

数理最適化によるリスク管理手法に関する研究

熊野 信太郎

Contents

1	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.1.1	リスク管理の動向	1
1.1.2	対象とするリスク管理	3
1.2	研究の概要	7
1.2.1	研究の目的	7
1.2.2	数理最適化手法の適用	9
1.2.3	論文の構成	10
2	災害無線中継車配置のためのロバスト最適化	13
2.1	はじめに	13
2.2	中継車配置の課題	14
2.2.1	中継車の配置	14
2.2.2	周波数の割付	15
2.3	最適配置問題の定式化	19
2.3.1	最適性の考え方	19
2.3.2	中継車配置と周波数決定の記号表現	19
2.3.3	評価関数の定義	20
2.3.4	最重要中継車の定義	23
2.4	最適化の解法	23
2.4.1	中継車配置と周波数決定の解探索の流れ	23
2.4.2	方針の生成方法	24
2.4.3	伝送品質と経路数の計算方法	25
2.5	計算結果	26
2.6	おわりに	28
3	空港施設運用における効率とセキュリティの最適化	37
3.1	はじめに	37
3.2	問題の定式化と制約条件	39
3.2.1	空港地上設備運用	39
3.2.2	待ち行列理論による混雑の評価	39
3.2.3	抜き取り検査と危険物通過率	43
3.2.4	空港施設運用上の制約	44
3.2.5	定式化	45
3.3	解法	45

3.3.1	課題と解法	45
3.3.2	2次元動的計画法	47
3.4	例題による評価	48
3.4.1	基本的なパターンの考察	48
3.4.2	多種類の検査がある場合の考察	50
3.5	おわりに	56
4	運用制約条件下での複数プラントの最適保守計画	57
4.1	はじめに	57
4.2	問題の定式化と制約条件	60
4.2.1	単一の部位に対する補修意思決定	60
4.2.2	複数プラント全体での意思決定	62
4.3	メタ戦略解法適用のための準備	64
4.3.1	課題の性質と解法の条件	64
4.3.2	ペナルティ関数	65
4.3.3	変数の拡張	65
4.3.4	目的関数の性質	69
4.4	解探索手法	72
4.4.1	遺伝的アルゴリズムとシンプレックス法を組み合わせた SCGA 法	72
4.5	アドホック手法による解探索	74
4.5.1	特殊なケースでの課題の性質	74
4.5.2	初期化と制約条件調整	74
4.5.3	NPV 最大化戦略	75
4.6	例題による評価	76
4.6.1	課題と性質	76
4.6.2	手法比較評価	76
4.7	おわりに	82
5	結論	83
	謝辞	86
	参考文献	87
A	災害無線中継車配置における数理最適化手法	95
A.1	シミュレーティドアニーリング	95
A.1.1	基本となる SA 法	95
A.1.2	複数種類の変数を持つ目的関数に対する SA 法	97
A.2	伝送品質と最重要中継車の計算	98
B	空港施設運用における数理最適化手法	105
B.1	2次元 DP アルゴリズム	105
B.2	ラグランジュ緩和法	106
B.3	待ち行列ネットワーク (Queueing Network Analyzer)	107
B.3.1	QNA モデルの入力	107
B.3.2	QNA モデルの計算	108

C プラント補修計画における数理最適化	111
C.1 Nelder-Mead のシンプレックス法	111
C.2 シンプレックス法の改良	113
C.2.1 再探索の判断	113
C.2.2 多点の同時変換	115
C.3 遺伝的アルゴリズム	115
C.4 変数の連続化と再離散化による解法	119

Chapter 1

序論

1.1 研究の背景

1.1.1 リスク管理の動向

最近，新聞・マスコミなどを通じて「リスク」という言葉に触れることが多くなってきた [5, 43, 50, 54]．これは，米国同時多発テロや阪神大震災，原子力発電所の事故等，ここ数年間に大規模な災害が発生したことから，大型リスクに対する危機管理意識が高まったためである．大型リスクは，我々の社会システムや社会基盤に著しい損害を及ぼす可能性を秘めており，従来のリスク管理や保険の運用では扱えない複雑さとインパクトを持っている．

従来の代表的リスク管理技術は，主に金融分野におけるリスク評価やリスク回避などで研究，検討されてきた [49]．デリバティブ取引では，不確実性が高く事例も少ない金融上の脅威に対するリスクを，確率論を元に算定し保険商品化している [21]．特にオプション取引では，不確実な将来における対策方法の選定に関する権利自体を経済的に定量化して価格を決定する [57, 73]．また，経済活動における競合状態での意思決定では，ゲーム理論を用いて定量的に優劣の評価を行う [59, 68]．こうした金融分野でのリスク管理においては，わずかなリスク評価の誤差が大きな経済的インパクトとなって現れるため，数学的な定式化や厳密な定量化手法について先行して検討が進められ，金融工学という1つの研究分野となっている [17, 57, 73]．

しかし，こうした通常のリスク対策があてはまらないケースが近年増加している．例えば，プラント事故では，事故発生確率は部品の劣化や検査能力，補修効果などが複雑に絡み合い，事故確率の評価や確率低減のための対策効果の評価に技術的専門知識が求められる．また，自然災害のリスクでは被害の集中規模が大きいために，平均をとればリスク規模が小さく抑えられることを前提としていた従来型の保険による対応が困難であり，発生確率を低減させることも容易でないことから，災害発生後の対応の適正化や2次災害の防止の検討が主題となる．このように，大規模災害に対してはいかにリスクを評価し，リスクを低減・防止していくかについて，従来の金融分野で検討された手法がそのままでは使えず，より幅広い技術分野を統合し，広い視点に立った政策規模での方法論を考えな

くてはならないケースが多く発生する。

こうした背景から、OECD（経済協力開発機構，Organization for Economic Co-operation and Development）の国際未来プログラムが2000年から2002年に実施され、21世紀の新たな大規模リスク（システミック・リスク）に対するリスク管理政策の見直しを図った[79]。その中では、自然災害、テロ関連リスク、技術的事故、感染症、食品の安全という大きく分けて5種類のリスクに焦点をあてている。

このうち、自然災害に関しては、1995年1月に発生した阪神大震災が身近な例として挙げられる。これは我々の社会が自然災害に対して極めて脆弱であることを再認識させるものであった。自然災害の場合、災害を予防する努力も重要であるが現実には困難な面も多いため、むしろ災害発生後の対策、特に迅速で正確な情報収集が重要である[22]。この時、災害現場では何が起きるかわからないという慎重な姿勢に立って最善の方法を考えるということが、実用的な意思決定の場面では必要になる。

テロの例に関しては、2001年9月の米国での同時多発テロが記憶に新しい。このテロ被害は、通常一般市民が使用する空港等の交通拠点での安全チェックもテロ防止の上では重要であることを示した。テロ後の空港運用では、検査体制を強化し安全性は高まったが、検査に時間がかかるため窓口に長蛇の列が出来ている光景をニュース報道等で多く目にするようになった[80, 85]。リスク予防の適正化という観点からは、危険物が持ち込まれるリスクと、厳しすぎる安全検査による運行遅れや混乱のリスクとのバランスを考慮して空港設備の運用を決める必要がある[91, 92]。

技術的災害の例としては、1991年2月及び2004年8月の美浜発電所の事故が挙げられる。これは、原子力プラントという社会インフラの運用において、経営者にとって負担となる定期検査や予防保全にかかる費用の合理化と、事故でプラントが停止し被害を引き起こすリスクとの関係をどう考えるかということの重要性を我々に突きつけた[87]。ここでは、経営的な視点と技術的な視点に関する多くの制約条件下での意思決定を求められる。

感染症の例については、1984年に日本では始めて認定されたHIVエイズや、2003年に突如中国や台湾を中心に大量の感染患者が発生したSARS(重症急性呼吸器症候群)が代表例である。特にSARSは感染力の高さにより、商談・渡航の取りやめや生産ラインの停止等、非感染者にも多大な影響を与えた[83, 84]。これに対しては、感染源および経路の解明や拡散を抑制するための検査体制のあり方等の検討が重要な課題である。

食品の安全については、2001年に国内で初めて発生したBSE(牛海綿状脳症)の問題がある。これについては既に現時点で全頭検査がなされているが、今後若い牛の検査は行われないという動きもあり、病気の牛肉が世の中に出回らないための検査の考え方の検討や管理が必要である[93]。また、全頭検査自体について危険の防止にどれだけ役立っているかを疑問視する分析もあり[54]、BSE発生の原因解明を中心とした真に有効な対策の検討について、飼料等の流通経路の適正化や透明化等の対策が求められる。

このような大型リスクへの管理方針は、OECDのプログラムではリスク評価、リスク防止、緊急時管理、復興の問題という段階に整理されている。リスク評価では、リスクの要因である脅威（ハザード）の根源から最終的な影響にいたる各段階の特定と評価を行

う。ここでは、多様な専門分野に基づいた科学・技術的知識を利用した定量的なアプローチも重要である。また、リスク防止では事故や災害を発生前に予防し、影響を緩和する。予防戦略として、警戒レベルの設定やレベルに合った検査の策定が重要となる。緊急時管理は、災害規模や状況に関する情報収集手段の確保や災害発生後の損害拡大の防止が重要な課題である。復興の問題では、損害賠償や補償の決定と教訓の整理を行う。

こうしたリスク管理対策では、経験やその場での判断では対応できない問題を多く含むため、客観的で合理的な指標に基づく意思決定手法を確立し、リスク管理者を支援することが、安全・安心な社会を構築するために極めて重要である。意思決定手法では、問題を数学的に定式化し、定性的・定量的な評価基準をもとに最適な対策を求めることが期待される。この時、問題を単純化して既存の手法をあてはめることが必要になる場面もあるが、実用上有効な対策を求めるためには、複雑な現実の課題をなるべく忠実に定式化し、複雑な問題を見通しよく解決するための手法を確立することも重要なテーマである。本論文では、現実問題に忠実な定式化と、現実の運用条件に基づいた意思決定を行うための数理最適化手法について考察する。

1.1.2 対象とするリスク管理

これまで大規模リスクに対するリスク管理の担当組織は、主に行政や自治体であった[51]。しかし、先に述べたように、大型リスクの中には高度な技術に関する専門知識が要求されるものも多く、また製品知識が運用方針決定上必要になることもある。そのため、製品を提供するメーカ側がリスク管理に関する知見や技術を保有しておき、場合によっては管理主体である行政や自治体に対して、製品納入の際にリスク管理の観点に立った運用を提案できることも今後重要になってくると考えられる。

こうした観点から、本研究では製造メーカの提供する製品群から構成される社会インフラに密接に関連するものを中心として、リスク管理対象を選定する。

具体的に選定するのは、OECDがリスク管理政策で整理した5種類のリスクのうち、

1. 自然災害に対応するものとして、災害地での情報収集における無線中継車の配置問題による緊急時管理、
2. テロなどの犯罪対策として、空港運用における手荷物の抜き取り検査方法と混雑緩和方法によるリスク防止、
3. 技術的災害に対応して、プラント保守計画における補修時期や補修方法の決定問題によるリスク評価・リスク防止

である。それぞれの対象におけるリスク管理の基本的な方法と必要性について次に説明する。

大規模な自然災害が発生した際の緊急時管理としては、災害への適切な対応や社会への正確な情報伝達という観点から、迅速かつ正確な通信手段の確保が必要になる。通常の通信手段としては、電話回線や衛星を利用する方法があるが、非常時の通信手段として、

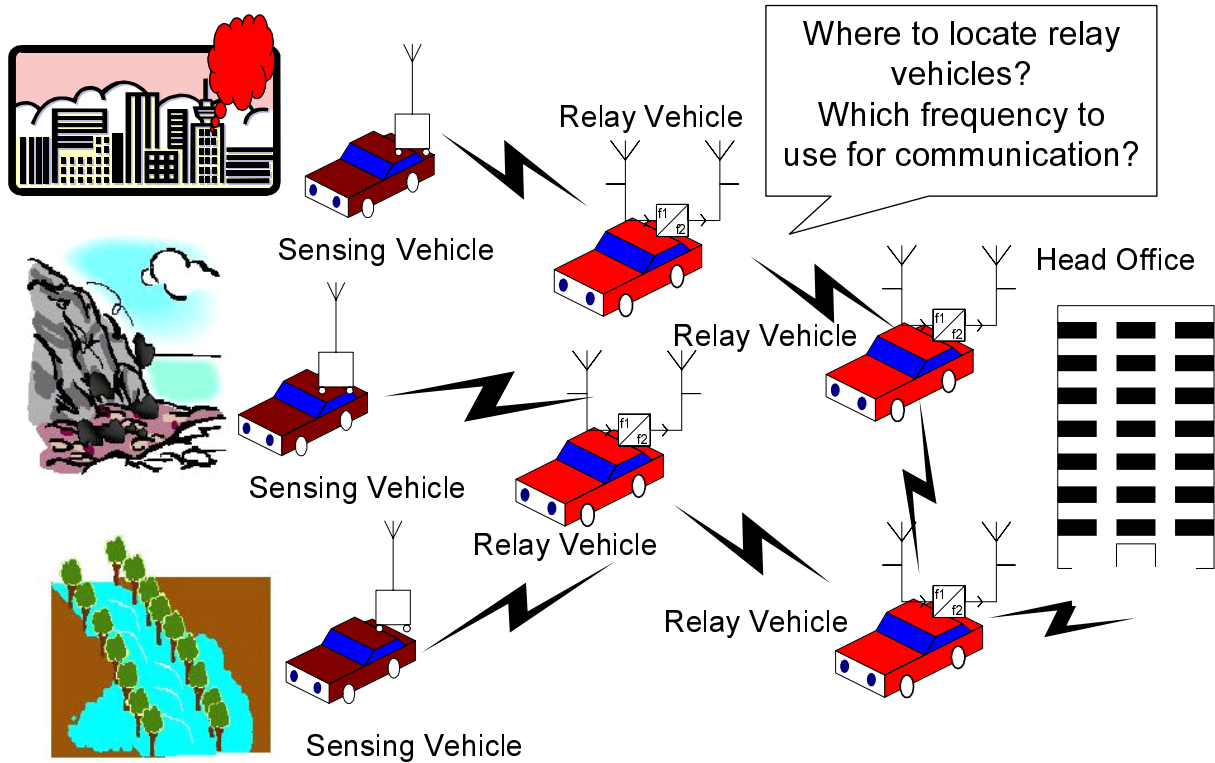


Figure 1.1: Decision of location and frequency of relay vehicles

災害現場と対策本部の間を複数の中継車で結ぶ無線通信方式が注目されている。これは通信インフラの整備されていない発展途上国でも適用可能であり、主要通信網が被害をうけた場合の代替通信手段としても有効である。実際に、有珠山噴火災害現場における情報収集では、無線中継車を現地に派遣し札幌市消防局指令情報センターと消防隊員間の直接交信を実現した [86]。無線中継車配置に関する基本方法を Fig. 1.1 に示す。

空港テロ等に対するリスク防止としては、空港施設運用での検査体制を強化し、危険物の持込を早期検知することが重要である。検査には様々な機器や方式があり、人間による検査でも全ての荷物を調べる検査から、部分的に抜き出す検査がある。X線検査のように比較的高速に行えるものも、バイオ検査や化学物検査のように時間のかかる検査もある。こうした、検知能力や検査効率の異なる検査をどのように組み合わせると、危険物通過率（検査で危険物を含んだ手荷物が検知されずに受理される確率）を抑えて効率よく旅客を処理できるかを求めることが重要である。こうした検査と効率の両立の課題は、SOLAS 条約¹ でコンテナ貨物の検査強化が求められている港湾ターミナルでも今後必要

¹ 元々は、1927 年北大西洋上で起きたタイタニック号沈没事故を契機に定められた「海上における人命

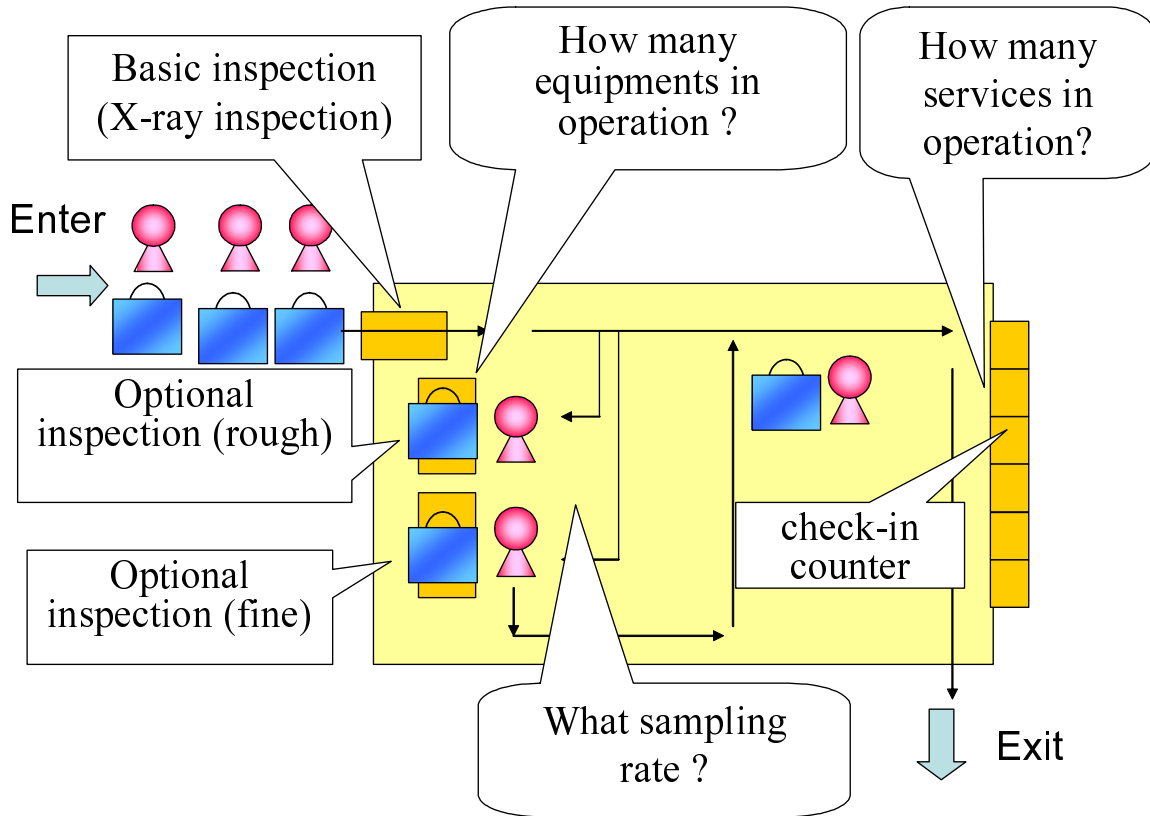


Figure 1.2: Decision of number of services and sampling rate

になってくる [74]. さらに、現在全く手がつけられていない鉄道での手荷物検査についても、今後必要になる可能性がある [81]. この基本方法を Fig. 1.2 に示す.

プラントの補修計画に関しては、プラントを構成する各部位の劣化状態を評価し、今後の事故確率を予測するリスク評価と、事故リスクが高くなる前に適切な補修対策をとるリスク防止が必要である. 事故を完全に防止するのであれば、毎年全部位を検査・補修すればよいが、経済的な観点から現実的ではない. 事故リスクが低いうちは放置して運転し、事故リスクが高くなる直前に補修することができれば、経済性を考慮した最適な計画となる. 米国ではこうしたリスク管理を支援する運転支援システムを使い、経済的効果を上げている. 近年国内でも火力発電プラント等を中心に、リスクを評価して運用するリスクベースメンテナンスの考え方が使われ始めている [56, 64, 78]. この基本方法を Fig. 1.3 に示す.

の安全のための国際条約」である. 米国テロを受けて 2004 年に SOLAS 条約が改訂され、船舶・港湾施設・荷物の安全確保の強化が国際的に求められた. これに則り国内法「国際航海船舶及び国際港湾施設の保安の確保等に関する法律」が制定され、全国各地の港湾で関係者以外の立ち入りを厳しく取り締まることが義務付けられた. 具体的には、フェンスや入場ゲートの設置、入退場時のパスの提示等が必要となった.

