n)}}$ を次の式にしたがって計算 (式 (4) に対応)．

$$\overline{\mathbf{R}}_{p_{(m+1,n)}} = \sum_{k=1}^{9} \frac{\bar{\tilde{p}}_{(m,k)} q_{(kn)}}{\overline{p}_{(m+1,n)}} \overline{\mathbf{c}}_{(m,k,n)}$$

$$\overline{c}_{(m,k,n)_i} := \sum_{r=0}^{i} \overline{R}_{p_{(m,k)_r}} \cdot R_{q_{(kn)_{i-r}}}$$

ただし，$\overline{\mathbf{R}}_{p_{(m,n)}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$ $(n = 1, 2, \cdots, 9)$

4. $\overline{\mathbf{R}}_{(m+1)}$ を次の式にしたがって計算 (式 (5) に対応)．

$$\overline{\mathbf{R}}_{(m+1)} = \sum_{n=1}^{9} \overline{p}_{(m+1,n)} \overline{\mathbf{R}}_{p_{(m+1,n)}}$$

5. 2-4. と同様にして，チーム B の $q_{(ij)}, \mathbf{R}_{q_{(ij)}}$ より $\underline{\mathbf{R}}_{(m+1)}$ を計算．
6. 式 (6) 等より $P_{W(m)}, P_{L(m)}, P_{D(m)}$ を計算．

ここで注意すべき点は，4. において $\overline{\mathbf{R}}_{p_{(m,n)}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$ としていることである．式 (4) での $\mathbf{R}_{p_{(m,n)}}$ は初回からの得点の確率分布を表すが，延長回においては 1 イニング中の得点のみが期待勝率の算出に必要となるため，得点が 0 であるとして計算を行う．

A.2　状況別期待勝率の算出に用いる場合

先攻チーム A が d_0 点リード，A が m_{0A} 回，状態 s_{0A}，i_{0A} 番打者の状況での，$m-1$ 回終了時 $(m = 10, 11, \cdots)$ に同点であるとき，m 回表の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A} i_{0A} (m,n)}$ とする．そして A が d_0 点リード，後攻チーム B が m_{0B} 回，状態 s_{0B}，i_{0B} 番打者の状況での，$m-1$ 回終了時 $(m = 10, 11, \cdots)$ に同点であるとき，m 回裏の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\underline{\tilde{p}}_{s_{0B} i_{0B} (m,n)}$ とする．

ここでは，状況別期待勝率の算出に用いる，$m-1$ 回終了時 $(m=10,11,\cdots)$ に同点であるとき，m 回表 (裏) の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}(\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(m,n)})$ の算出方法，および延長 m 回まで行ったとき，m 回終了時点で A が勝っている，B が勝っている，同点であるの 3 つの条件付き確率 $P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}$ の算出方法を，期待勝率を考える状況別に与える．

(i)9 回表以前の攻撃のとき

このときは，10 回表の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(10,n)}$ の定め方のみが，試合開始時点での期待勝率の算出に用いる $\bar{\tilde{p}}_{(m,n)}(\underline{\tilde{p}}_{(m,n)})$ を求める式 (7)-(9) と異なるものになる．

具体的には,「その状況」の時点で A が d_0 点リードしていることを考慮すると，そこから B は d_0 点多く点を取らなければならないので，10 回表の A の攻撃が n 番打者で始まるとき同点である確率は

$$\bar{p}_{ties_{0A}i_{0A}(10,n)} = \sum_{r=0}^{R_{max}} \overline{R}_{p_{s_{0A}i_{0A}(10,n)}}{}_{r} \cdot \underline{R}_{s_{0B}i_{0B}(10)}{}_{d_0+r} \tag{15}$$

となる．以降は式 (9) と同様にして，9 回終了時に同点であるとき，10 回表が n 番打者から始まる条件付き確率は

$$\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(10,n)} = \frac{\bar{p}_{s_{0A}i_{0A}(10,n)}\bar{p}_{ties_{0A}i_{0A}(10,n)}}{P_{Dsit(9)}} \tag{16}$$

となる．表と裏を入れ替えて A が d_0 点リードしていることを考慮すれば，同様にして 9 回終了時に同点であるとき，10 回裏の B の攻撃が n 番打者から始まる条件付き確率 $\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(10,n)}$ も定められる．

