

特別研究報告書

2次割当問題の半正定値制約を考慮した
混合線形整数計画問題への定式化

指導教員 山下信雄 教授
福田エレン秀美 准教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
令和2年4月入学

房野 舜樹

令和6年1月26日提出

摘要

2次割当問題とは、 n 個の施設を n 箇所の地点に配置する際に、施設 i から施設 k への流量 f_{ik} 、地点 j から地点 l への距離 d_{jl} を考え、コストを $f_{ik}d_{jl}$ として、コストの総和が最小になるように施設と地点の割り当てを求める組合せ最適化問題である。2次割当問題は巡回セールスマン問題などを含む NP 困難な問題である。

2次割当問題は適当な変数を追加することによって混合整数計画問題 (MIP) に定式化できることが知られている。しかしながら、その MIP の連続緩和問題が与える下界値は一般には小さい値になるため、分枝限定法に基づくソルバーでは多大な計算時間が必要になる。一方、より大きい下界値を与える手法として、半正定値計画問題 (SDP) に基づく半正定値緩和が注目を集めている。しかしながら、SDP を含む分枝限定法の実装は難しく、また、下界値の計算に時間がかかることがある。

本報告書では、既存の MIP ソルバーでも扱えるように2次割当問題と等価な MIP に半正定値緩和の情報を組み込むことを考える。ただし、半正定値制約は非線形な制約条件となるため、そのままでは MIP ソルバーで扱うことができない。そこで、本報告書では、半正定値制約を有限個の線形不等式制約を用いて近似する手法を提案する。また、計算効率をあげるために、その線形不等式を疎な定数ベクトルで構成する方法を与える。MIP の汎用ソルバーである CPLEX を用いて提案 MIP モデルの有効性を調べた。実験結果から、提案 MIP モデルでは、既存の MIP モデルに比べて、CPLEX で生成されるノードの数が少なくなることを確認した。また、疎な定数ベクトルを利用することで、実行時間が短縮できることを確認した。