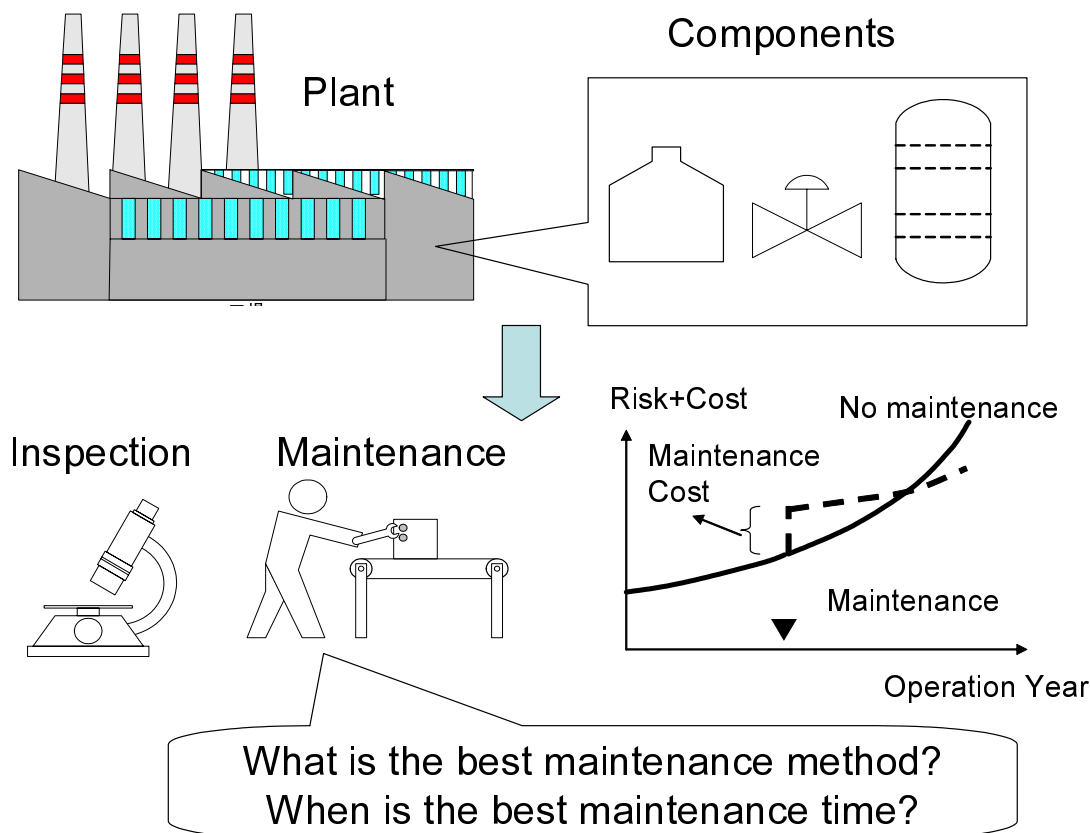


Figure 1.3: Decision of time and method of plant maintenance

これらの課題は、それぞれ複雑な要因が絡んでおり、人間が経験等に基づいて漠然と判断するやり方では最適な運用を決められない。従って、これらの対象において理論的・定量的な枠組みでの意思決定の最適化手法が確立できると非常に有効である。また、本論文にて取り上げなかった感染症と食品の安全については、テロ対策と類似の構造を持ち、大量の移動の中での追跡性が重要であるという見解もあり [27]、本論文で取り上げるテロ対策の手法がある程度カバーしている。

本論文では、リスク管理の対象について、実用上の特徴を損なうことなく、適切な数理最適化手法を選択・改良する手法について議論する。選択した対象はリスクの性質も最適化目的・運用条件も異なるが、それぞれの課題への解決法を通じて、数理的最適化手法のリスク管理における実用的重要性を示す。

1.2 研究の概要

1.2.1 研究の目的

本論文の目的は、リスク管理のための社会インフラの運用計画立案に有効な数理最適化の適用方法を、具体的課題を通じて示すことである。そのためには、適用する数理最適化手法の選択や改良を、課題分析と理論分析の両面から決定することが必要である。本節では、これまで研究されてきた数理最適化手法の特徴を概観し、具体的課題の分析を踏まえた解法の基本方針を示す。

前節で選定したリスク管理の対象を、解決すべき意思決定上の課題という観点でまとめると、以下のようになる。

1. **災害無線中継車：**災害発生後の情報収集において、無線中継車の配置場所と中継車同士の通信相手を決めることで、通信経路をロバストに確保する。通信経路をロバストに確保するとは、各中継車が担当する通信経路としての品質の総和が最も大きい中継車を最重要車として、この最重要車がトラブルで使えなくなった場合の通信経路の品質を最大にすることである。これは、中継車を配置した後での「最悪の事態」を想定し、最悪事態で残された機器を最大限有効に利用できることをあらかじめ考慮して車両を配置することを意味する。さらに、中継車の配置には、配置しやすい場所としにくい場所があり、こうした配置容易性も考慮する必要がある。
2. **空港施設運用：**テロ発生の防止策として、空港において異なる検知能力を持つ複数検査を組合せて運用し、危険物通過率を抑え検査による滞在時間を最小化する。複数検査を組み合わせる方式は、基本となる検査を旅客全員が受け、その検査の後で複数の検査に抜き取りで振り分ける単純な構成とする。旅客全体での待ち時間と検査を受ける時間の和である平均滞在時間を最小にするためには、時間がかかるが検知能力の高い検査と、検知能力は高くないが高速に処理できる検査とにそれぞれどれだけの旅客を振り分け、それぞれの検査窓口をいくつ用意すればいいかを定める。効率だけを重視するのであれば、検知能力は問わずなるべく処理速度の速い検査に振り分ければよいが、危険物通過率を目標値以下に限定することを考慮すると、時間のかかる検査も必要になる。
3. **プラント保守：**プラント保守・運用計画支援として、どのプラントのどの部位に対して何年後にどういう補修を行うかを決定する。どういう補修を行えばよいかは、補修による事故リスク低減効果から、計画した補修費用分を引いた金額で決める。事故リスク低減効果は、補修せずに廃却予定年まで使った場合の事故リスクと、ある年にある方式の補修をした場合の廃却年までの事故リスクの差である。ただし、補修方式には高価な対策も安価な対策もあり、補修後の劣化が小さい補修も、補修後すぐにまた劣化する補修もある。一般に、安価な補修を選択すると、補修費用は安いが補修後の事故リスクが高い計画となり、高価な補修を選択すると、事故リスク

は小さくても費用は高価な計画となる。さらに、複数プラントや部位の補修時期が重なると、年毎の許容補修費用上限を超えるため、補修計画自体が成り立たなくなる場合があり、それを避けるためには各年毎の予算制約を考慮して計画する必要がある。

このように、選定した対象はそれぞれ意思決定上困難な課題を持つ。ここでは、課題解決のためにどのような数理最適化問題として定式化し、どのような解法を用いるべきかについて検討する。

1. **災害無線中継車：**配車場所と通信用の周波数を決定変数とする。配車場所同士の距離や位置関係と周波数によって、通信可能な相手との伝送品質は自動的に決まる。配車場所の候補地は、配置容易性の評価も含めて事前に選定しておくことが実用的であるため、候補地の中から選択することになり、離散変数となる。この課題の目的関数は、本部と観測地点を結ぶ全ての通信可能な経路についての伝送品質の和である。ただし、全ての無線中継車が使える場合の品質ではなく、最も重要な中継車（その中継車を通る経路が全て不成立になった場合に、伝送品質の和が最低になるもの）が使えない状況下での品質である。そのため、目的関数の評価には、決定変数を固定した段階で最も重要な中継車を求め、それを除去した状態での伝送品質を評価する、という2段階構造が必要になる。こうした性質から、目的関数は非線形で微分不可能になるため、メタヒューリスティックな方法で解を探索することが効果的である。
2. **空港施設運用：**検査窓口数と各検査への抜き取り率を決定変数とする。目的関数は、窓口全体での平均滞在時間であり、これを全体の危険物通過率と検査を担当する総係員数が基準値以下という条件下で最小化する。平均滞在時間は、待ち行列ネットワーク理論に基づき評価する。各検査窓口の滞在時間は、窓口数と抜き取り率の2種類変数で決まり、2種類の変数にはそれぞれ重み付き総和についての制約条件があるため、ある種のナップザック型の問題として定式化できる。ただし、抜き取り率に関しては抜き取り率の総和と危険物通過率が基準以下という複数の制約条件があり、制約条件の扱いを工夫する必要がある。
3. **プラント保守：**プラントを構成する部位毎の補修時期と補修方法を決定変数とする。最適化すべき対象は、補修アクション（時期と方法）による事故リスク低減効果と、補修に必要な費用の差で定義される正味現在価値（NPV）である。各部位の寿命予測は複雑な解析計算やシミュレーション計算に基づき評価されるため、NPVは微分の出来ない非線形関数になり、メタヒューリスティックな方法が有効となる。さらに、運用方針に関する制約条件が多く複雑な形をとるため、これらを全てペナルティ関数として目的関数に組み込むことが最も現実的なアプローチとなる。ペナルティ関数を組み込んだ目的関数は、局所的に急な谷のある複雑な形状をもつため、メタヒューリスティックな解探索を用いるが、谷に落ち込みにくい方法で変数空間全体をまんべんなく探索できる手法をとることが重要となる。

1.2.2 数理最適化手法の適用

前節で述べたように、リスク管理における現実的な課題では、目的関数が非線形で微分不可能、制約条件が非線形で多様、目的関数が二段階最適化になる等の複雑さを有している。こうした数理計画問題に対しては、各々の問題の性質を踏まえて、最適化手法を具体化する必要がある。実際、様々な問題の解決に有効な数理最適化手法は、問題の性質に応じて提案されている [15, 25, 34, 60, 71]。

数理計画問題は、目的関数と制約条件が全て 1 次関数の時、線形計画問題といい、必ずしも 1 次関数とは限らない場合に非線形計画問題という。本論文で取り扱う課題は全て非線形計画問題である。非線形計画問題は、変数が整数に限られる場合に整数計画問題と呼ばれ、変数の重みつき和の形を持つ制約式の下で、別の和の形を持つ目的関数を最大化する問題をナップザック問題という [11, 18]。制約条件が組合せ的な構造をもつ場合には、組合せ最適化問題という。本論文の課題では、無線中継車の課題は組合せ最適化問題であり、テロ対策の課題はナップザック型の問題である。ナップザック型の問題とは、複数種類の変数がありその各変数項の和の形に分離可能な目的関数と制約条件を持つ問題のことを指す。プラント保守の課題は、組合せ最適化問題としても定式化できるが、変数を連続変数になるよう補間し、制約条件をペナルティ関数として目的関数に加算することで、制約なしの非線形計画問題としても扱える。

組合せ最適化問題に対して厳密解を求める代表的解法は、分枝限定法 [24] と動的計画法 [4] がある。これらは基本的に解を列挙する方法であり問題の規模が大きくなると組合せ爆発を起こす。しかし問題の構造をうまく利用することで解の列挙を効率的に行う方法が多く提案されている。例えば、重み係数をうまく分割する方法 [18] や、目的関数の各加算項の凸性を利用するもの [23] がある。

一方、厳密な最適解を求めなくても現実的な時間で良質の解を求めることを狙った近似解法も、多くの分野で適用され成果を上げている [1, 44]。近似解法は、基本戦略として欲張り法や局所探索法がある。局所探索法の例は、微分情報が使える場合にはニュートン法や最急降下法、共役勾配法等がある [13, 14, 25]。微分情報が使えない場合の手法としては、Nelder-Mead のシンプレックス法が有効であり [47, 55]、最近ではこの改良手法も提案されている [31, 42]。

また、基本戦略より多少時間がかかってもより良質の解を求めることを重視する方法の一般的枠組に、メタ戦略がある [71]。メタ戦略の代表としては、遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithm) [7]、アニーリング法 (SA: Simulated Annealing) [33]、タブー探索法 (TS: Tabu Search) [16] 等がある。

最近のメタ戦略手法としての研究では、大域的探索と局所的な探索を組み合わせる方法により、効率よく複雑な問題も解けることが示されている。基本的な方法は、多スタート局所探索法であり、局所探索の初期点を多数選んで、より大域的な最適解を得ることを狙う。最近では、大域的探索に GA 法等のメタ戦略を使い、局所探索手法と組み合わせるメメティックアルゴリズムと呼ばれる解法がよく使われている [20, 26, 30]。

また、厳密解法でも近似解法でも、制約条件を満足する範囲で解探索することで問題

がより複雑になるという困難に対処する方法として、制約条件を目的関数に加算し、制約条件からは取り除いて問題を緩和した状態で解を探索し、緩和項の係数を求めていく方法が有効である場合も多い。このアプローチの代表例がラグランジュ緩和法である [9]。

これらの性質を考慮し、本論文ではそれぞれの課題における問題の定式化と数理最適化手法の適用・改良を行なった。適用と改良のポイントを以下に示す。

1. 災害無線中継車：

- (a) 配置位置と周波数を SA 法により探索
- (b) 目的関数を二段階問題（ミニマックス問題）として定式化
- (c) 二段目の最適化は行列解法により高速化

2. 空港施設運用：

- (a) 検査への抜き取り率と各検査への係員割り当て数を、2次元動的計画法により最適化
- (b) ラグランジュ緩和法による制約条件の取り扱い
- (c) 待ち行列ネットワーク理論による滞在時間の高精度評価

3. プラント保守：

- (a) 部位毎の補修時期と補修方法を、遺伝的アルゴリズム（GA）による大域的な探索と Nelder-Mead のシンプレックス法による局所探索を組合わせた SCGA 法 (Simplex Coding Genetic Algorithm)[20] により探索
- (b) 制約条件をペナルティ関数として目的関数へ組み込み
- (c) 離散変数の補間と再離散化

各課題については、第 2 章以降にて詳細に論じる。

1.2.3 論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第 1 章では、研究の背景と目的を示し、社会インフラの運用によるリスク管理の具体的課題とそれに対する手法の特徴を簡単に説明した。

第 2 章では、災害発生後の情報収集のために、無線中継車をどこに配置し、どういう周波数で各車両を結べばよいかという運用の意思決定法について考察する。意思決定の際、最も重要な中継車が使えない場合の伝送品質や通信経路数を考慮する必要がある。二段階最適化であるミニマックス型の問題となる。本論文での定式化はロバストな通信経路の確保に有効な手法であり、いくつかの具体的な例題を用いて、冗長経路を保有し伝送品質の高い経路を構成できる車両配置ができることを示す。

第3章では、航空機によるテロなどの防止のために、空港チェックインプロセスにおける荷物検査をどのように行うかに関する意思決定について考察する。荷物検査は、危険物通過率レベルと検査に要する時間とで特徴づけられる。全旅客に同じ検査を行うのではなく、一部の旅客を抜き取ってそれぞれ異なる検査を行うようにすることで、全体の危険物通過率を基準以下に抑え、旅客の平均滞在時間（手続きを待つ時間と手続き時間の和）を最小化する。これにより、様々な能力の検査があるときには、1つの主要な検査を集中的に使うほうがいい場合、複数の検査を組合せて使うほうがいい場合があること、危険物通過率基準に満たない検査も有効に利用できること等の有効な実運用方法を示す。

第4章では、プラントの補修計画に関する意思決定について考察する。プラントの事故確率は、プラントを構成する複数部位それぞれの劣化確率から決まるため、補修計画として各部位に対しいつどういう補修を行うかを決める必要がある。この問題は目的関数の形状が複雑であり、局所探索において制約違反とならないように注意深く探索を行う必要がある。さらに部位毎の補修時期や補修方法に多様な組合せがあり局所最適解も多いため、大域的な探索も重要である。そこで最近活発に利用されているメメティックアルゴリズムの1つである、GA法とNelder-Meadのシンプレックス法を組合わせたSCGA法を用いる。実プラントの状態を模擬した複数のケースに対する数値実験により、従来使っていたアドホックな方法に比べ優れた解を得られることを示す。

第5章では、4章までの研究で得られた成果をまとめ今後の研究課題について述べる。特に、目的関数の定義、制約条件の取り扱い方法と目的関数の構成方法、解探索アルゴリズムの重要性と課題に応じた取り組み手法の指針について言及する。

また、付録に各課題で適用した数理最適化手法の原理と特徴をまとめる。

Chapter 2

災害無線中継車配置のためのロバスト最適化

2.1 はじめに

1995年に発生した阪神大震災は、広域の都市災害として社会に大きな打撃を与えた。マルチメディア時代の入り口で遭遇したこの大災害では、多種多様で膨大な量の情報が発生し、その伝達において通常の電話に加え、携帯電話、ファックス、防災行政無線、アマチュア無線、衛星通信、さらにはインターネットやパソコン通信等の様々なメディアが活用された。

災害時に発生する多種多様の情報を処理するメディアの中で、行政が災害の状況を早期かつ正確に把握するための通信手段の確保は、災害への対策や社会への正確な情報伝達という観点で重要である[22]。国や自治体では、こうした重要性を踏まえて、防災無線システムの高度化（郵政省）[88]や防災用移動端末の開発（三重県）[90]等に取り組んでいる。災害発生時の情報伝達においては、輻輳等による通信障害及び装置そのものの破壊や故障を想定して2重3重の通信系列を持つことが必要とされる。

災害発生時の基本的な通信方法として、災害現地に派遣した観測車と対策本部の間を複数の中継車で結び、防災無線帯域の周波数帯を活用した無線通信方式がある[88]。これは通信インフラの発達した都市型災害でも、インフラの整備されていない地方や発展途上国での災害でも同様に活用可能であり、災害影響範囲の広域化にも対応可能な方法である。

観測車と対策本部との間を結ぶ中継車の配車は、地形による電波伝播の条件、地勢や幹線道路状態による配車の容易性、複数観測車の分散状態へ対応可能性等を考慮して決定しなくてはならない。また、特定の観測車との通信を行う際、送受信信号の混信や、情報が本来の経路以外で伝わることによる混信をさけるため、各中継車の送受信周波数を決定する必要がある。

本章では、災害発生時に複数の決められた観測地点に配置される観測車と対策本部及び、その間の伝送信号を中継する複数の中継車からなる無線通信システムにおいて、中継

車の配置場所及び中継車の送受信周波数を決定する問題を取り扱う。その際に、配置した中継車のうち1台が使用不能となることを許容した問題、即ち単一故障でシステムの機能を喪失しないというロバスト性を保証する設計問題と捉える。これは、災害発生直後には2次災害の発生により中継車が破壊される場合や配置候補地へのルートが不通となる場合等の可能性が高いという、実際問題に対処するためである。

この問題は、任意の中継車の1台の故障に対して、通信経路を最大限確保するとともに、伝送品質を最大にすることである。このため、無線通信システムにおける観測車、中継車と本部との間の通信経路の設定に関し、通信の伝送能力を伝送品質と伝送経路の冗長度の統合した形でモデル化し、無線通信システムの伝送上最も重要な中継車の故障が発生した条件下で伝送能力を最大化するミニマックス型の最適問題として定式化する。また、本研究は現実の通信で課題となる混信のない通信経路確立のための中継車での周波数決定も合わせて解決することが特徴である。非線型整数計画問題を解く必要があり、シミュレーティドアニーリングを基本として、行列演算 [28] による計算の高速化を組み込んだ解法を提案する。具体的な数値例でその有効性を検証した結果を示す。

最適配置問題 [1, 44, 61] は、ORの分野で古くから研究されている。実務応用を狙ったものに限定しても、ポロノイ図による学校やポストの最適配置 [58]、被覆モデルによるネットワーク上の施設配置 [6] 等がある。また、配置の意思決定に対して、競合相手を導入した競争立地モデルについては、ショッピングモールの小売吸引力を扱う問題 [8] や、ハブ空港配置をシュタッケルベルグ問題として扱った2段階最適化問題 [62] がある。

これらは、問題の理論的なアプローチのために、現実の課題での運用条件の本質的な部分を抽出して、理論的な厳密性と汎用性を持たせていることで価値が高い。

これに対し本研究は、現実問題の直接的な解決に主眼を置き、災害時の通信経路確保という社会的ニーズの強い問題を取り上げ、課題の性質を忠実に定式化することを目指した。現実問題として考えざるを得ない「重要な設備の故障」をミニマックス型の課題として組み込み、設備設置の条件や考慮すべき評価基準も実運用を忠実に反映した。

第2.2節では、問題を具体的に説明し、第2.3節で最適化問題として数学的に定式化する。第2.4節ではシミュレーティドアニーリング法を基本とする解法について説明する。第2.5節では、典型的なモデルに対して実行した結果により、解の性質や解探索時間についての評価を行う。

2.2 中継車配置の課題

2.2.1 中継車の配置

広域災害が発生し、公共の通信手段が輻輳や被害により使用不能となった状況を仮定する。災害発生の場合、被害状況を迅速かつ正確に把握するために観測車を派遣する。観測車は、被害状況が大局的に把握できるように広範囲に分散するように派遣される。大局的把握を行うための観測装置としては、他にハイテク気球 [75] やヘリコプター等もあるが、台風被害などの悪天候状況下では使用が限定される。車両は空からの観測に比べるとアク

セス性や大局性では劣るものの、基本的な手段として有効である。

観測車には、本部からの指令を受け情報を送信するための通信機が搭載される。指令や情報は、音声の場合と画像等のデータの場合がある。災害における観測範囲としては、阪神大震災や有珠山噴火の $100\sim 200\text{km}^2$ 以上が対象となる。本部が県庁に置かれた場合、観測点から本部までの距離は直線距離で $50\sim 100\text{km}$ 以上となりうる。一方、通常の実効放射電力レベル (1kW) で基地局のアンテナ高さが 100m とすると 30db の受信強度を得るには 40km 以下、10db でも 85km 以下が条件となる (通信周波数 150MHz の場合)[45, 10]。

