

特別研究報告書

無制約な多目的最適化問題に対する
新しい降下法

指導教員 福田エレン秀美 准教授
山下信雄 教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 28 年 4 月入学

一二 暉生

令和 2 年 1 月 29 日提出

摘要

多目的最適化問題は目的関数が複数からなる最適化問題であり、世の中の様々な分野に存在している。多目的最適化問題の解法の一つとして、単一目的関数の最適化問題における解法を拡張した降下法が挙げられる。降下法はある特別な部分問題の最適解を探索方向とする反復法である。部分問題を適切に選べば探索方向はすべての目的関数の降下方向となり、直線探索と組み合わせることによって、大域的収束を保証することができる。これまでに、最急降下法やニュートン法など、様々な降下法が提案されてきた。しかしながら、それぞれの方法には長所と短所が存在する。最急降下法はその部分問題が簡単な凸2次計画問題となるが、目的関数のヘッセ行列の情報を利用していないために収束が遅い。ニュートン法は適当な仮定のもとで2次収束する。しかし、ニュートン法には (i) 目的関数のヘッセ行列が正定値行列である場合にしか適用できず、(ii) その部分問題は凸2次計画問題よりも難しい2次制約2次計画問題となるという二つの欠点がある。

本報告書では、ニュートン法の欠点を解消した新たな手法を提案する。まず、欠点 (ii) を克服するために、ニュートン法の部分問題に対する Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件に着目する。KKT 条件を満たすラグランジュ乗数が予めわかっているならば、そのラグランジュ乗数を用いて、ニュートン法の部分問題と等価な凸2次計画問題を構成することができる。実際には、そのラグランジュ乗数を事前に知ることはできないため、その推定値の計算方法を提案する。さらに、欠点 (i) を克服するために正則化法と組み合わせることを考える。この推定値および正則化を組み合わせた部分問題は、目的関数のヘッセ行列の情報を含む凸2次計画問題となる。本報告書では、この部分問題を用いた降下法を提案し、適当な仮定のもとで大域的収束することを示す。さらに、数値実験を通して最急降下法やニュートン法と比較し、提案手法の優位点を検討する。