

特別研究報告書

双線形行列不等式制約付き最適化問題に対する
新しい DC 法とその収束性

指導教員 山下信雄 教授
福田エレン秀美 助教

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 25 年 4 月入学

磯西 市路

平成 29 年 1 月 27 日提出

摘要

制御理論にあらわれる問題には、線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality; LMI) や双線形行列不等式 (Bilinear Matrix Inequality; BMI) の制約をもつ半正定値計画問題 (Semidefinite Programming; SDP) として定式化されるものが多くある。LMI 制約をもつ問題、すなわち線形凸 SDP の場合は、内点法等により効率よく解くことができる。一方で、BMI 制約をもつ問題は一般に非線形非凸 SDP となり、先述の問題と比べて解くことが難しい。特に BMI 制約付き最適化問題は NP 困難であることが示されており、大域的最適解を求めることは非常に困難となる。したがって、BMI 制約付き最適化問題を考える際は、局所的最適解を求めることを目標としても十分実用的であると考えられる。

非線形非凸最適化問題を解く手法のひとつに DC (Difference of Convex functions) 法と呼ばれるものがある。DC 法とは、非線形関数を 2 つの凸関数の差に分解して問題を解く手法である。Dinh らは BMI 制約付き最適化問題に対する DC 法を提案している。ここでは、双線形行列値関数を行列不等式で定義された凸関数の差に分解し、非凸の項を線形近似することで凸計画問題に帰着させ、その問題を繰り返し解くことで元の問題の局所的最適解を得る。Dinh らは正則化パラメータが反復回数によらない正定数に固定されている場合に大域的収束することを示している。しかし、このパラメータを固定していると速い収束は期待できない。本報告書ではこの手法を基に、制約条件の行列値関数の分解を各反復において更新する手法を提案する。さらに、正則化パラメータを反復回数に応じてゼロに収束するように選んでも、大域的収束することを示す。提案手法を用いていくつかの数値実験を行い、Dinh らの手法と比較した結果、Dinh らの手法よりも良い結果が得られる場合があることを確認した。