従って、観測車と本部との間を中継する中継車が必要になる。現実的な出力と環境を考慮すると、観測車と中継車、中継車同士、中継車と本部の距離はそれぞれ 30km 以下となる。中継車の配置数は少ないほどよいので、1 台の中継車が複数の観測車と本部との中継を担当することも可能とする。ただし、以下に説明するように、災害現場ではいかなる障害や2次災害が発生するとも限らない。1 台の中継車が使用不能になっても、通信経路が途絶しないロバスト性も合わせて求められる。

以上のことから、災害の状況収集において以下を決定することが課題の一つである。

【課題1】

固定された複数位置の観測車と本部との間に中継車を複数配置し、多段の中継により観測車と本部の情報伝達を可能にするように、複数の中継車位置を決定する。配置に際しては、伝送品質や経路の冗長性、配置の容易性等を考慮して適切な場所を選定する。

ここで、伝送品質とは、正常に通信される確率であり、経路の距離や地形条件から決められるものである。経路の冗長性とは、複数経路数であり、1 台の中継車の故障に対しても通信を継続できる性質である。伝送品質と経路の冗長性を総合して伝送能力と呼ぶ。配置の容易性とは、各中継車を指定の配置場所に到着させやすさを意味し、地形、道路の混雑状況や道路幅等から決定されるものである。

観測車と本部を結ぶ中継車の配置の例を Fig. 2.1 に示す。

2.2.2 周波数の割付

通信の成立条件は、中継車同士が電波の届く距離にあるということに加えて、送信側の中継車の無線機と受信側の無線機の周波数が同じに設定してあることが必要である。

中継車には、上位側との連絡用、下位側との連絡用の2台の無線機を搭載する。1 台の中継車が使用できる周波数は配置している間中固定である。データ通信の場合には、必要なデータを全て受信し蓄えてから送信することも可能であるため無線機は1 台でもよい。しかし音声通信の場合には、蓄えを行うと人間にとって不自然な遅延が発生するために、受信しながら送信する必要がある。従って2 台の無線機が必要になる。

受信しながら送信するため、送信と受信の周波数が同じであると1 台の中継装置の中で混信が起きる。上位側用と下位側用とで異なる周波数を用いることが必要になる。

このため、使用する周波数の種類についても考察が必要となる。特定の観測車と本部との通信経路を確立する際に、本部→中継車 R1 →中継車 R2 →観測車、という場合を考

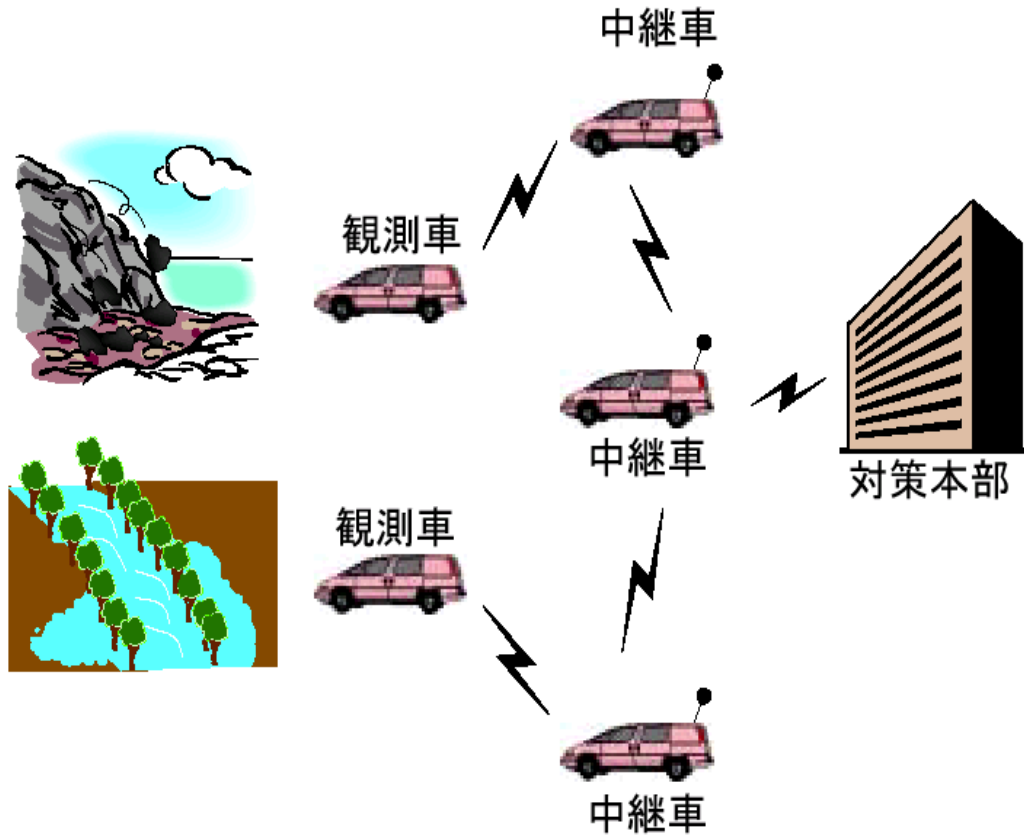


Figure 2.1: Sensing vehicles connected to head office by relay stations

える．本部の周波数を f_1 とし，中継車の周波数を（上位側，下位側）で表すことにする．最低の周波数種類で経路を確立するには，中継車 R1，中継車 R2，観測車の周波数をそれぞれ $(f_1, f_2), (f_2, f_1), f_1$ とすればよい．中継数が多くなっても 2 種類の周波数を交互に使うことで経路の確立が可能と思われる．

しかし，現実にはこの方式では混信が発生する場合がある．

中継車 R1, R2, R3, R4 が $(f_1, f_2), (f_2, f_1), (f_1, f_2), (f_2, f_1)$ という周波数で通信する場合を考える．この時，中継車 R1 からの出力が中継車 R2 に届くと同時に中継車 R4 にも届く可能性がある．R1 から R2, R3 を経由したメッセージと R4 に直接届くメッセージとには若干の遅延関係があるため，これにより中継車 R4 において混信が発生する．R1 や R4 が本部，観測車であっても同様である．混信の例を Fig. 2.2 に示す．

中継車導入の原則から考えると，中継車 R1 と中継車 R4 は十分離れていることが期待されるが，第 2.2.1 項で説明したように，中継機は 1 台で複数の観測車との中継を受け持つ場合があり，かつ伝送品質がなるべく高くなるように配置されるので，観測地点が多い場合や観測地点間の位置関係が複雑な場合には必ずしも中継車 R1 と中継車 R4 が離れていないことも考えられる．したがって一般には，2 種類以上の周波数を用いて，各中継車

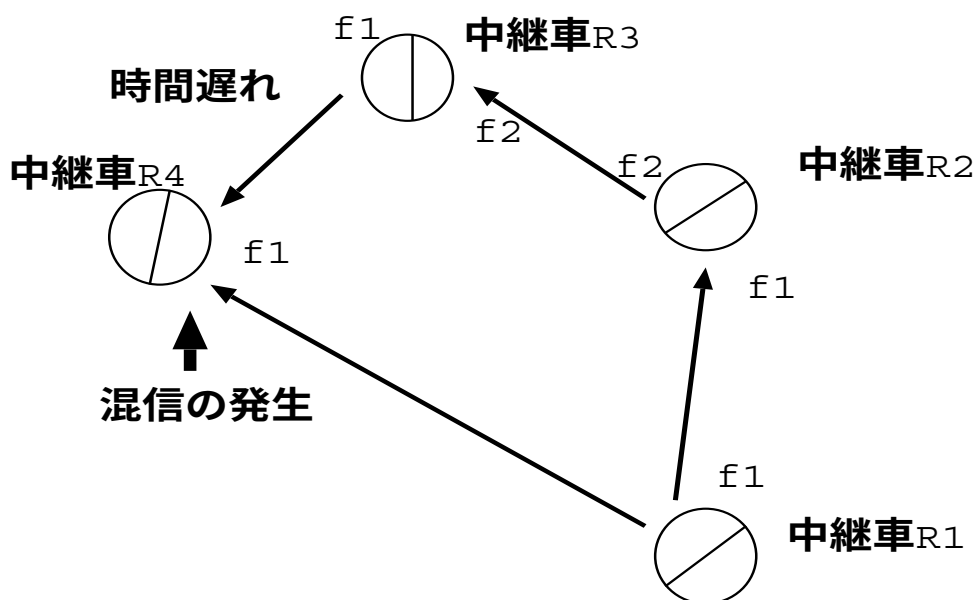


Figure 2.2: Example of interference on a communication path

の位置を決定する際に、中継車に搭載する2台の無線機の周波数を混信が起きないように決定する必要がある。

次に、周波数の決定の際、本部から特定の観測車S1への経路が複数存在する方がより冗長な配置であるが、複数の経路がある場合に経路間での混信をおこさない工夫について説明する。

Fig.2.3に、複数経路が定義できる配置の例を示す。

通信は音声によるものとする。本部は、観測車との通信を行う前にこれから使う経路を定義するデータ D として、経路として使用する中継車と観測車のID番号を並べたデータを送信することにより経路を1つに決定する。1例を以下に示す。

$$D = (\text{経路の定義}; \text{path} = (R1, R3, R5, S1))$$

データを受信した中継車は、データの命令が経路の定義であることを認識し、データ内の経路を表すID番号を調べる。自分が経路に含まれていなければ、音声データを受信しても下位側への送信は行わない。自分が経路に含まれていた場合には、送信用周波数を用いて送信する。

経路を定義するデータを送信し直すことにより、異なる経路を使用することが可能である。

なお、複数の観測車との交信での混信については、以下の理由により考慮する必要がない。即ち、複数の相手と同時に交信することは、音声を使用する場合には無用である。1回のタイミングでは本部からある1つの観測車に対してのみ交信することとする。これにより、複数観測車との通信による混信の問題もなくなる。

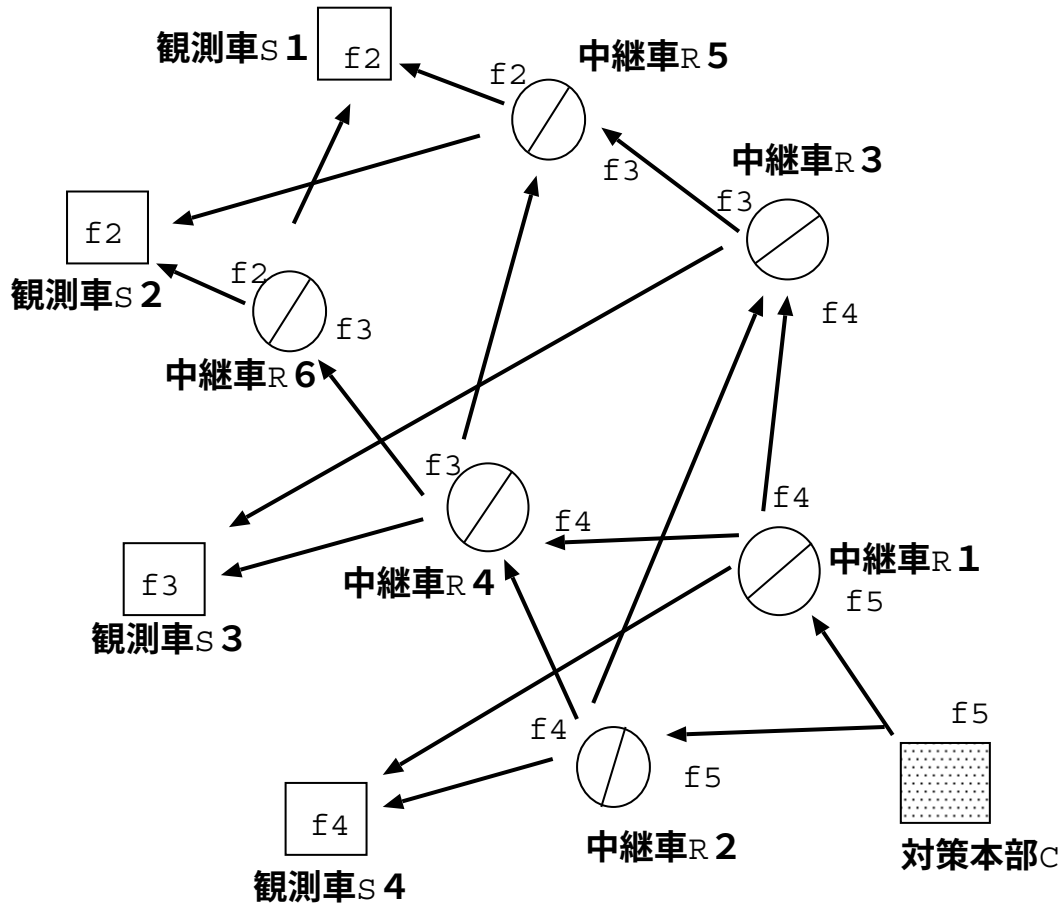


Figure 2.3: Locations with plural communication paths

以上，混信を回避するための方針を Table 2.1 にまとめる．

第2の課題は以下のようなになる．

【課題2】

固定された複数の観測車と本部とを中継する複数の中継車を配置する際に，各中継車の使用する2種類の周波数と観測車の周波数とを決定する．決定に当たっては，経路の冗長度が高くなることと，決定される経路の伝送品質が高くなることを目的とする．

なお，本論文では（本部側周波数）＞（観測車側周波数）という制約を設けた．これにより解空間は限定されるが，経路にループが生じず，解探索を効率化することができる．また，この制約により，異なる経路に同一の中継車が使われた場合に観測車側・本部側の逆転が起こらないことを注意しておく．したがって今後，本部側を上位側，観測車側を下位側と呼ぶ．

Table 2.1: Avoidance of interference

混信内容	回避法
1つの伝送経路内での混信	各中継車毎に送受信周波数を割り当てる.
1つの観測車と本部との間の複数経路間の混信	通信開始時に, これから使用する経路を1つに決めるデータを送信する.
複数の観測車との間の経路間の混信	本部と複数の観測車との同時交信は行わない.

2.3 最適配置問題の定式化

2.3.1 最適性の考え方

前節で説明した課題に対する最適化について説明する. 最適化とは, 指定された台数の中継車の位置と, 中継車と観測車の周波数を以下の最適性に基づいて最大化することである.

【最適性】任意の1台の中継装置が故障した場合にも, 重要な観測車との通信経路数が多く, かつ経路の伝送品質が高くできること. 最適性の評価指標は, 冗長な経路数及び各経路の伝送品質であり, これをまとめて伝送能力と呼ぶ.

2.3.2 中継車配置と周波数決定の記号表現

記号 S_i により観測車を表し, R_j により中継車を表すものとする. 中継車の配置場所は, 事前に候補地として選定しておく N 種類の場所に限定されるものとし, このうちの M 箇所に実際に配置するものとする. 観測車は L 種類の場所に配置されているとする. 本部は C で表す. 中継車の j 番目の配置場所は P_j^r で表し, 観測車の i 番目の配置場所は P_i^s で表す. 本部の場所は P_c で表す.

中継車, 観測車の状態を表す変数を以下のように定義する. 中継車の配置を表す変数 r_j は, $j = 1, \dots, N$ について j 番目の配置候補場所に実際に中継車を配置する場合には1, しない場合には0をとる. 使用周波数は, j 番目の場所の中継車が上位側との通信に使う周波数を $f^{up}(j)$, 下位側との周波数を $f^{dn}(j)$ とする. 周波数は, H 種類 ($F = \{f_1, \dots, f_H\}$) の中から選択する. 配置されない場所 j' での周波数は $f^{up}(j') = f^{dn}(j') = 0$ とする. これらを,

$$\vec{r} = (r_1, r_2, \dots, r_N)$$

$$\vec{f}^{up} = (f^{up}(1), f^{up}(2), \dots, f^{up}(N))$$

$$\vec{f}^{dn} = (f^{dn}(1), f^{dn}(2), \dots, f^{dn}(N))$$

と表す.

観測車については, L 種類の場所にすべて配置されているので, 配置を表す変数は定義しない. 使用周波数は, 観測車 S_i について $f^s(i) \in F(1 \leq i \leq L)$ とする.

$$\vec{f}^s = (f^s(1), f^s(2), \dots, f^s(L))$$

本部の使用周波数は $f^c(c) = f_H$ (固定) とする.

また, 決定すべき変数をまとめて X で表し, 方針と呼ぶ. 方針 X は中継車の配置と周波数, 観測車の周波数をまとめたものであり, $X = \{\vec{r}, \vec{f}^{up}, \vec{f}^{dn}, \vec{f}^s\}$ である. 方針 X を決めることにより, C から各 S_i への通信経路の集合が定まる. これを $R(X; S_i)$ と表す. $R(X; S_i)$ の k 番目の経路を $E^k(X; S_i)$ と表す. $E^k(X; S_i) \in R(X; S_i)$ である.

方針 X を決める際の配置評価関数を $F(X)$ と表す. ある 1 つの中継車を J とし, 方針 X で使用した中継車のうち J が使用不能になることを $X - J$ と表す. $X - J$ は, $r_J = 0$, $f^{up}(J) = f^{dn}(J) = 0$ とすることに相当する.

J 以外の中継車を用いて構成できる経路評価関数を $G(X - J)$ と表現する.

方針 X で最も重要な中継車を $J(X)$ とすると, 方針 X の評価関数は,

$$F(X) = G(X - J(X)) + U(X)$$

で表される. ここで, 最も重要な中継車 $J(X)$ とは, 中継車 $J(X)$ が使用不能となった時に経路評価関数が最小となる中継車である. また $U(X)$ は, X で定まる場所へ中継車を配置する容易性であり, 道路状況等から定まる.

第 2.2 節で説明したように, 本研究での意思決定は, 方針 X として, 最も重要な中継車 $J(X)$ が 1 台使用不能になった場合の配置評価関数 $F(X) = G(X - J(X)) + U(X)$ を最大とする X を求めることであり, これは以下のようにミニマックス型の最適化問題として定式化できる.

【最適化問題の定式化】

X^{opt} s.t.

$F(X^{opt}) = \max_X G(X - J(X)) + U(X)$ となる方針 X^{opt} を求める.

ここで, $J(X)$ は $G(X - J(X)) = \min_J G(X - J)$ を満たすものである.

評価関数に使われる $G(X), U(X)$ の具体的な内容については次項で説明する.

表現した記号を Table 2.2, Table 2.3, Table 2.4 にまとめる.

2.3.3 評価関数の定義

第 2.3.2 項で説明した評価関数の内容を具体的に示す. まず, 評価関数に必要なパラメータを整理する. 上位側中継車 R_{j1} と下位側中継車 R_{j2} の間の伝送品質を $a_{j1,j2}$ と表す. $0 \leq a_{j1,j2} \leq 1$ である. ただし, $a_{j1,j2} > 0$ の場合には必ず $a_{j1,j2} > \theta$ とする. θ は伝送の最低品質を決めるしきい値であり, これ以下の伝送品質は全て 0 とおく. $a_{j1,j2}$ は, 中継車

Table 2.2: Description of relay station variables

内容	記号
中継車	R_j ($1 \leq j \leq N$)
中継車配置位置	P_j^r
使用可能周波数	$\{f_1, f_2, \dots, f_H\}$
中継車実配置の有無	$r_j = 0$ (P_j^r の位置に配置しない) $r_j = 1$ (P_j^r の位置に配置) $\sum_j r_j = M (< N)$
中継車使用周波数 (上位側)	$f^{up}(j) \in \{f_1, f_2, \dots, f_H\}$ ($r_j = 1$) $f^{up}(j) = 0$ ($r_j = 0$)
中継車使用周波数 (下位側)	$f^{dn}(j) \in \{f_1, f_2, \dots, f_H\}$ ($r_j = 1$) $f^{dn}(j) = 0$ ($r_j = 0$)

Table 2.3: Description of sensor station and head office variables

内容	記号
観測車	S_i ($1 \leq i \leq L$)
観測車配置位置	P_i^s
観測車使用周波数	$f^s(i) \in \{f_1, f_2, \dots, f_H\}$
本部	C
本部位置	P_c
本部使用周波数	$f^c(c) = f_H$

R_{j1} と R_{j2} の間の距離, 遮る山や建物の有無等の地形条件決まる係数であり, 任意の 2 地点間で設定しておく.

ただし, 中継車の配置有無や周波数の整合による条件として, $r_{j1} \cdot r_{j2} = 0$ の場合には $a_{j1,j2} = 0$ とする. また, $f^{dn}(j1) \neq f^{up}(j2)$ (R_{j1} が R_{j2} の上位側) の場合にも $a_{j1,j2} = 0$ とする.

