

特別研究報告書

非線形半正定値計画問題に対する
メリット関数の効率的な直線探索法

指導教員 山下 信雄 教授
山川 雄也 助教

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 28 年 4 月入学

板脇 大河

令和 3 年 2 月 2 日提出

摘要

非線形半正定値計画問題 (以下, 非線形 SDP) は半正定値行列を決定変数とする最適化問題であり, 制御やロバスト最適化, 構造最適化など様々な応用をもつ. 近年では莫大なデータを含む大規模な非線形 SDP を解く需要が高まっている. 非線形 SDP の代表的な解法として乗数法, 逐次 2 次計画法, 主双対内点法などがある. これらの手法では, まず, ある部分問題を解くことによって探索方向を求め, 次に, 大域的収束を保証するために直線探索によってステップ幅を求める. 一般に, 非線形最適化問題の解法における計算時間のボトルネックは, 部分問題の求解である. 一方, 大規模あるいは性質の悪い非線形 SDP においては, 直線探索がボトルネックとなることが多い. これは, 直線探索で用いるメリット関数とよばれる関数の中に, 半正定値行列錐への射影が含まれているからである. 実際, 半正定値錐への射影の計算は行列の規模の 3 乗となることが知られている. そのため, 射影の計算を省略することができれば, 直線探索の計算時間の削減が期待できる.

本論文では, 射影の計算を省略することを可能にした直線探索法を提案する. メリット関数には射影のノルムの二乗で定義された関数が含まれている. その関数が凸関数であり, かつその勾配がリプシッツ連続であることを利用して, その関数の下界と上界を与える関数を構成することができる. その上界と下界を用いれば, 射影を陽に計算することなく, メリット関数値を推定することができる. 本論文ではこのアイデアに基づいて, 効率よくアルミホのルールを満たすステップ幅を求める直線探索法を提案する. さらに, その妥当性を調べるために数値実験を行った. その結果, 従来手法に比べて提案手法がより少ない射影の計算で, 適切なステップ幅を求められることを確認した.