特別研究報告書

正則化項を一般化した Levenberg-Marquardt 法とその局所収束性

指導教員　　山下信雄　教授
山川雄也　助教

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 29 年 4 月入学

有泉　洵平

令和 3 年 2 月 12 日提出

摘要

Levenberg-Marquardt 法 (LM 法) は，非線形方程式 $F(x) = 0$ を解くための代表的な解法である．ここで，F は，$\mathbb{R}^n$ から $\mathbb{R}^m$ への連続的微分可能な関数である．ニュートン法は，非線形方程式の解 x^* に対して F のヤコビ行列 $F'(x^*)$ が正則であるという条件の下で，初期点を解の十分近くに取ることで 2 次収束することが知られている．LM 法は，その条件よりも弱い，F のノルムが解の近傍で局所的エラーバウンドとなるという条件のもとで 2 次収束することが示されている．この条件は $m = n$ でなくても成り立つ．LM 法は，$m \ll n$ の場合にも適用できるが，問題の特別な構造を利用していないため，問題によっては効率的であるとはいえない．

本報告書では，問題の構造を利用できるように，より柔軟な LM 法を提案する．通常の LM 法では，ニュートン方程式の残差の二乗に，ノルムの二乗を正則化項とした部分問題を解く．本報告書では，この正則化項を一般化した LM 法を提案する．さらに，F のノルムが局所的エラーバウンドとなるという仮定のもとで，正則化パラメータを適当に選ぶことにより，その手法によって生成される点列が 2 次収束することを示す．また，提案手法の特別な場合として，L1 ノルムを正則化項とした LM 法を考える．L1 ノルムを正則化項とすることによって，部分問題の解である探索方向は疎なベクトルになる．その結果，$m \ll n$ の問題では，効率よく F のヤコビ行列が計算できるようになる．最後に数値実験によって，$m \ll n$ の問題に対して，L1 ノルムを正則化項とした提案手法の優位性を確かめる．