同様に, 本部 C と中継車 R_j との伝送品質 $a_{c,j}$, 観測車 S_i と中継車 R_j との伝送品質 $a_{s_i,j}$ も定義する.

方針 X に対する本部 C から観測車 S_i との k 番目の通信経路 $E^k(X; S_i)$ を

$$E^k(X; S_i) = \langle C, R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jP_k}, S_i \rangle \quad (2.1)$$

と表す. 第 (2.1) 式に含まれる中継車 R_j を S_i への伝送経路に包含されるという. 最後の R_{jP_k} において P_k となっているのは, 経路に含まれる中継車数 P は経路 k 毎に異なるためである.

Table 2.4: Description of decision items and evaluation functions

内容	記号
決定すべき変数の集合 (方針)	$X = \{r_j, f^{up}(j), f^{dn}, f^s(i)\}$
方針により定まる観測車 s_i への経路集合	$R(X; S_i)$
経路集合 $R(X; S_i)$ の k 番目の経路	$E^k(X; S_i)$
経路集合 $R(X; S_i)$ の伝送経路最大の経路	$E^{opt}(X; S_i) = \max_k E^k(X; S_i)$

経路 $E^k(X; S_i)$ の伝送品質 $T(E^k(X; S_i))$ は,

$$T(E^k(X; S_i)) = a_{c,j1} \cdot a_{jP_k, s_i} \cdot \prod_{n=2}^{P_k} a_{j_{n-1}, j_n}$$

である.

C から S_i までの経路の総数を $V(X; S_i)$ とする. $V(X; S_i)$ は, $T(E^k(X; S_i)) > 0$ となる経路の個数である. $T(E^k(X; S_i))$ を, 本部 C から観測車 S_i までの経路総数 $V(X; S_i)$ 分並べたベクトルを

$$\vec{T}(X; S_i) = (T(E^1(X; S_i)), \dots, T(E^{V(X; S_i)}(X; S_i)))$$

と表す.

また, 場所 P_j^r に配置する容易性を b_j とする. 方針 X を採用することによる配置の容易性 $U(X)$ は,

$$U(X) = \sum_{j=1}^N b_j \cdot r_j \quad (2.2)$$

で与えられる. 容易性 b_j は, 中継車が場所 P_j^r へ行くことの容易性であり, 本部からのアクセスする際の道幅の広さや途中の道路の混雑状況等, 配置を検討する際に収集できる情報から, 人間が総合的にランク A, B, C 程度に分類して A は 10 点, B は 7 点, C は 3 点のように設定する. 事前の情報がなければ等しく A ランクとしておけばよい.

経路評価関数 $G(X)$ を, l_p ノルム $\|\cdot\|_p$ を用いて

$$G(X) = \begin{cases} \sum_{i=1}^L \|\vec{T}(X; S_i)\|_p & (\forall i, \exists k, T(E^k(X; S_i)) > 0) \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.3)$$

と定義する. ただし, 方針 X により全ての観測車との通信経路が確立できない場合には, 経路評価関数 $G(X)$ の値は 0 とする.

また, $\|\vec{x}\|_p$ とは, $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_K)$ として

$$\begin{aligned}\|\vec{x}\|_p &= \sqrt[p]{(x_1)^p + (x_2)^p + \dots + (x_K)^p} \\ &= \left(\sum_{k=1}^K (x_k)^p \right)^{1/p} \quad (1 \leq p \leq \infty)\end{aligned}$$

である. これは, $p = 1$ の場合には, 各成分の絶対値の和をとることに相当し, $p = \infty$ の場合には絶対値が最大の成分をとることに相当する.

すなわち, (2.3) 式は, 配置と周波数の決定において, 経路数と各観測車への経路の伝送品質に関する【最適性】の基準を表現した伝送能力を表し, p の値によって伝送経路数と伝送品質のどちらをどれだけ重視するかを制御できる.

2.3.4 最重要中継車の定義

本研究の課題では, 最重要中継車が使用不能になった場合の伝送能力を問題にする. 最重要中継車とは, 前節で述べたように経路評価関数 $G(X - J)$ が最小になる中継車 J である.

この定式化が, 通常考えられる「経路全体の伝送能力」を最大にする定式化に比べ防災無線中継車の配置という課題において優れている点を説明する.

Fig. 2.4 は, 中継車の位置が固定された 2 種類の周波数割り当てのパターンを示している. $p = 1$ での「経路全体の伝送能力」を最大にする評価関数に従うと, 左の方針の方が評価値が高くなる. しかし, この方針は 1 台の中継車が使用不能になると伝送経路がなくなる場合があるという意味でロバストでない.

一方, 本研究の定式化に従うと, 右の方針の方が評価値が高くなる. 右の方針ではどの 1 台が使用不能になっても伝送経路を確保したロバストな方針である.

2.4 最適化の解法

2.4.1 中継車配置と周波数決定の解探索の流れ

中継車配置と周波数割り当ての標準的なステップは以下のようになる.

中継車配置と周波数割り当て

1. 方針 X を一つ決める. 決め方は, 方針 X の生成で詳述する (【方針 X の生成方法】).
2. 方針 X に対する配置の容易性 $U(X)$ を (2.2) 式により求める.
3. 方針 X の中から, $\min_J G(X - J)$ に基づき最重要中継車 $J(X)$ を求める (【最重要中継車選択】). 方針 X からその中継車 $J(X)$ を取り除く. 残りを $X - J(X)$ と表す.
4. (2.3) 式に基づき, 方針 X から中継車 $J(X)$ を除いた場合の評価値 $G(X - J(X))$ を求める (【経路評価関数計算】).

5. 評価値 $G(X - J(X)) + U(X)$ を方針 X の評価値 $F(X)$ とする.

6. $F(X)$ が最大となる $X = X^{opt}$ が求まるまで, ステップ 1 から繰り返す.

ただし, ステップ 3, ステップ 4 の処理は, 方針 X を変更する繰り返しの中で何度も計算されるため, 高速性が必要となる. 本研究では, 行列演算によりこの部分を高速化した. 詳細は第 2.4.3 節の【最重要中継車選択と経路評価関数計算】で説明する.

2.4.2 方針の生成方法

方針 X は, 中継車の配置を表す離散的な変数 $\{r_j\}$ と, 周波数を表す離散的な変数 $\{f^{up}(j), f^{dn}(j), f^s(i)\}$ から構成される. いずれの変数も数理解析的に生成する適切な方法がないため, 組み合わせ問題を戦略的に計算する方法であるシミュレーテッドアニーリング [33] を採用する. 方針の初期値 $X_{t=T_0}$ はランダムに生成し, 以降の方針 $X_{t=T_0+1}$ は, $X_{t=T_0}$ から以下のように生成する.

方針 X の生成方法

1. 方針 $X_{t=T_0}$ で $r_j = 1$ である中継車 R_j もしくは観測車 S_i の一つをランダムに選択する.
2. 中継車 R_j を選択した場合には, 変数 $r_j, f^{up}(j), f^{dn}(j)$ のうちどれか 1 つを, それぞれ確率 $Pr(r), Pr(f^{up}), Pr(f^{dn})$ に従って選択する. ただし, $Pr(r) + Pr(f^{up}) + Pr(f^{dn}) = 1$ である. 観測車を選択した場合には, $f^s(i)$ を確率 1 で選択する.
3. 変数 r_j を選択した場合には, $X_{t=T_0}$ において $r_{j'} = 0$ である j' をランダムに 1 つ選択し, $r_j = 0, r_{j'} = 1$ と置き換える. さらに, $f^{up}(j') = f^{up}(j), f^{dn}(j') = f^{dn}(j)$ とし, $f^{up}(j) = 0, f^{dn}(j) = 0$ とする.
4. $f^{up}(j)$ を選択した場合には, $f \in \{f_2, \dots, f_H\}$ の中から, $f > f^{dn}(j)$ を満たすようにランダムに選択し, $f^{up}(j) = f$ とする.
5. $f^{dn}(j)$ を選択した場合には,
 $f \in \{f_1, f_2, \dots, f_{H-1}\}$ の中から, $f < f^{up}(j)$ を満たすようにランダムに選択し,
 $f^{dn}(j) = f$ とする.
6. $f^s(i)$ を選択した場合には,
 $f \in \{f_1, f_2, \dots, f_{H-1}\}$ の中からランダムに選択し, $f^s(i) = f$ とする.

ここで, 解探索の効率化のために, 中継車が使用する周波数は, $f^{up}(j) > f^{dn}(j)$ となる条件を付加した. この条件は解空間を限定するが, 経路にループが生じず, 本部から観測車までの間に存在しうる中継車が最大 $H - 1$ 台になることで, 解探索を効率化することができる.

2.4.3 伝送品質と経路数の計算方法

最適な方針 X の探索に際し, (2.3) 式及び最重要中継車選択は, 上記方針 X 生成の中で毎回評価されるため, 高速に計算できる必要がある.

本研究では, (2.3) 式が $p = 1$ の場合を行列計算で表現し, 行列計算の途中結果を利用して $J(X)$ を求め, 効率的に $G(X - J(X))$ の計算が出来るように工夫した. 以下, その手法について説明する.

本手法の正当性の証明は紙面の都合により省略し, 付録 A.2 において計算の具体例を示す.

準備

$$\vec{a}_c = (a_{c,1}, a_{c,2}, \dots, a_{c,N})$$

を, 本部 C と各中継車との伝送品質を表すベクトルとする. $(\cdot)^t$ は転置ベクトルを表す.

$$\vec{a}_{si} = (a_{si,1}, a_{si,2}, \dots, a_{si,N})^t$$

を, 観測車 S_i と各中継車との伝送品質を表すベクトルとする.

$$A_R = [a_{j1,j2}],$$

を, 上位側中継車 R_{j1} と下位側中継車 R_{j2} との伝送品質を表す $N \times N$ 行列とし, 隣接行列と呼ぶ.

$\vec{e}_q$ を q 番目の成分のみが 1 で他は 0 である N 次元列ベクトルとすると, $A_R \cdot \vec{e}_q$ は, 中継車 R_q の上位側にあり R_q と直接通信可能な各中継車との伝送品質を表すベクトルであり. $\vec{e}_q^t \cdot A_R$ は, 中継車 R_q の下位側にあり R_q と直接通信可能な各中継車との伝送品質を

表すベクトルである. 行列 $(A_R)^h = \overbrace{A_R \cdot \dots \cdot A_R}^h$ の i, j 成分は, h 台の中継車を経由して中継車 R_i から中継車 R_j に行く全経路の品質の総和である.

最重要中継車選択と経路評価関数計算

1. 観測車 $i = 1, \dots, L$ について, 以下のステップ 2 からステップ 11 を繰り返す.

2. $F_{up_i}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot \vec{s}_i$ 及び $G_{up_i}^{(1)} = A_R \cdot \vec{a}_{si}$ を計算する.

3. $F_{up_i}^{(2)} = \vec{a}_c \cdot G_{up_i}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot A_R \cdot \vec{a}_{si}$,
 $G_{up_i}^{(2)} = A_R \cdot G_{up_i}^{(1)} = (A_R)^2 \cdot \vec{a}_{si}$ を計算する.

4. ステップ 3 と同様の計算により,

$F_{up_i}^{(2)}, G_{up_i}^{(2)}, \dots, F_{up_i}^{(H-1)}, G_{up_i}^{(H-1)}$ を順次計算する.

ここで, $F_{up_i}^{(h)} = \vec{a}_c \cdot (A_R)^{h-1} \cdot \vec{a}_{si}$ は, 中継車を h 台経由して, 観測車 S_i と本部を結ぶ経路の伝送品質の総和である. また, $G_{up_i}^{(h)} = (A_R)^h \cdot \vec{a}_{si}$ の第 j 成分は, 観測

車 S_i から中継車 R_j が経路としてちょうど h 台目となるような経路全体での伝送品質 (観測車 S_i から中継車 R_j までの) の総和を表す¹.

5. $\sum_{h=1}^{H-1} F_{up_i}^{(h)}, \sum_{h=0}^{H-1} G_{up_i}^{(h)}$ を計算する. ただし, $G_{up_i}^{(0)} = \vec{a}_{si}$ とする.
6. $G_{dn}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot A_R$ を求める.
7. $G_{dn}^{(2)} = G_{dn}^{(1)} \cdot A_R$ を求める.
8. ステップ 7 と同様の計算により, $G_{dn}^{(2)}, G_{dn}^{(3)}, \dots, G_{dn}^{(H-1)}$ を順次計算する. ここで, $G_{dn_i}^{(h)} = \vec{a}_c \cdot (A_R)^h$ の第 j 成分は, 本部 C から中継車 R_j が経路としてちょうど h 台目となるような経路全体での伝送品質 (本部 C から中継車 R_j までの) を表す.
9. $\sum_{h=0}^H G_{dn}^{(h)}$ を計算する. ただし, $G_{dn}^{(0)} = \vec{a}_c$ とする.
10. $1 \leq j \leq N$ について, $\sum_{h=0}^H G_{up_i}^{(h)}$ と $\sum_{h=0}^H G_{dn_i}^{(h)}$ の第 j 成分同士を掛けたものを $I_1(i, j)$ とする. $I_1(i, j)$ は, 中継車 R_j を経由して本部から観測車 S_i へ至る全ての経路での伝送品質の和を表す.
11. $I_s(i) = \sum_{h=1}^{H-1} F_{up_i}^{(h)}$ を求める. $I_s(i)$ は, 観測車 S_i と本部を結ぶ伝送経路の品質の総和である.
12. 全ての観測車 i について $I_1(i, j)$ が求まったら, $G(X - j) = \sum_{i=1}^L (I_s(i) - I_1(i, j))$ を求める. ただし, ある i について $I_s(i) = I_1(i, j)$ となる場合には, $G(X - j) = 0$ とする.
13. 全ての j について, $G(X - j)$ が最小となる j を $J(X)$ とし, $F(X) = G(X - J(X)) + U(X)$ とする.

なお, 本計算量は, 中継車候補地数を N , 観測車台数を L とすると $O(N^2 \cdot L)$ のオーダーとなり, 少ない計算量で計算することができる.

2.5 計算結果

解法的能力を評価するために, Table 2.5 に示す基本条件で検証を行った. なお, 本実験では観測車が本部からほぼ等距離にあることから, 観測車の周波数は全て f_1 に固定した. また, 2 地点間の伝送品質は距離に比例して 1.0 から低下するものとし, 一定距離以遠では通信不可能であるとする (以下この距離を「通信限界距離」と呼ぶ).

中継車の配置候補位置と初期配置, 本部, 観測車の配置例を Fig. 2.5 に示す. ▲が観測車位置, ■が本部の位置を表す. ○が中継車を置ける候補地であり●の部分を実際に中継車を配置した場所を示す. 白抜きの文字は中継車番号であり, 左右の数字は, 上位側, 下

¹ G_{up}, G_{dn} を考えるのは, 中継車のうち最も重要なものを除く処理が必要であるためであり, 中継車の 1 台が壊れるという前提がなければ, F_{up} だけでよい.

Table 2.5: Test condition

項目	内容
中継車配置候補点	49 箇所 (0,0)-(1,1) の正方形を 8×8 に分割した内点
本部位置	座標 (0,0) の位置
本部周波数	f_5 に固定
観測車台数	4 台
観測車位置	座標 (0.25,1), (0.5,1), (0.75,1), (1,0.25) の位置
観測車周波数	全て f_1 に固定
配置容易度	全て 1 (同等)
中継車配置数	10 台
使用周波数	$f_1 \sim f_5$
2 地点間の伝送品質	距離に比例して 1.0 から低下 通信限界距離以下は 0

位側の周波数番号である．1 辺の長さを 1.0 とする．中継車同士，中継車と本部や観測車を結ぶ点線は，周波数条件と通信限界距離条件を満たし通信可能であることを示す．初期状態では，本部と観測車を結ぶ経路は全く確立していない．

通信限界距離を 0.52 に設定し 30 万回の繰り返し計算を行った．距離 0.52 とは，図で示した格子点の 1×4 ， 2×3 の格子範囲が通信可能になることに相当する距離であり，通信限界距離をこれ以下にすると経験上基本条件ではほとんど解が求まらないという限界ぎりぎりの値である．最重要中継車は図中四角で囲んだ．位置 (1.0, 0.25) の観測車と本部を結ぶ複数の通信経路の中で，最も伝送品質の高い経路を Fig.2.6 に太線で示す．Fig.2.6 の中で，最重要中継車である中継車 5 (位置 (0.375, 0.375) の中継車) が使用不能になった場合の経路例を Fig.2.7 に太線で示す．全ての観測車との伝送経路が最低 1 本確保されており，ロバストな通信経路が確立できている．

さらに 30 万回繰り返し計算をした結果を Fig.2.8 に示す．Fig.2.6 と比較すると，Fig.2.6 では本部との中継に 4 台の中継車を経由し，全 5 種類の周波数を用いて通信経路を求めているのに対し，Fig.2.8 の結果では 3 台の中継車と 4 種類の周波数で経路を確立している．使用周波数の種類が少ないということは，中継車の数が同じ場合特定の周波数で通信できる中継車数の期待値が大きい．従って，伝送経路数が多くなり，伝送能力の高い方針となっている．

本部と観測車の位置関係を変えた場合の結果例を Fig. 2.9, Fig. 2.10 に示す．ここでは，通信限界距離 0.6 で計算した．

本計算は，30 万回のシミュレーティドアニーリングの繰り返しにおいて，Pentium II(200MHz) クラスの PC を用いて約 4 分で計算を終了することが出来た．

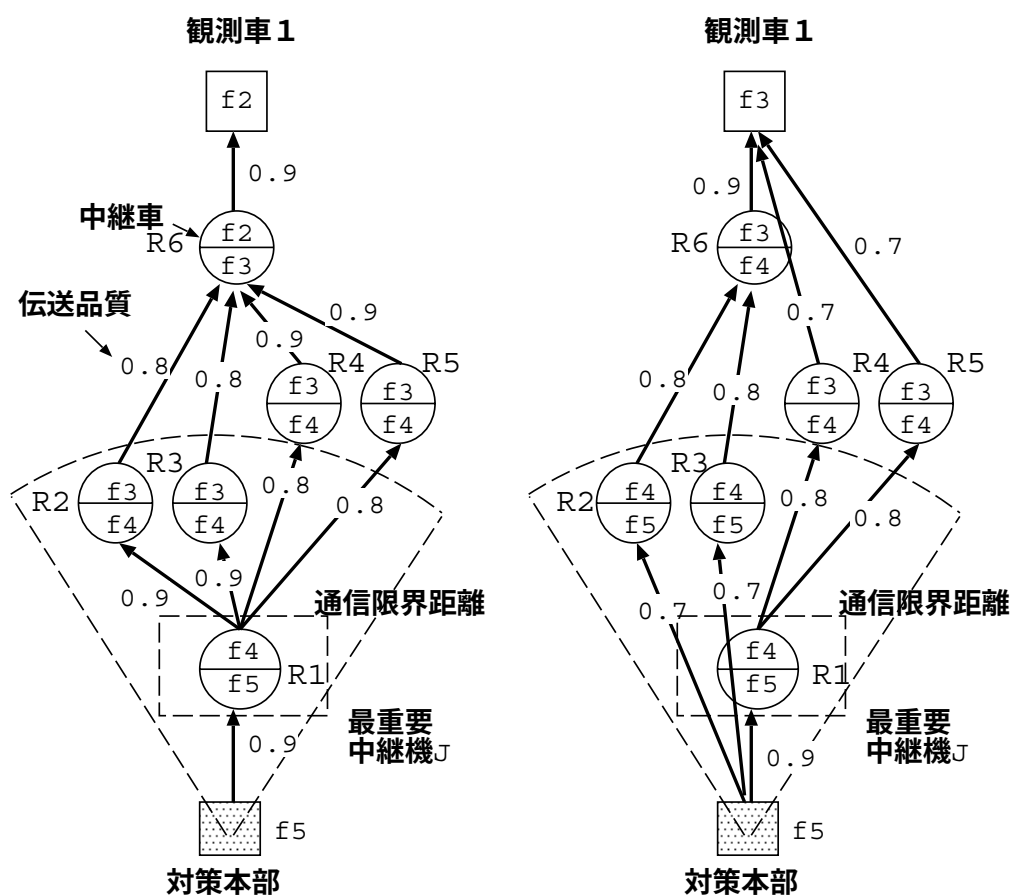
2.6 おわりに

広域の災害において、広範囲からの情報を迅速かつ正確に収集するための通信手段の確立は今後ますます重要になってくると思われる。その際、防災無線の周波数帯による無線通信の確立は、衛星通信やインターネット、携帯電話等の近年急激に発展してきているインフラを利用した方法に比べ基礎的ではあるものの、系列の多重化という観点から必要不可欠であり、安定かつ効率のよい利用方法を確立しておくべき分野である。