そして 2.2.5 節同様，A.1 節の方法で $P_{Wsit(10)}, P_{Lsit(10)}, P_{Dsit(10)}$ が決まる．$\overline{\mathbf{R}}_{p_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}}$ と $\underline{\mathbf{R}}_{p_{s_{0B}i_{0B}(m,n)}}$ が丸 1 イニングの得点の確率分布を表すようになる $m=11$ 以降は $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}$，$\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(m,n)}$ を定めるところから 2.2.5 節と全く同じ手順で $P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}$ が求まる．

(ii)9 回以降の裏の攻撃のとき．すなわち $m_{0A}=m_{0B}+1$ かつ $m_{0B}\geq 9$ のとき

この場合は，$\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(m_{0A},n)}$ は自明である．なぜなら，例えば 9 回裏 $(m_{0B}=9)$ のある状況での期待勝率を求めるとき，$m_{0A}=10, s_{0A}=1$ となり，また 10 回表の先頭打者の打順 i_{0A} も具体的に決まっている．よって，その状況での，9 回終了時に同点であるとき，10 回表の先頭打者が n 番打者である条件付き確率 $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(10,n)}$ は，次のようになる．

$$\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(10,n)} = \bar{\tilde{p}}_{1i_{0A}(10,n)} = \begin{cases} 1 & (n=i_{0A}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

なおこの状況での $\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(10,n)}$ は，式 (15),(16) の表と裏を入れ替えて A が d_0 点リードしていることを考慮した式で定めることができる．

そして 2.2.5 節同様，A.1 節の方法で $P_{Wsit(10)}, P_{Lsit(10)}, P_{Dsit(10)}$ が決まる．$\overline{\mathbf{R}}_{p_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}}$ と $\underline{\mathbf{R}}_{p_{s_{0B}i_{0B}(m,n)}}$ が丸 1 イニングの得点の確率分布を表すようになる $m=11$ 以降は $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}$，$\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(m,n)}$ を定めるところから 2.2.5 節と全く同じ手順で $P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}$ が求まる．

一般に，考える状況が 9 回以降の裏の場合は以上の方法により $P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}$ を定めることができる．

(iii)10 回以降の表の攻撃のとき．すなわち $m_{0A} = m_{0B}$ かつ $m_{0B} \geq 10$ のとき

この場合は，9 回表以前の場合と同様で，$m_0 + 1$ 回表の先攻チーム A の攻撃が n 番打者で始まるとき同点である確率 $\overline{p}_{ties_{0A}i_{0A}(m_0+1,n)}$ を A が d_0 点リードしていることを考慮して

$$\overline{p}_{ties_{0A}i_{0A}(m_0+1,n)} = \sum_{r=0}^{R_{max}} \overline{R}_{p_{s_{0A}i_{0A}(m_0+1,n)}}{}_r \cdot \underline{R}_{s_{0B}i_{0B}(m_0+1)}{}_{d_0+r}$$

と定める．以降は式 (9) と同様にして，m_0 回終了時に同点であるとき，$m_0 + 1$ 回表が n 番打者から始まる条件付き確率は

$$\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(m_0+1,n)} = \frac{\overline{p}_{s_{0A}i_{0A}(m_0+1,n)} \overline{p}_{ties_{0A}i_{0A}(m_0+1,n)}}{P_{Dsit(m_0)}}$$

となる．表と裏を入れ替えて A が d_0 点リードしていることを考慮すれば，$\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(m_0+1,n)}$ も定められる．

そして 2.2.5 節同様，A.1 節の方法で $P_{Wsit(10)}, P_{Lsit(10)}, P_{Dsit(10)}$ を定める．$\overline{\mathbf{R}}_{p_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}}$ と $\underline{\mathbf{R}}_{p_{s_{0B}i_{0B}(m,n)}}$ が丸 1 イニングの得点の確率分布を表すようになる $m = m_0 + 2$ 以降は $\bar{\tilde{p}}_{s_{0A}i_{0A}(m,n)}$，$\underline{\tilde{p}}_{s_{0B}i_{0B}(m,n)}$ を定めるところから 2.2.5 節と全く同じ手順で $P_{Wsit(m)}, P_{Lsit(m)}, P_{Dsit(m)}$ が求まる．