

特別研究報告書

最悪ケースの CVaR 最適化問題に対する
交互方向乗数法とその効率的な実装方法

指導教員 山下信雄 教授
福田エレン秀美 准教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 31 年 4 月入学

山本 昂大

令和 5 年 1 月 31 日提出

摘要

投資配分を決める問題において、投資の損失を定量化したリスク指標が重要な役割を果たす。CVaR (Conditional Value-at-Risk) は VaR (Value-at-Risk) を超える損失の期待値として定義されるリスク指標であり、様々な数理的により性質を持っている。しかしながら、CVaR の計算には損失の従う確率分布が既知でなければならないという欠点がある。最悪ケースの CVaR (以下 Worst-Case CVaR) はこの欠点を克服するために提案されたリスク指標である。Worst-Case CVaR とは、損失の従う確率分布の集合 (以下、不確実性集合) を考え、その確率分布の中で CVaR が最悪となるような分布をとったときの CVaR である。本報告書では、不確実性集合が既知の複数の分布の混合分布で表されているときに Worst-Case CVaR が最小となるポートフォリオを求める問題を考える。この不確実性集合では、混合分布を構成する分布の割合が不確実であると考えられる。この最適化問題は、混合分布を構成する分布のサンプルを用いることによって線形計画問題として定式化できる。線形計画問題を解く一般的な解法である内点法や単体法は、サンプル数の二乗以上の計算量が必要となる。正確な近似を行うためにはサンプル数を大きくするのが望ましいため、大きなサンプル数に対しても高速に計算できる手法が求められている。最近、この問題に対して拡張ラグランジュ法を適用することが提案された。しかし、拡張ラグランジュ法の部分問題は非線形最適化問題となり、これを各反復で正確に解かなければならないという欠点がある。また、部分問題の求解に必要な計算量を正確に見積もることもできない。

本論文では、拡張ラグランジュ法と交互方向法を組み合わせた交互方向乗数法を用いることを提案する。さらに交互方向乗数法の部分問題を正確に解くアルゴリズムを提案し、その計算量を与える。また、実際の株価データを用いた数値実験を行い、提案手法の優位性を確かめる。