本章では、広域に分散した観測車と本部とを結合するために、送受信周波数を事前に決定した中継車を中間点に配置する問題を最適化した。最適化の観点は、災害時の使用ということを考慮して「最も重要な中継車が使用不可になる」という想定でも通信経路が確立でき、伝送品質が最大となるように位置と周波数とを決定することである。この問題を、ミニマックス型の意味決定問題として定式化した。

現実規模の中継車数と配置可能な候補地数を考慮すると、定式化した問題は大規模なロバスト最適化問題ととらえられる。これを汎用的な解法であるシミュレーテッドアニーリング法をベースとして戦略的に解く方式を考えた。ミニマックス型は2段階意思決定になり、使用不可となる中継車を選択する部分は、計算の効率化のために行列演算による数理的な手法により高速化した。

典型的なデータにより解探索の効率を評価した。結果は納得のできる配置であり、災害時の短時間に人間が方針を決定する支援として計算機により自動計算できる有効性が確認できた。



評価関数	評価値	最適性	評価値	最適性
伝送品質の総和	$0.9^3 * 0.8 * 4 = 2.33$	○	$0.7 * 0.8 * 0.9 * 4 = 2.01$	×
最重要中継車以外の伝送品質の総和	$2.33 - 2.33 = 0$	×	$2.01 - 0.7 * 0.8 * 0.9 * 2 = 1.00$	○

Figure 2.4: Difference between estimation based on total communication and min-max type communication

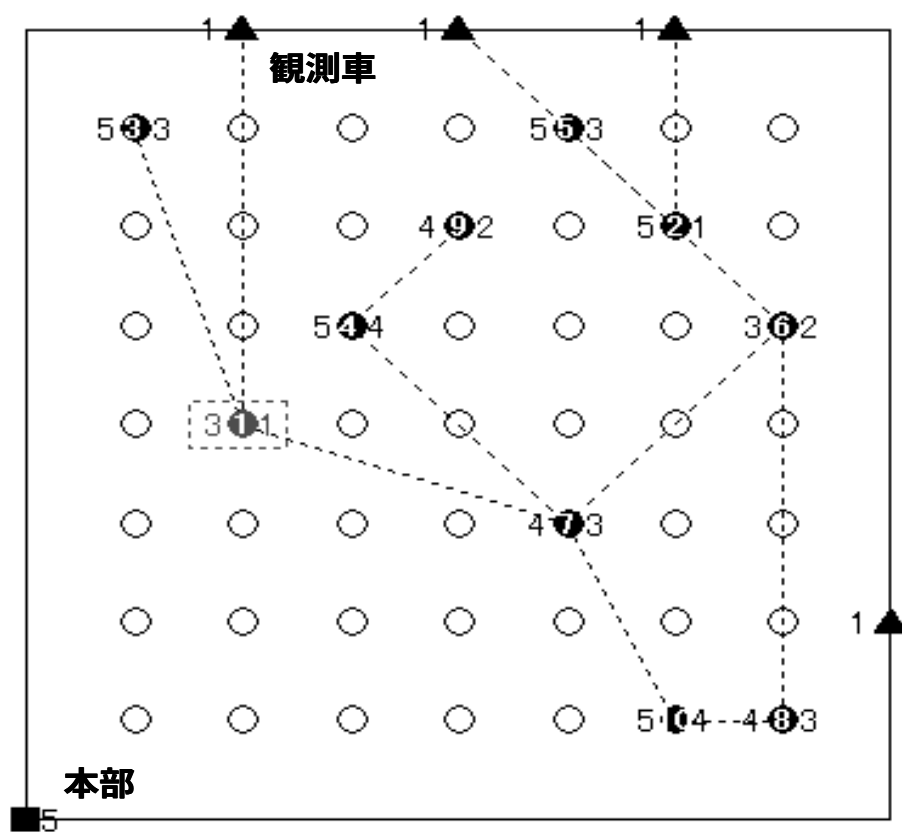


Figure 2.5: Initial state of test problem

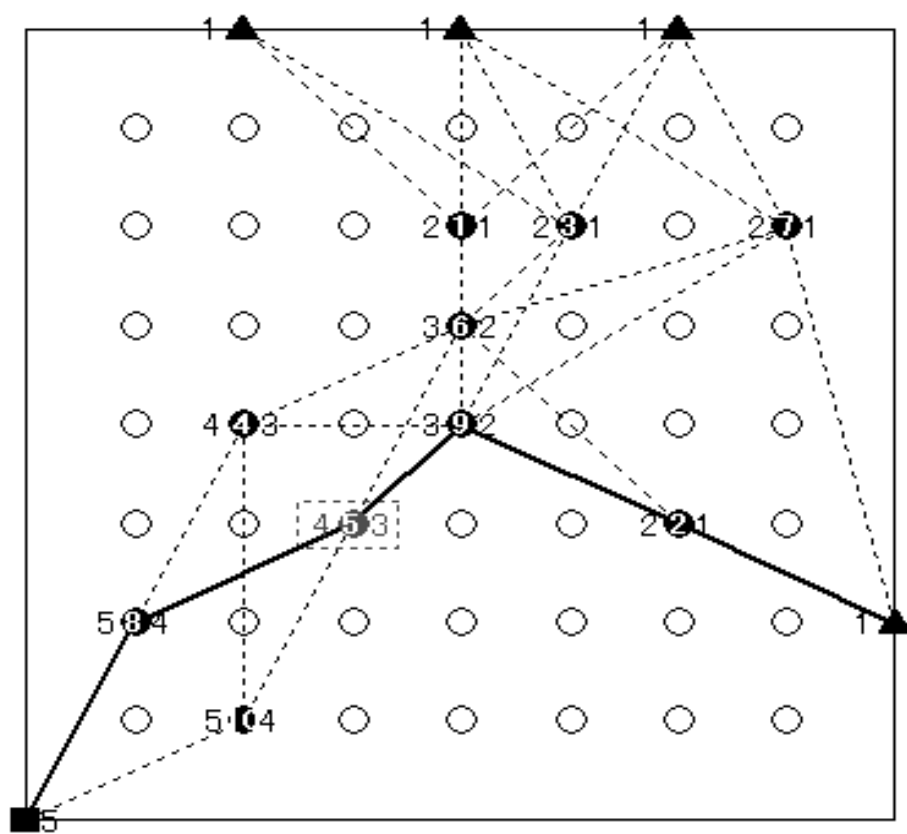


Figure 2.6: Best path from the selected sensing vehicle and head office

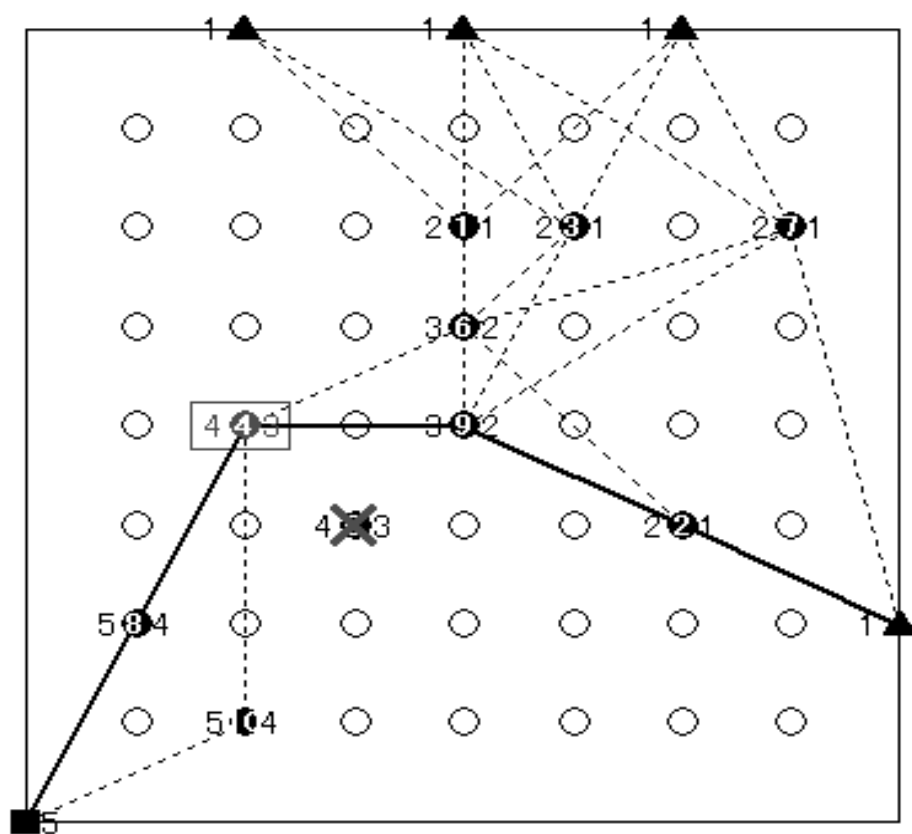


Figure 2.7: Alternative path without the most critical station

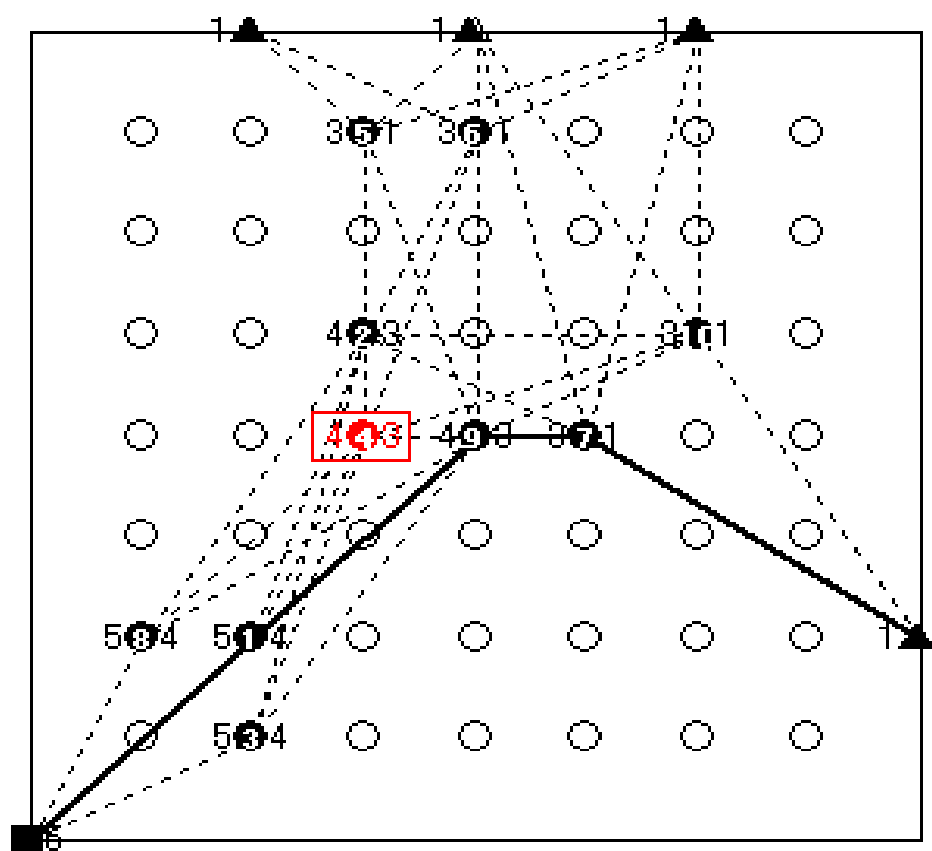


Figure 2.8: Path result after additional 300,000 steps

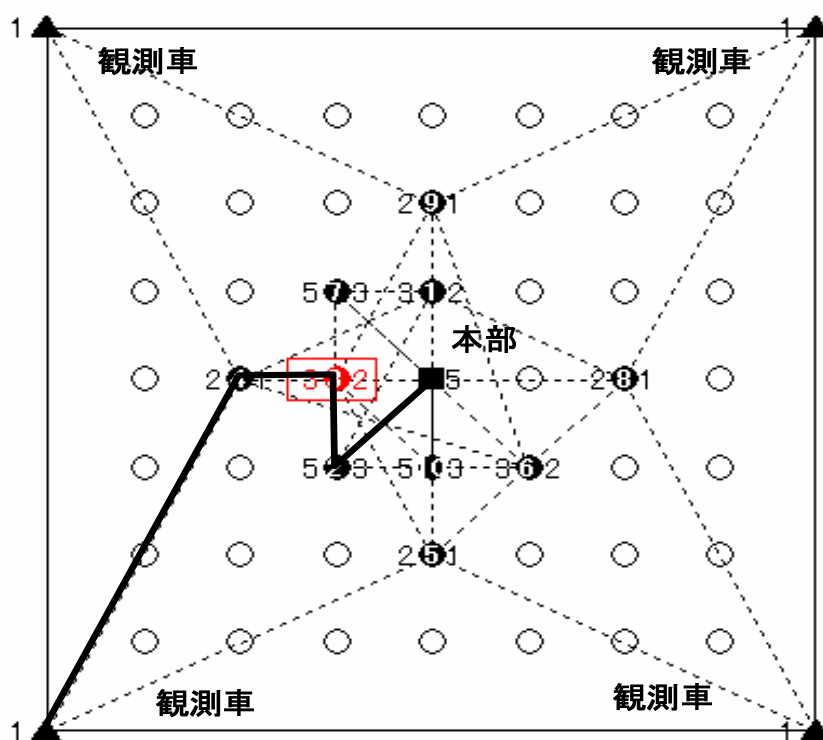


Figure 2.9: Example with other locations

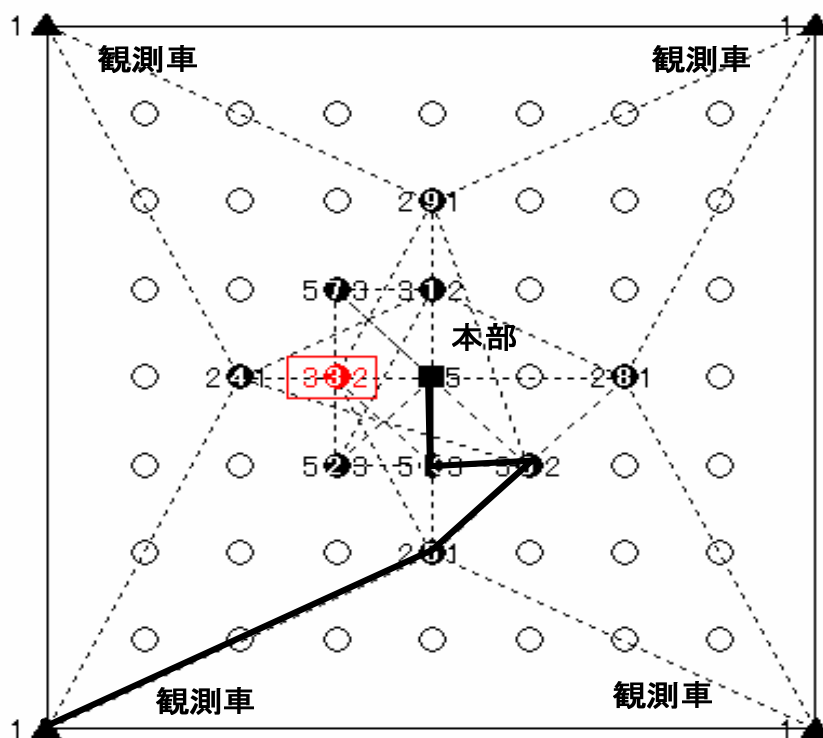


Figure 2.10: Alternative path without the most critical vehicle of Fig. 2.9

Chapter 3

空港施設運用における効率とセキュリティの最適化

3.1 はじめに

2001年9月11日に起こった米国同時多発テロは、民間航空機を利用した大規模なテロ活動であり、一般市民が利用する空港施設であっても十分に強化された検査体制が必要であることを認識する一つの契機となった。検査体制の実現のひとつに、X線装置による荷物の検査があるが、米国同時多発テロ以降にマスコミや米運輸安全局が調査したところ、危険物の通過率は25%から40%という高い数字であった[89, 91, 92]。実際には持ち込もうとする人間は少ないのでこの数字は大きな問題にはなっていないものの、現実にはセキュリティを確保しようとする、X線検査だけでなく人間による荷物の開封検査や化学、バイオ等の検査の併用が必要になってくる。

しかし、現在の空港はフライトの過密化により慢性的に窓口が混雑傾向にあり、人間による検査の強化を何の工夫もなく併用すると、空港施設内での混雑は大きなものとなる。こうした混雑は、かえってテロのターゲットとなりやすいという問題があり（テロリストがターゲットとするのは主に混雑した町や交通拠点である）、セキュリティ強化のための検査が逆にテロを呼び込むことになると懸念される。これに対しては、手荷物を運搬中に自動検査して行列をなくす試みが報告されている[76]。ただしこうした検査システムは新設空港では有効であるが、既存空港では設備の大規模な改造が必要になり普及には時間がかかる。

そこで、旅客に対する搭乗手続きの効率を大きく損なわず、かつ危険物の通過率を低減させるため、X線装置や爆発物検知装置等の組み合わせや、人による簡易検査や精密検査への最適配分が重要な運用となる。本章では、いくつかの検知レベルの検査手法が混在する場合に、それぞれにどれだけの旅客を振り分ければ最も効率よく、かつ危険物通過率の低い運用ができるかを検討する。関連研究として、物流分野における効率的な配送を扱ったもの[69]や、交通・地域政策における均衡問題を扱ったもの[52]がある。これらはそれぞれ物流ターミナル規模を建設費用とトラック滞留費用の面で最適化する問題の考

察や、混雑料金の課金や CO_2 排出量に対する炭素税がドライバーにどのような行動を志向させるかを踏まえた最適政策の検討を行っており、非線形数理計画や均衡理論 [15] と待ち行列理論 [48, 67] を結びつけ、有効な施策を具体的に求めている。また、空港施設運用の最適化については、搭乗前検査の流れを変えた場合に混雑がどう変化するかをシミュレーションモデルで予想し、運用の変更計画を立案する研究 [82] がある。ただし、この研究では運用の変更方法については定性的な判断を行っている。また、空港搭乗ゲートの運用に関する搭乗用の駐機スペースの割り当てを、旅客の移動時間やスポットを割り当てられない航空機のあふれの観点から最適化する研究 [63] がある。

本研究のポイントは、効率とセキュリティの両立を数理最適化手法を用いて達成することにある。抜き取り率決定と窓口の最適配分は、同時多発テロ以降特に注目され始めた課題であり、これまで数理的な観点で具体的に分析された事例は少ない。本研究は、この新しい課題を定式化し、実際に解を計算する手法を提案した点が1つの主張点である。また、定式化された課題は、上記の関連研究と類似した部分もあるが、具体的に定式化した課題は独自の数理的な性質を持つ。

本研究では、待ち行列ネットワーク理論の1つであるQNA (Queueing Network Analyzer) [32, 70] を用いて空港の混雑状態を予想し、旅客の平均遅延時間を計算する。その際、運用にあたる係員の総数の上限や、各検査で利用できる装置数の上限等の条件を考慮する必要がある。このようにして得られる旅客の平均遅延時間を目的関数とし、危険物通過率や係員数等の制約条件下で、各検査の最適な窓口数と抜き取り率を決定する。この問題は、非線形多制約で連続変数のナップザック型問題¹ とみなすことができる。

ナップザック型問題は、目的関数の線形性、制約条件数、変数が0,1かどうか等で分類・整理され、それぞれの問題に応じた厳密解法や近似解法が提案されているが [18, 71], それらは大まかに分枝限定法や動的計画法 (DP) 等の厳密解法と、シミュレーティドアニーリング (SA) や遺伝的アルゴリズム (GA) 等の近似解法に分類できる。一般に非線形多制約連続変数のナップザック型問題は、厳密解法だけで解くことが難しく、近似解法単独または厳密解法と近似解法の併用が通常のアプローチであるが、本研究で取り扱う問題は現実にはあまり大規模にはならないので、以下の方式によって厳密解を求めるを試みる。

すなわち、全体の危険物通過率を決める抜き取り率についての制約条件をラグランジュ緩和項として、旅客遅延時間を表す目的関数に組み込み、ラグランジュ係数を変化させながら都度固定したラグランジュ係数の下で緩和項を付加した評価関数を最小化する。評価関数の最小化は、各プロセスの窓口数と各抜き取り検査への抜き取り率の2種類の変数についての2次元DP法を用いる。ラグランジュ係数は1つであるから、単調性に基づくラグランジュ係数の更新法を用いることで、全体の窓口数と危険物通過率の制約条件を満足し、かつ旅客全体の平均遅延時間を最小化する最適解を求めることができる。

¹ この問題は、ネットワークの各ノード毎の平均遅延時間（平均待ち時間と平均サービス時間の和）が各ノードの窓口数と抜き取り率の関数であり、目的関数は平均遅延時間に抜き取り率をかけた加重和になる。制約条件も窓口数と抜き取り率の変数に係数をかけた加重和で表される。このように各変数項の和の形に分離可能な目的関数と制約条件をもつ問題を、ナップザック型問題と呼ぶ。

第3.2節では、空港での手荷物チェックインプロセスにおける基本検査と抜き取り検査への配分に関する意思決定を数理最適化問題として定式化する。第3.3節では、定式化した問題に対する厳密解法として、2次元DP法とラグランジュ緩和法を組み合わせた手法を提案する。第3.4節で、例題に適用した結果を示し、解の性質について考察する。

3.2 問題の定式化と制約条件

3.2.1 空港地上設備運用

空港地上設備の運用を、特にチェックインカウンタでの手荷物検査のプロセスについて説明する。チェックインカウンタでは、まずチェックインする全ての手荷物に対して、基本となるX線検査を行う。X線検査を受けた後は、

- そのままチェックインカウンタに行く、
- ある抜き取り確率で詳細検査を受けた後にチェックインカウンタへ行く、

の2つの場合に分かれる。抜き取りによる詳細検査としては、人間による荷物の中身の徹底検査や、大まかなスクリーニング検査、爆発物検知やバイオ兵器検知のための特殊検査が考えられる。

安全の観点からは、こうした抜き取りによる検査の種類を増やし、抜き取り率を上げることが望ましい。しかし一般に抜き取りで行う検査は基本となる検査に比べ時間がかかるため、旅客にとっての遅延時間増大につながる。そこで、抜き取りの検査種類が決まっている場合に、

1. チェックインに関する施設全体の平均遅延時間を最小にし、
2. 危険物の通過率を基準値以下に抑える

ための運用方法を決定する必要がある。本研究では、各抜き取り検査への抜き取り率と、各検査に配分する窓口数とを最適決定する。この考え方をFig.3.1に示す。

ここで、窓口数とはチェックインの各プロセスについて、同時に何人の旅客を並行して対応できるかを表し、必ずしもカウンタの物理的な窓口の数を意味しない。

以降、チェックインの手続きを構成する個々の手続きである、X線検査や、抜き取りの各種検査、チェックインカウンタ等をプロセスと呼ぶ。

3.2.2 待ち行列理論による混雑の評価

第3.2.1節で述べた運用における混雑の指標として用いる平均遅延時間と平均待ち人数は、待ち行列ネットワーク理論により評価することができる。Fig.3.1の構成を待ち行列ネットワークモデル(QNA: Queueing Network Analyzer)として表したものをFig.3.2に示す。ここで、ネットワークの1つのノードはチェックインの1つのプロセスに対応している。

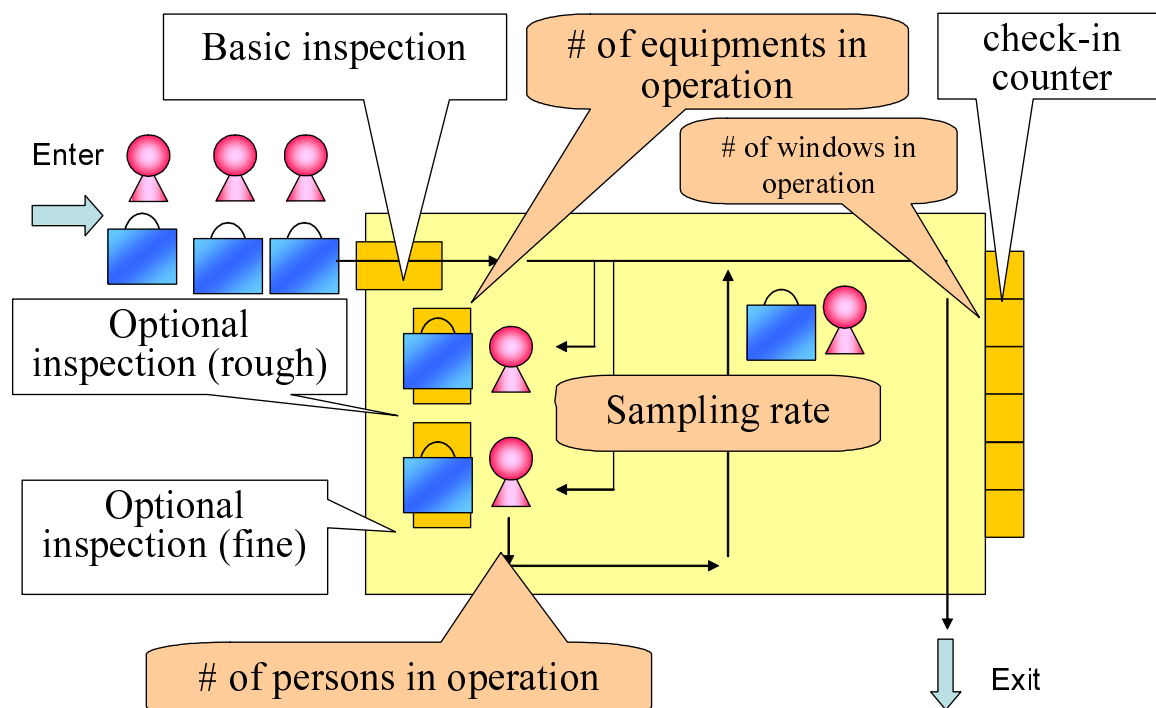


Figure 3.1: Airport check-in process operation

プロセスの窓口数によらず，1つのプロセスは1つのノードで表す．本研究では Fig. 3.2 に示す検査構成を主題とする．

QNA モデルの入力

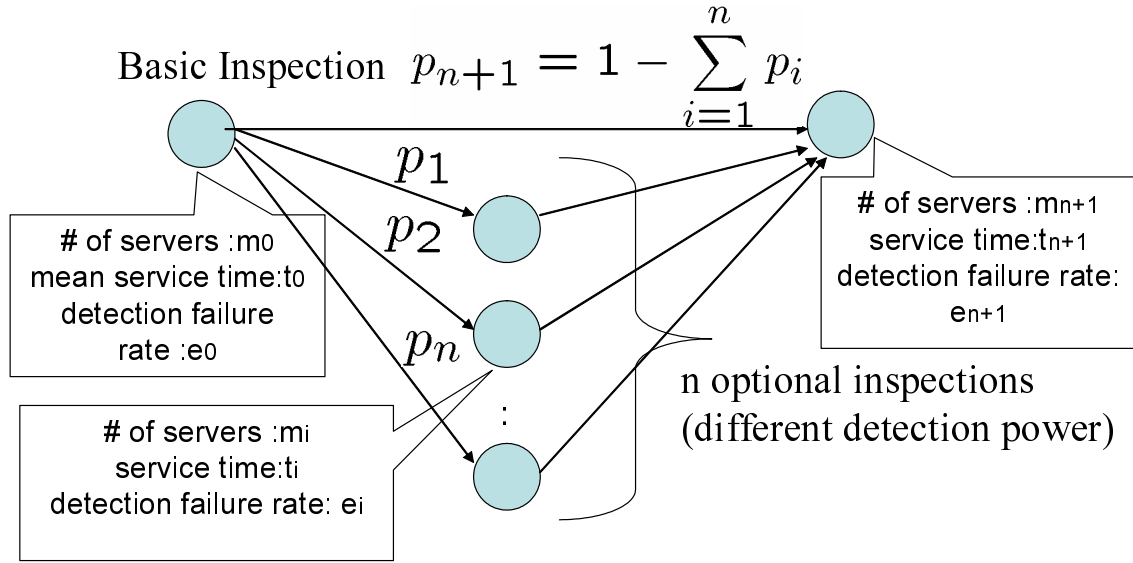
モデル全体に関する量を以下のように定義する．

n : 抜き取り検査種類の数．モデルのノードは，これに最初の X 線検査（ノード番号 0）と最後のチェックインカウンタ（ノード番号 $n+1$ ）を加えたものとなる．従って，ネットワークのノード数（手荷物を持っている旅客が訪れるノードの数）は $n+2$ である．

$\vec{m}$: ノード j ($j = 0, 1, \dots, n+1$) の窓口数 m_j を要素とする $(n+2)$ 次元ベクトル．

客に関するパラメタ

a : 単位時間あたりに外部から空港へやってくる客数（到着率）



Decide the number of open windows and sampling rate to the optional inspections, under the constraint of failure detection rate.

Figure 3.2: QNA model for airport check-in process

$\mathbf{P}$: $(n+3) \times (n+3)$ 行列. 以下の部分行列で構成される.

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & \vec{P}^{enter} \\ \hline \vec{P}^{exit} & P^{inter} \end{array} \right]$$

P^{inter} は $(n+2) \times (n+2)$ 行列であり, 各プロセスノード間の移動確率を表す. 即ち, (i, j) 要素 $P_{i,j}^{inter}$ ($i, j = 0, 1, \dots, n+1$) はノード i を訪れた客が次にノード j を訪れる確率を表す. $\vec{P}^{enter}$ ($(n+2)$ 次元行ベクトル) の第 j 要素 P_j^{enter} は外部からの客が最初にノード j を訪れる確率を表す. $\vec{P}^{exit}$ ($(n+2)$ 次元列ベクトル) の第 i 要素 P_i^{exit} は客がノード i から外部に出て行く確率を表す. Fig.3.2 のネットワークでは

$$P = \left[\begin{array}{c|cccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & 0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right]$$

となる．ここで、 p_i は i 番目の検査に抜き取る確率である． p_{n+1} は抜き取り検査を受けず直接カウンタに行く確率であり、 $p_{n+1} = 1 - \sum_{i=1}^n p_i$ である．

$\vec{\tau}$: $(n+2)$ 次元ベクトル、第 i 要素 τ_i ($i = 0, 1, \dots, n+1$) は、ノード i での平均サービス時間．ただし、ノード i を訪れない場合は 0 とする．

$\vec{c}$: $(n+2)$ 次元ベクトル、第 i 要素 c_i ($i = 0, 1, \dots, n+1$) は、ノード i でのサービス時間の変動係数の 2 乗（分散を平均の 2 乗で割ったもの）．ただし、ノード i を訪れない場合は 0 である．

各ノードでの平均遅延時間、平均総客数、各クラスの平均客数の算出

ネットワークに対して下記の量を計算する．

$\vec{a}$: $(n+2)$ 次元ベクトル、第 j 要素 a_j は

$$a_j = aP_{0,j} + \sum_{i=1}^n a_i P_{i,j}, \quad j = 0, 1, \dots, n+1$$

を満たす非負の実数であり、到着客数 a のうち、ノード j を訪れる客数である．

平均遅延時間と平均総客数

ノード j での平均遅延時間 $E[D]_j$ ならびに平均総客数 $E[L]_j$ は、4つのパラメタ

$$m_j, \quad a_j, \quad \tau_j, \quad c_j$$

を用いて算出される [70, 32].

1. $\rho_j = a_j \tau_j$ とする．もし

$$\rho_j < m_j \tag{3.1}$$

が成立しないならばこのノードは不安定（過負荷であり時間とともに待ち人数が増加していく）．この条件 (3.1) 式をノード安定条件という．

2. $\rho_j < m_j$ ならば次式を算出する．

$$E[L_{M/M/m}]_j = \frac{\sum_{k=1}^{m_j-1} \frac{\rho_j^k}{(k-1)!} + \frac{\rho_j^{m_j} \{m_j^2 - (m_j-1)\rho_j\}}{(m_j-1)!(m_j-\rho_j)^2}}{\sum_{k=0}^{m_j-1} \frac{\rho_j^k}{k!} + \frac{\rho_j^{m_j}}{(m_j-1)!(m_j-\rho_j)}} \tag{3.2}$$

$$E[D_{M/M/m}]_j = E[L_{M/M/m}]_j / a_j \tag{3.3}$$

もし $c_j = 1$ ならば $E[L]_j = E[L_{M/M/m}]_j$, $E[D]_j = E[D_{M/M/m}]_j$ とし、終了．

3. もし $c_j \neq 1$ かつ $m_j = 1$ ならば

$$\phi_j = \frac{1}{2}$$

とする. もし $c_j \neq 1$ かつ $m_j \geq 2$ ならば, 定数 $F_{gj} = F_g(m_j, \rho_j)$ を

$$F_{gj} = \frac{(m_j - 1)(m_j - \rho_j)}{16m_j\rho_j} (\sqrt{4m_j + 5} - 2)$$

として, $\phi_j = \phi(m_j, \rho_j)$ を次式で算出する.

$$\phi_j = \frac{1}{2} \left[1 + F_{gj} \left(1 - \exp \left[-\frac{(m_j - 1)}{(m_j + 1)F_{gj}} \right] \right) \right]$$

4. 平均遅延時間 $E[D]_j$, 平均総客数 $E[L]_j$ を次式で算出する.

$$E[D]_j = \frac{\phi_j(1 + c_j)E[D_{M/M/m}]_j}{1 + (2\phi_j - 1)c} + \tau_j \quad (3.4)$$

$$E[L]_j = a_j E[D]_j \quad (3.5)$$

ここで求めた $E[D]_j$ はプロセス j でのサービス時間も含めた平均遅延時間である. 従って, これらに抜き取り率 p_j をかけて足し合わせた

$$E[D]_0 + \sum_{j=1}^n p_j E[D]_j + E[D]_{n+1}$$

は, 異なる抜き取り検査を受ける旅客を総合した旅客全員のチェックインプロセスでの平均遅延時間と考えられる. ここで, 最初の X 線検査と最後のチェックインカウンタは全員が訪れるので確率は 1 である. 本研究ではこの旅客全員の平均遅延時間を最小化することを目的とする.

なお, 本研究で扱う Fig. 3.2 の構造の場合には,

$$a_0 = a$$

$$a_j = p_j a \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$a_{n+1} = a$$

が成り立つ.

3.2.3 抜き取り検査と危険物通過率

あるプロセスの危険物通過率とは, 危険物を持ち込もうとしたケースのうち, 発見されることなくそのプロセスを終了するケースの割合を意味する. 現実には, 前段のプロセスで怪しい旅客には厳しい検査を行う等により各プロセスの危険物通過率の関係は独立にならないが, ここでは議論を簡単にするため独立と仮定する. すなわち, チェックイン手続

き全体の危険物通過率は、各旅客が利用する各プロセスでの危険物通過率の積を、旅客毎に利用するプロセスの割合で平均化したものとする。

なお、実際に航空機に危険物が持ち込まれる確率は、ここで定義した危険物通過率に旅客が危険物を持ち込もうとする確率を掛け合わせた確率になる。実際には旅客が危険物を持ち込もうとする確率自体が小さいため、一般的に危険物が航空機に持ち込まれる確率は本論文で議論する危険物通過率よりもはるかに小さい。

プロセス i での危険物通過率を e_i で表し、各抜き取り検査 i への抜き取り率を p_i とすると、Fig.3.2 の構成の場合、チェックイン手続き全体での危険物通過率 $FailDetect$ は

$$\begin{aligned} FailDetect &= e_0 e_{n+1} \sum_{i=1}^n e_i p_i + e_0 e_{n+1} (1 - \sum_{i=1}^n p_i) \\ &= e_0 e_{n+1} (1 - \sum_{i=1}^n (1 - e_i) p_i) \end{aligned}$$

となる。

本研究では、全体の危険物通過率を一定基準値 Θ 以下にすることが制約条件である。これは

$$e_0 e_{n+1} (1 - \sum_{i=1}^n (1 - e_i) p_i) \leq \Theta$$

で表される。

3.2.4 空港施設運用上の制約

Fig.3.2 のチェックインプロセスの構成と、各プロセスでの危険物通過率 e_i 、サービス時間 τ_i 、変動係数 c_i 、及び外からの旅客到着率 a が決まっている場合に、各プロセスの窓口数 m_i と各検査への抜き取り率 p_i とを決定する。

検査窓口数は多いほど旅客の平均遅延時間は減るが、窓口数を増やすためには係員を多く割り当てる必要がある。Fig.3.2 のプロセスを航空会社 1 社が運用する場合、このチェックインプロセス全体に割り当てられる係員数には上限 M があると仮定する。また、各プロセスの窓口を 1 つ増やすために必要な係員数もプロセス毎に違いがありうる。例えば、X 線検査であれば荷物をコンベアに載せる係員と、X 線画像をチェックする係員の 2 名が 1 窓口に必要な。各プロセス i の 1 窓口に必要な係員数を w_i とすると、係員数の制約は

$$\sum_{i=0}^{n+1} w_i m_i \leq M$$

で表される。

また、各プロセス毎に窓口数には上限 M_i がある。これは、準備してある設備数やカウンタ構成などで決まる。この制約は

$$m_i \leq M_i$$

となる。

3.2.5 定式化

これまでに説明した目的関数と制約条件をまとめる.

目的関数

$$Obj(\vec{m}, \vec{p}) \stackrel{\text{def}}{=} f_0(m_0, 1) + \sum_{i=1}^n p_i f_i(m_i, p_i) + f_{n+1}(m_{n+1}, 1) \rightarrow \min \quad (3.6)$$

ただし,

$$f_i(m_i, p_i) = E[D]_i$$

は (3.3) 式を用いて (3.4) 式で与えられる. ここで, 特に $E[D]_i$ は m_i だけでなく a_i を通して p_i にも依存していることに注意する.

制約条件

$$e_0 e_{n+1} \sum_{i=1}^n (e_i - 1) p_i \leq \Theta - e_0 e_{n+1} \quad (3.7)$$

$$\sum_{i=0}^{n+1} w_i m_i \leq M \quad (3.8)$$

$$m_i \leq M_i \quad i = 0, \dots, n+1 \quad (3.9)$$

これらに加えて, 変数 m_i と p_i は

$$\sum_{i=1}^{n+1} p_i = 1 \quad (3.10)$$

$$0 \leq p_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

$$m_0, m_{n+1} \geq 1 \quad (3.12)$$

$$m_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

を満足する必要がある. 特に m_i は整数変数である.

ところで, もし $\Theta \geq e_0 e_{n+1}$ ならば, 全ての客を抜き取り検査なしに直接チェックインカウンタに行かせることが最も効率のよい解となることは $\tau_i > 0$ から自明である. 従って, ここで扱う問題では

$$\Theta < e_0 e_{n+1}$$

が成立しているものとする.

3.3 解法

3.3.1 課題と解法

第 3.2.4 節でまとめた課題は, p_i と m_i の 2 種類の変数に関する, 確率重み付きの遅延時間 $p_i f_i(m_i, p_i)$ の和を最小化するナップザック型問題の一種と考えられる. ただし確率に

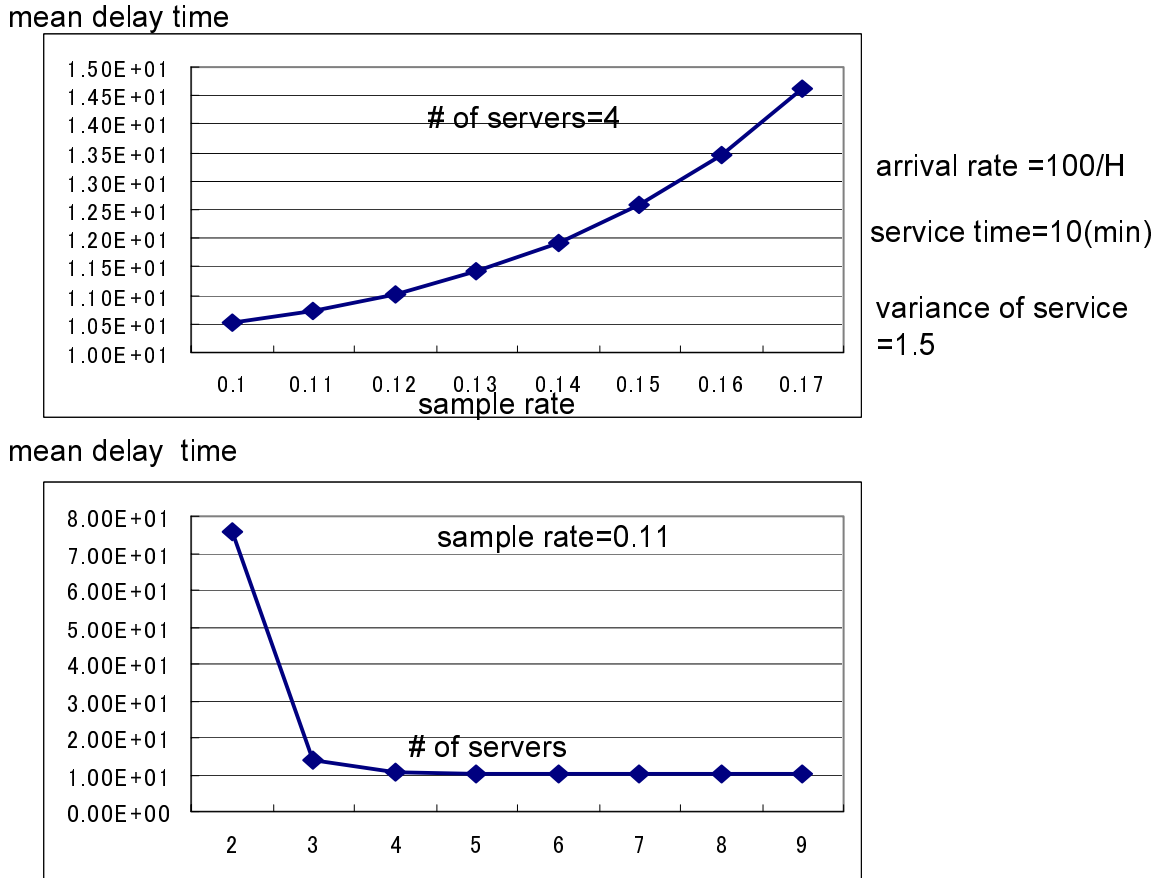


Figure 3.3: Mean delay time based on sampling rate and number of servers

については最初と最後のプロセスでは1に固定され、 n 種類の検査への抜き取り確率と抜き取り検査を受けない確率の和が1になることから、独立変数は $p_i, i = 1, \dots, n$ の n 個である。窓口については、 $n + 2$ 種類のプロセスがあるため独立変数は $m_i, i = 0, 1, \dots, n + 1$ の $(n + 2)$ 個である。 $f_i(m_i, p_i)$ は p_i に関しては単調増加、 m_i に関しては単調減少関数となる。 $f_i(m_i, p_i)$ を m_i, p_i について変化させた1例をFig.3.3に示す。この図から、窓口数が1つ違うだけで平均遅延時間が5倍以上違う非線形性を持つことがわかる。

抜き取り率 p_i が固定されており変数が窓口数 m_i のみであれば、この課題は動的計画法(DP)で容易に解くことができる。 p_i も決定する2変数問題の場合、制約条件(3.7)式を無視すれば2次元DPで解くことができるが、その場合は当然ながら制約条件(3.7)が満たされる保証はない。

そこで、ここではラグランジュ緩和法を用い、制約条件(3.7)式を緩和項として評価関数に加えた最適化を行う。

解法の流れを以下に示す。

1. まず緩和項の係数(ラグランジュ乗数) λ を固定し、制約条件(3.7)式を緩和項とし

て評価関数に加えた以下の関数 $G(\vec{m}, \vec{p}, \lambda)$ を, 制約条件 (3.8) から (3.13) の下で最小化する.

$$\begin{aligned}
 G(\vec{m}, \vec{p}, \lambda) &= Obj(\vec{m}, \vec{p}) + \lambda(e_0 e_{n+1} \sum_{i=1}^n (e_i - 1)p_i) \\
 &= f_0(m_0, 1) + \sum_{i=1}^n [p_i f_i(m_i, p_i) + \lambda e_0 e_{n+1} (e_i - 1)p_i] + f_{n+1}(m_{n+1}, 1) \\
 &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^{n+1} F_i(m_i, p_i, \lambda)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 F_0(m_0, p_0, \lambda) &= f_0(m_0, 1) \\
 F_{n+1}(m_{n+1}, p_{n+1}, \lambda) &= f_{n+1}(m_{n+1}, 1)
 \end{aligned}$$

である.

$G(\vec{m}, \vec{p}, \lambda)$ を最小化する $\vec{m}, \vec{p}$ をそれぞれ $\vec{m}^*(\lambda), \vec{p}^*(\lambda)$ とする.

2. 求めた $\vec{p}^*(\lambda)$ が制約条件 (3.7) 式を満足するかをチェックする. 制約条件 (3.7) 式を等号で満足すれば終了する. 不等号で満足すれば λ を減らし, 満足しなければ λ を増やしてステップ 1 に戻る. λ の増減は 2 分割法に従って行う.

ラグランジュ緩和の単調性から, ステップ 2 の λ の変更により必ず制約条件 (3.7) 式を等号 (実際には微小な正数 ϵ 以下の誤差) で成り立たせる λ を見つけられることが知られている [9].

3.3.2 2次元動的計画法

ステップ 1 において $G(\vec{m}, \vec{p}, \lambda)$ を最小化する $\vec{m}, \vec{p}$ を求める 2 次元 DP のアルゴリズムは以下のように表される.

まず, $p_i \in [0, 1]$ を $\Delta p = 1/N$ として $p_i \in \{0, \Delta p, 2\Delta p, \dots, N\Delta p\}$ と量子化する.
各 $k = 0, 1, \dots, n+1$ と

$$\begin{aligned}
 \xi &\in \{0, 1, \dots, M\} \\
 \eta &\in \{0, \Delta p, 2\Delta p, \dots, 1\}
 \end{aligned}$$

に対して, 次の問題の最小値を $\phi_k(\xi, \eta, \lambda)$ とする.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=0}^k F_i(m_i, p_i, \lambda) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i=0}^k w_i m_i \leq \xi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^k p_i &= \eta \\
0 \leq p_i &\leq 1 \quad i = 1, \dots, k \\
0 \leq m_i &\leq M_i \quad i = 1, \dots, k \\
1 \leq m_0 &\leq M_0
\end{aligned}$$

ただし, $p_0 = 0$, $1 \leq m_{n+1} \leq M_{n+1}$ とする.

2次元 DP アルゴリズム

初期化: $\xi \in \{0, 1, \dots, M\}, \eta \in \{0, \Delta p, 2\Delta p, \dots, 1\}$ に対して

$$\phi_0(\xi, \eta, \lambda) = \begin{cases} F_0(\lceil \frac{\xi}{w_0} \rceil, 1, \lambda) & \eta = 0 \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

を計算する.

DP 漸化式: $k = 1, \dots, n+1, \xi \in \{0, 1, \dots, M\}, \eta \in \{0, \Delta p, 2\Delta p, \dots, 1\}$ に対して

$$\begin{aligned}
&\phi_k(\xi, \eta, \lambda) \\
&= \min_{m_k \in \{0, \dots, \lceil \xi/w_k \rceil\}, p_k \in \{0, \Delta p, 2\Delta p, \dots, \eta\}} [\phi_{k-1}(\xi - w_k m_k, \eta - p_k, \lambda) + F_k(m_k, p_k, \lambda)]
\end{aligned}$$

を計算していく.

終了: $G(\vec{m}, \vec{p}, \lambda)$ の最小値は $\phi_{n+1}(M, 1, \lambda)$ で与えられる.

動的計画法は状態空間の次元が増えると解探索の効率が大きく低下することが知られているが, ここでは状態変数 (ξ, η) の次元が 2 であるので実用的な時間で解を求めることができる.

なお, 提案モデルの目的は, 係員数を固定した時の危険物通過率と平均遅延時間のトレードオフを定量的に評価することである. 平均遅延時間を制約条件にし, 危険物通過率を目的関数とする定式化も可能であるが, このトレードオフの関係から, そのようなモデルと提案モデルは実質的に等価である. 計算上の観点からも, どちらのモデルにおいても, ラグランジュ緩和法と 2 次元 DP 法を用いる限り, 求解に必要な計算コストは等価である.

3.4 例題による評価

3.4.1 基本的なパターンの考察

問題の性質と解法の妥当性について検討するために, 抜き取り検査が 2 種類の簡単なケースを取り上げる. 取り上げる課題とこれに対する本手法での解を Table 3.1 に示す. このプロセス構成を Fig.3.4 に示す. サービス時間の単位は分, 到着率は 1 分あたりに到着す

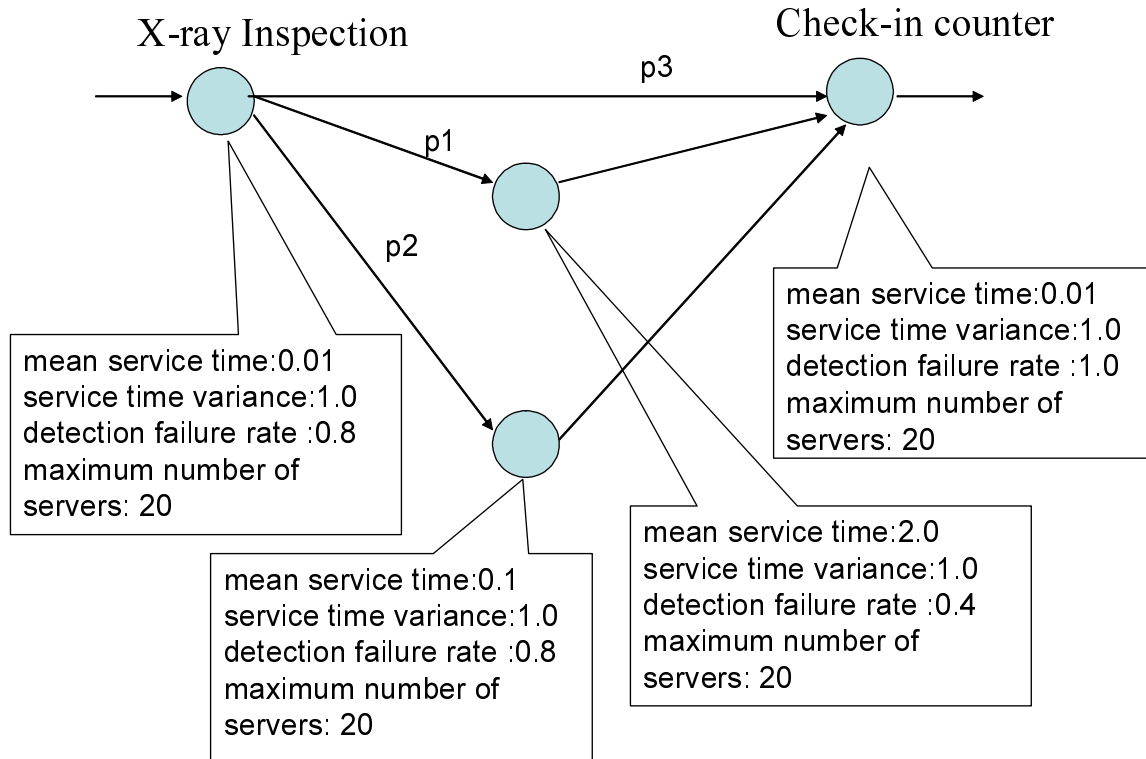


Figure 3.4: Simple check-in procedure

る客数である．なお，本研究では全ての例題について $\Delta p = 0.01$ とし，各プロセスに必要な係員はノード 0 のみ 2 人，他は 1 人 ($w_0 = 2, w_i = 1 (i \geq 1)$) とした．

これは人工的に設定した課題であり，以下の性質を持つ．

- 全員が必ず受ける X 線検査とチェックインの処理時間を短くし，この 2 プロセスの影響を小さくすることで，抜き取り検査の性質が最適化に与える影響に着目できるようにした，
- 抜き取り検査の 1 つは，単独では安全基準値を満足しないが，その代わりに効率は高い検査とし，この検査の併用が最適化に重要になるような問題設定とした，
- 各プロセスに必要な係員は 1 ($w_i = 1 (i = 0, 1, 2, 3)$) とした．

なお，本節で扱う数値例は平均遅延時間と危険物通過率のトレードオフを具体的に説明するための架空の例題であり，用いられる数値が現実的な意味を持つものではない．

Table 3.1: Example 1 and result (Simple Procedure)

n=2,a=5,M=40,Θ = 0.01					Result		
node id	e_i	τ_i	c_i	M_i	m_i	p_i	$E[D]_i$
0	0.2	0.1	1.0	20	5	-	0.1000
1	0.09	1.0	1.0	20	10	0.5	1.0000
2	0.01	2.0	1.0	20	15	0.5	2.0000
3	1.0	0.1	1.0	20	5	0.0	0.1000
$Obj(\vec{m}, \vec{p})$					1.7001		
$FailDetect$					0.01		

この課題では、制約条件 (3.7) と (3.10) を満足する抜き取り率 $\vec{p}$ は、Fig.3.5 に示す領域内に存在する。また求めた解に対応する $\vec{p}$ を図中に●で示した。

求めた解が最適かどうかを検証するために、この領域内で $\vec{p}$ を動かし、各 $\vec{p}$ に対して (3.6) 式を最小化するように窓口数 $\vec{m}^*(\vec{p})$ を求め、それらの $\vec{m}^*(\vec{p})$ に対する目的関数値 $Obj(\vec{m}^*(\vec{p}), \vec{p})$ をプロットしたものを Fig. 3.6 に示す。ただし、Fig.3.6 では、Fig.3.5 に示した領域の3頂点 $\vec{p}^{(1)} = (0, 95/99, 4/99)$, $\vec{p}^{(2)} = (1/2, 1/2, 0)$, $\vec{p}^{(3)} = (0, 1, 0)$ を用いて

$$\begin{aligned}
\vec{p} &= s(\vec{p}^{(1)} - \vec{p}^{(3)}) + t(\vec{p}^{(2)} - \vec{p}^{(3)}) + \vec{p}^{(3)} \\
0 &\leq s, t \leq 1 \\
s + t &\leq 1 \\
s, t &\in \{0, 0.1, \dots, 0.9, 1.0\}
\end{aligned}$$

で与えられる離散的な点に対する目的関数 $Obj(\vec{m}, \vec{p})$ の値を表している。この時、 $Obj(\vec{m}, \vec{p})$ は $(\vec{m}(\vec{p}^{(2)}), \vec{p}^{(2)})$ において最小となり、本手法で求めた解と一致していることがわかる。

また、この結果から、単独では安全性基準を満足しない検査でも、処理速度が十分に速ければ一部の旅客に適用することで安全性を維持しつつ効率を改善できることがわかる。

3.4.2 多種類の検査がある場合の考察

設備数と安全性基準に余裕がある場合

ここでは、多種類の検査がある現実規模に近い例題について検討する。まず、各検査の設備数や安全性基準に余裕がある場合を取り上げる。

設備数と安全基準に余裕がある場合には、抜き取り検査への多様な分岐パターンに対応する実行可能解が存在する。実行可能解とは、制約条件 (3.7)～(3.12) を満足し、かつノード安定条件 (3.1) を満たす解 $(\vec{m}, \vec{p})$ をさす。抜き取り検査の分岐パターンとしては、

1. 抜き取り検査を受けず全て直接チェックインカウンタへいく、

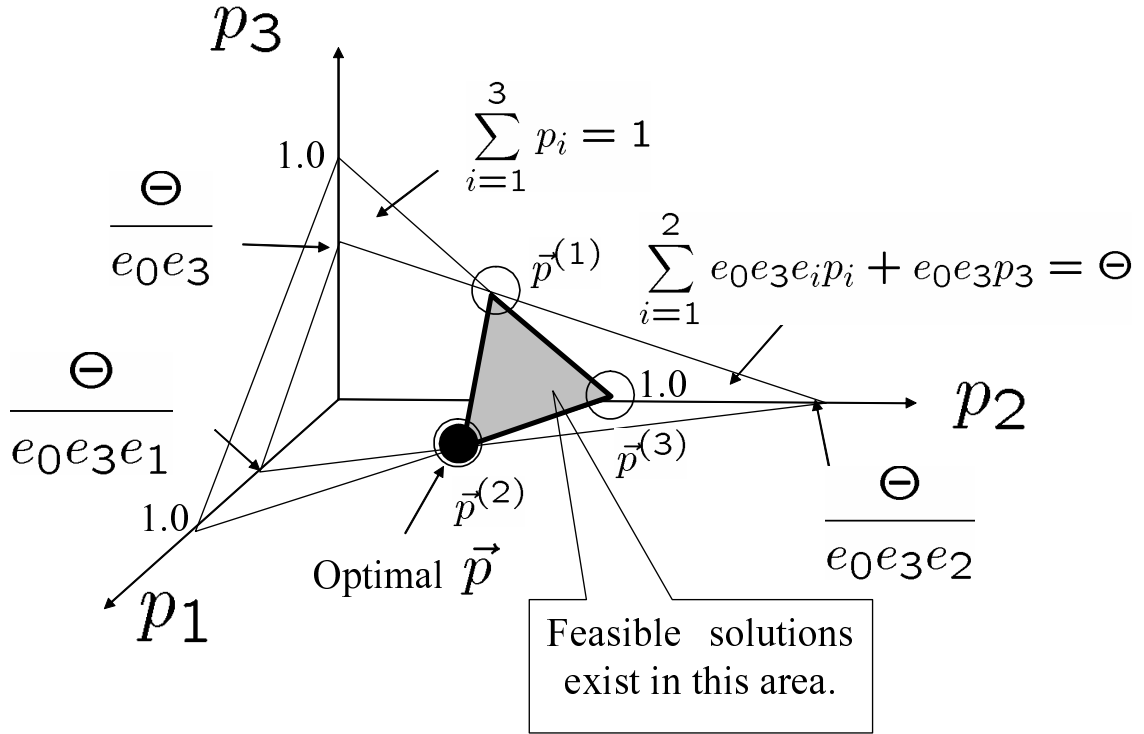


Figure 3.5: Feasible sampling rates of simple check-in procedure

2. ある1種類の検査にのみ分岐し、残りは直接チェックインカウンタへいく（1点集中型の解と呼ぶ），
3. 複数種類の検査に分岐する（分散型の解と呼ぶ），

がある．このうち，1.は条件 (3.14) から安全基準の基準を満足しないので実行可能解にならない．

具体例として以下の問題を考える．ただし，危険物通過率や手続き時間は一般に秘密情報であり実検査の値は明らかでないため，ここでは架空の値を用いて解探索手法の性能を評価する．

例題のデータと本手法で求めた解を Table 3.2 に示す．ノード1は危険物通過率が高いが検査時間の短い検査であり，ノード5は危険物通過率は低く検査時間の長い検査である．ノード2から4はその中間の検査である．

この問題に対して，本手法は検査1に1点集中する解を見つけている．これは，複数の検査手法のいずれも単独で使って安全性基準を満足でき，かつ設備数にも余裕がある場

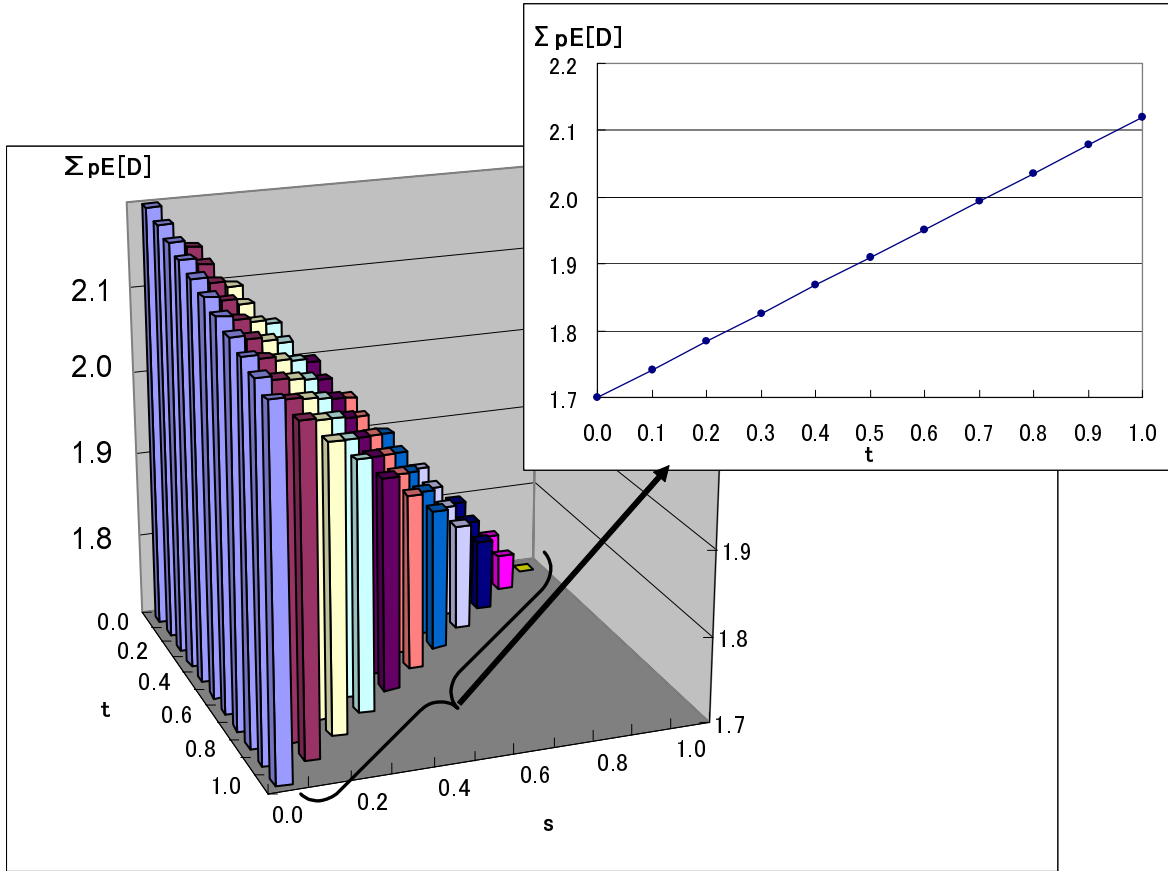


Figure 3.6: Function values in the feasible p area

合には、複数検査の中で最も効率のよくなる検査だけを使えばよいことを示している。この例題において、求めた解に対応する危険物通過率は安全性基準値 $\Theta = 0.045$ と完全には一致していないが、これは Δp の量子化の影響である。より安全性基準値を 0.045 に近づけるため、 Δp 分確率を動かし $p_2 = 0.94, p_6 = 0.06$ とすると、危険物通過率は 0.0462 となり安全性基準を満足できなくなる。以降の結果でも安全性基準値に厳密に一致していないのは同様の理由による。

設備数と安全性基準に余裕がない場合

安全基準に余裕がない場合 Table 3.2 の例題において各検査の特性は変えず、安全性基準値 Θ を 0.045 から 0.025 に変更する。その結果、Table 3.3 に示すように、検査 1 だけでは安全性基準を満足できなくなり、分散型の解が最適解となる。

ここで、検査 1 はそれ自身では安全基準値 $\Theta = 0.025$ を満足できない ($e_0 e_6 e_1 = 0.03 > 0.025$) 検知能力の低い検査であるが、適当にこの検査にも分散して振り分けることで実行可能解を見つけている。従って、複数の検査が準備されている状況では、危険物通過率

Table 3.2: Test 1 (Only one inspection is used)

n=5,a=10,M=40, $\Theta = 0.045$					Result		
node id	e_i	τ_i	c_i	M_i	m_i	p_i	$E[D]_i$
0	0.3	0.5	1.0	20	7	-	0.5944
1	0.1	1.0	1.0	20	13	0.95	1.0640
2	0.05	2.0	1.0	20	0	0.0	0.00
3	0.025	4.0	1.0	20	0	0.0	0.00
4	0.0125	8.0	1.0	20	0	0.0	0.00
5	0.006	16.0	1.0	20	0	0.0	0.00
6	1.0	1.0	1.0	20	13	0.05	1.0990
$Obj(\vec{m}, \vec{p})$					2.7042		
$FailDetect$					0.0435		

Table 3.3: Test 2 (Two inspections are used)

n=5,a=10,M=40, $\Theta = 0.025$					Result		
node id	e_i	τ_i	c_i	M_i	m_i	p_i	$E[D]_i$
0	0.3	0.5	1.0	20	6	-	0.8478
1	0.1	1.0	1.0	20	8	0.66	1.3918
2	0.05	2.0	1.0	20	8	0.34	3.9866
3	0.025	4.0	1.0	20	0	0.0	0.00
4	0.0125	8.0	1.0	20	0	0.0	0.00
5	0.006	16.0	1.0	20	0	0.0	0.00
6	1.0	1.0	1.0	20	12	0.0	1.2346
$Obj(\vec{m}, \vec{p})$					4.0164		
$FailDetect$					0.0249		

の基準値より悪い検査も有用である場合があることがわかる。また、Table 3.2 の結果と比較すると、旅客の平均遅延時間が 2.70 分から 4.02 分には増えている。すなわち、安全性基準値を 0.02 だけ厳しくすることで、運用を最適化しても平均遅延時間が 1 分以上増えることが示された。

窓口数に余裕がない場合 次に、各検査に用いる機器数に限りがあり窓口数の上限値 M_i が小さい場合を評価する。例題のデータと結果を Table 3.4 に示す。

ここでは、4 種類の検査に分散させた運用が最適解として得られている。特に検査 4 は検知能力は高いが時間のかかる検査であり 40 分以上の遅延となる。この検査にも非常に小さい割合で旅客を振り分けることにより全体として安全性基準を満足し、旅客全員の平均遅延時間を 8 分台に抑える運用を実現している。

Table 3.4: Test 3 (Four inspections are used)

n=5,a=10,M=40, $\Theta = 0.025$					Result		
node id	e_i	τ_i	c_i	M_i	m_i	p_i	$E[D]_i$
0	0.3	0.5	1.0	20	6	-	0.8478
1	0.1	1.0	1.0	7	7	0.670	4.1287
2	0.05	2.0	1.0	5	5	0.230	6.2524
3	0.025	4.0	1.0	4	4	0.09	12.1434
4	0.0125	8.0	1.0	6	1	0.01	42.500
5	0.006	16.0	1.0	7	0	0.0	0.00
6	1.0	1.0	1.0	20	11	0.0	1.7143
$Obj(\vec{m}, \vec{p})$					8.2842		
$FailDetect$					0.0243		

それぞれのケースでの各検査の平均滞在人数（待ち人数と手続き中の人数の和）を Table 3.5 に示す．長い場合には 20 人以上が待つ検査が発生している．

Table 3.5: Mean queue length $E[L]_i$

Node id	Test 1	Test 2	Test 3
0	5.9	8.5	8.5
1	10.1	9.2	27.7
2	-	10.2	14.4
3	-	-	10.9
4	-	-	4.3
5	-	-	-
6	11.0	12.3	17.1

Pentium IV(3.0GHz) クラスの PC 上で実行した場合の計算時間は，Table 3.4 のケースで 1 回の 2 次元 DP 計算に約 3.5 分かかり，ラグランジュ緩和ループを 20 回繰り返すと 70 分で計算を終了した．なお，検査種類，係員・窓口数の上限，抜き取り確率の量子化の細かさは 2 次元 DP 計算における計算時間に影響する．検査種類の増加は計算時間をほぼ線形に増加させ，係員・窓口数上限と抜き取り確率の量子化の細かさはおよそ 2 次関数的に増加させる．Table 3.2 の計算では，解の 2 次元 DP 計算に 27 分かかった．これらは本手法を実用上する観点では問題のない時間であるが，最初は確率の量子化を粗くして暫定解を求め，暫定解の近傍に窓口数や抜き取り確率を限定して細かい量子化で再計算する二段階探索等も高速化には有効である．

変動係数を変化させた場合

ここまでは、全てのプロセスにおける処理時間の変動係数は1(すなわち指数サービス)としていた。現実には、処理時間の平均が同じでも変動係数が異なる場合があり、その場合、第3.2.2節の後半に示したように各プロセスでの平均遅延時間が異なる。そのため、同じ検査構成についても、変動係数が異なれば別の検査に振り分けた方がよくなる場合がある。

プロセスの構成例と変動係数1の場合(case 1)の解を Table 3.6 に示す。変動係数を変化させた場合(case 2およびcase 3)の結果を Table 3.7 に示す。

Table 3.6: Test for the identical service time variance ($c=1.0$)

n=3,a=3,M=22, $\Theta = 0.01$							
node id	e_i	τ_i	case 1	M_i	case 1 result ($c=1.0$)		
			c_i		m_i	p_i	$E[D]_i$
0	0.25	0.5	1.0	10	3	-	0.6188
1	0.04	2.95	1.0	10	10	0.85	3.3271
2	0.03	3.00	1.0	10	3	0.15	3.3712
3	0.002	3.05	1.0	10	0	0.0	0.00
4	1.0	1.0	1.0	10	3	0.0	0.6188
$Obj(\vec{m}, \vec{p})$					4.5712		
$FailDetect$					0.009625		

Table 3.7: Test for nonidentical service time variance

id	case 2	case 2 result			case 3	case 3 result		
	c_i	m_i	p_i	$E[D]_i$	c_i	m_i	p_i	$E[D]_i$
0	1.0	3	-	0.6180	1.0	3	-	0.6188
1	2.0	0	0.0	0.00	1.0	10	0.82	3.2384
2	1.0	10	0.81	3.3032	1.0	0	0.0	0.00
3	0.5	3	0.18	3.6632	0.5	3	0.18	3.6208
4	1.0	3	0.01	0.5188	1.0	3	0.00	0.6188
$Obj(\vec{m}, \vec{p})$		4.5648					4.5448	
$FailDetect$		0.009475					0.009100	

Table 3.6 と Table 3.7 の結果から、変動係数が異なると、効率が最小となるような抜き取り率と抜き取り検査種類が変化することがわかる。各検査は、同じ到着率ならば変動係数が大きいほど平均遅延が大きくなるという関係があるため、変動係数が1より大きくなると、1の時に比べて抜き取り率が小さくなる（その検査を避ける）傾向にある。つまり、安全レベルの維持と平均遅延時間の最小化においては、各抜き取り検査の危険物通過率や平均処理時間だけでなく、検査時間のばらつきも重要なファクタである。

3.5 おわりに

空港におけるセキュリティチェックの強化と効率化を両立させる方法について検討した。セキュリティチェックを厳しくすると平均遅延時間は長くなるが、複数のセキュリティチェック方法を用意し、適切な抜き取り率で各検査に振り分けることにより、危険物通過率を一定以下に保った上で平均遅延時間の短い効率の良い運用を行うことが可能になる。

本章ではこの問題を非線形ナップザック型問題として定式化し、2次元DPとラグランジュ緩和を組合せて解いた。その結果、以下のようなことがわかった。

まず、検査の種類が少ない簡単な例題で、評価関数の形状と最適運用での抜き取り率を調べ、本手法で最適解が求められていることを確認した。また、検査の種類の多い現実的な例題で検討した結果、危険物通過率に関する制約条件が厳しくない場合には、特定の1つの検査を集中的に利用する運用が最適となることがわかった。

安全基準の制約が厳しくなると、利用する検査を適当に分散させるような最適解が得られる。この時、単独では安全性基準を満足しない検査も有効に利用される。設備数の制約も厳しくなると、平均遅延時間の長い検査にも少数の旅客を割り付けることになり、少数の旅客にとっては待ち時間が長くなるが、旅客全体での平均遅延時間は小さい運用が得られる。

これらの性質はここで取り上げた例題から得られたものあり、一般的に成立するかどうかは更に検討が必要である。また、提案モデルは旅客の平均遅延時間を最小化することを目的とし、旅客の一部が極端に遅れる等の不公平さは考慮していない。旅客の待ち時間のばらつきを見るには、最適パラメータを決定した後、シミュレーション実験を行うことで待ち時間の分散を評価するなどの方法が考えられる。

これからの空港運用は、細かいセキュリティレベルをダイナミックに切り替えながら旅客を処理していくようになると予想される。本研究の提案手法を用いれば、与えられたセキュリティレベルを満足し、かつ平均遅延時間を最小にする効率的な運用方法を見出すことができ、安全かつ快適な空港作りに役立てることができる。さらに、新たな検査手法の導入を検討する場合にも、既に設置されている検査手法の処理時間と検知率との組合せで、要求されるような効果を発揮できるかどうかを事前に評価することが出来、運用時だけでなく設備計画にも役立つことが期待できる。

また、空港以外でも港湾コンテナ貨物の点検やイベント会場でのセキュリティチェックなどこれまで経験的に運用していたものを本手法を用いて定量的に最適化することで、より効率的かつ安全な運用が可能となる。

本手法の有効性は、第3.2節で示した待ち行列ネットワークの評価精度に依存している。非定常な到着パターンでの時間的な変化も含めた混雑の予想など、より実用的な評価モデルの開発は、今後の重要な課題である。

Chapter 4

運用制約条件下での複数プラントの最適保守計画

4.1 はじめに

近年の電力自由化への動きに伴い、既存の発電プラントの運用計画をうまく立案することにより低コストで安定した電力供給を図ろうとする様々な試みが具体化してきている [12, 50]. とくに、リスクベースメンテナンスと呼ばれる、プラントの故障リスクと保守コストのバランスをうまく均衡させる保守の取組みが国内外で注目されている.

リスクベースメンテナンスの考え方に基づく保守計画の適正化には、大別して、定性的なリスク評価に基づくものと、定量的なリスク評価に基づくものがある. 定性的なリスク評価は、損傷の起こりやすさと起こった時の影響度をランク分類し、総合的に重要な部位を順位付けして保守メニューを切り替える方法である [64, 78]. 保守担当者の感覚にあった部位の選定が出来るが、現状のプラントのリスクを経済的に定量表現するものではない.

定量的なリスク評価は、破損確率や保守費用、破損時の影響コストなどの定量的な情報により、プラントを運転する際のコストを定量的にリスクとして扱うものである [12]. そのため、補修や検査等の対策をすべきかどうか、経済的な観点で厳密に意思決定できる. 本研究では定量的なリスク評価を取り上げる.

定量的リスク評価に基づく保守計画の最適化の基本方針としては、ASME の火力プラント保守のガイドライン [2, 3] が有名である. 我々も ASME のガイドラインを踏襲し、一部拡張した定量的リスクベースメンテナンス「FREEDOM」を開発し、火力プラント保守計画への適用を図っている [46, 56, 77]. この中で、プラントの各コンポーネントに関する破損確率や補修コスト等に基づき、リスクを正味現在価値 (NPV: Net Present Value) というコストの観点で統一して評価する. 正味現在価値はプラントに対し何も保守対策をとらなかった場合の廃却予定年までの累積の損害期待コストに対する、保守対策によるリスク低減効果として定義される. ここで損害期待コストには、計画される補修の費用も含まれる. 正味現在価値の定義を表すグラフを Fig.4.1 に示す. 横軸は年度であり、右端が

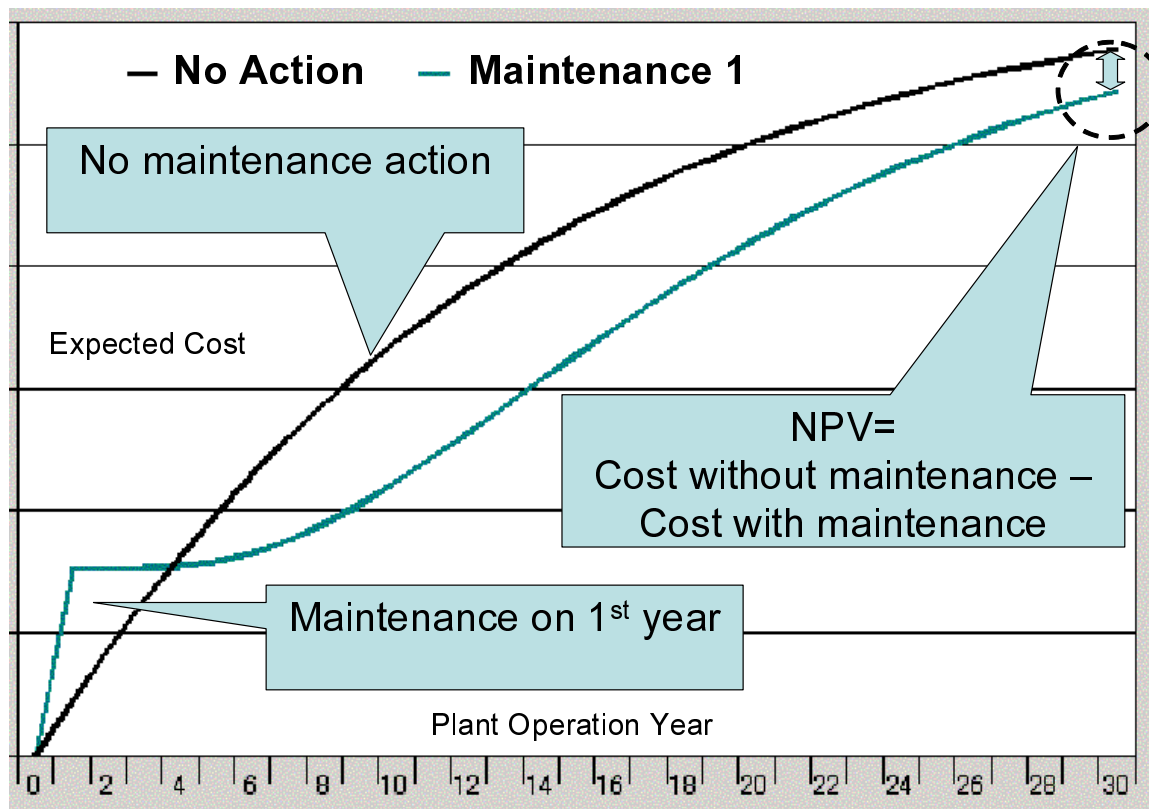


Figure 4.1: Definition of NPV as the difference between expected costs with and without maintenance

廃却予定年である。縦軸は毎年の期待コストである。廃却予定年での二つのグラフの差額が、この対策のNPVを表す。

廃却予定年までにある保守対策（例えば部品の取替え）をとれば、対策の費用がコストとして上乗せされる。しかし廃却予定年までの事故リスクを保守コスト以上低減できれば、正味現在価値をプラスにできる。正味現在価値が最大となる対策が最適保守である。保守対策の内容や実施時期による正味現在価値の違いを Fig.4.2 に示す。ここでは、1年目に保守をした場合の期待コストの推移を複数の異なる保守対策について示している。高価だがその後の事故期待コストが小さい対策、安価だがすぐに事故期待コストの上がりしてしまう対策が例示されている。廃却予定年での放置との差がそれぞれの対策のNPVである。

我々の取り扱う課題は、複数対象部位全体の最適保守計画である。その際、部位ごとに勝手に最適補修時期と手法を選んだのでは、特定の年に対策が集中し、保守費用が各年に配分された予算上限を超過してしまったり、部位毎の故障確率は小さくとも、プラント

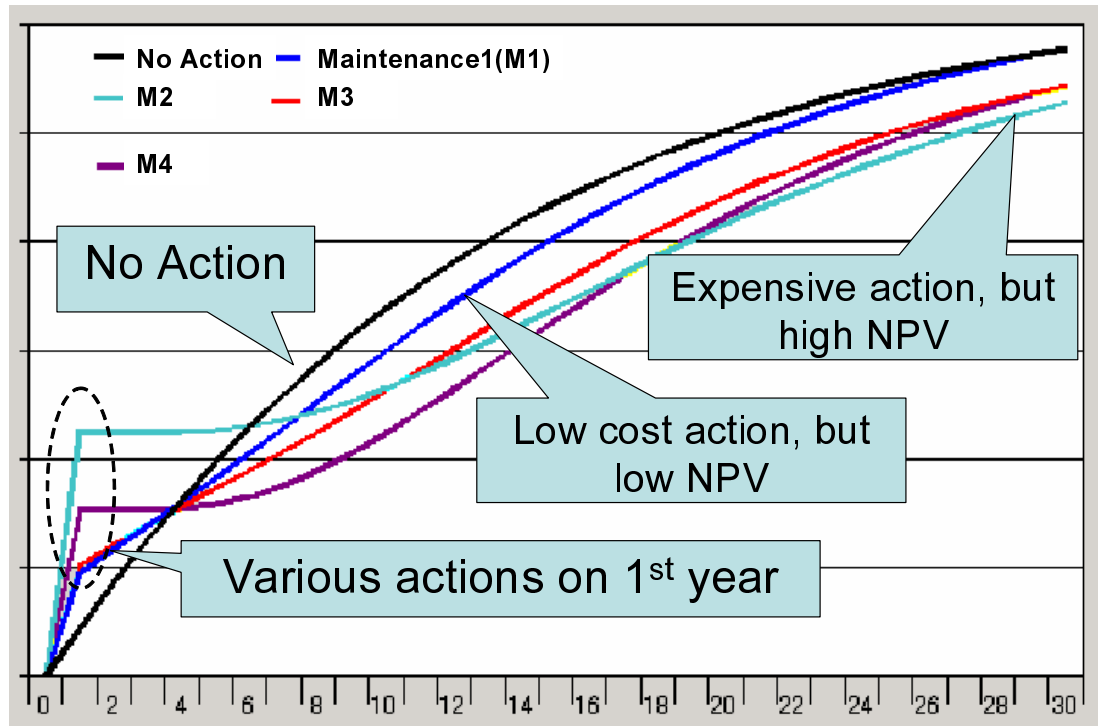


Figure 4.2: Transition of expected costs of various maintenance actions

全体でみた場合の故障確率が基準を超えてしまう等で、複数プラントの保守計画として経営的な観点や、信頼性的な観点で不適当になる場合がある。この例を Fig.4.3 に示す。このような制約条件下で保守計画を最適化することが本章のテーマである。

一般に上記のように全体の最適化が個々の独立した要因に分解できず、全体が関係しあって最適な保守計画が決まる場合、問題は必然的に大規模な組合わせ最適化問題となる。プラント数 N_p 、部位数 N_c 、補修案数 N_a 、対策年種類 Y_d とすると、全ての対策（各部位についての対策案とその実施の有無、実施年の集合）を調べるには、 $O((N_a Y_d + 1)^{(N_p N_c)})$ の計算が必要であり、比較的小規模なケースでも容易に組み合わせ爆発を起こす。

こうした大規模問題を解くために、ASME のガイドライン [3] では分枝限定法を用いる手法が示されている。しかし、分枝限定法は一般に計算時間がかかるという問題がある。現実のアプリケーションを考えた場合には、大規模な組合せの中から最適な対策案を策定する場合に厳密な意味での最適性は必ずしも要求されない反面、限られた時間内に実用的な解を求める必要があり、分枝限定法に代表される厳密解法よりもメタ戦略、つまりシミュレーティドアニーリング（SA法）[33] や遺伝的アルゴリズム（GA法）[7, 66] といったヒューリスティックな探索方法を用いることが有効である。

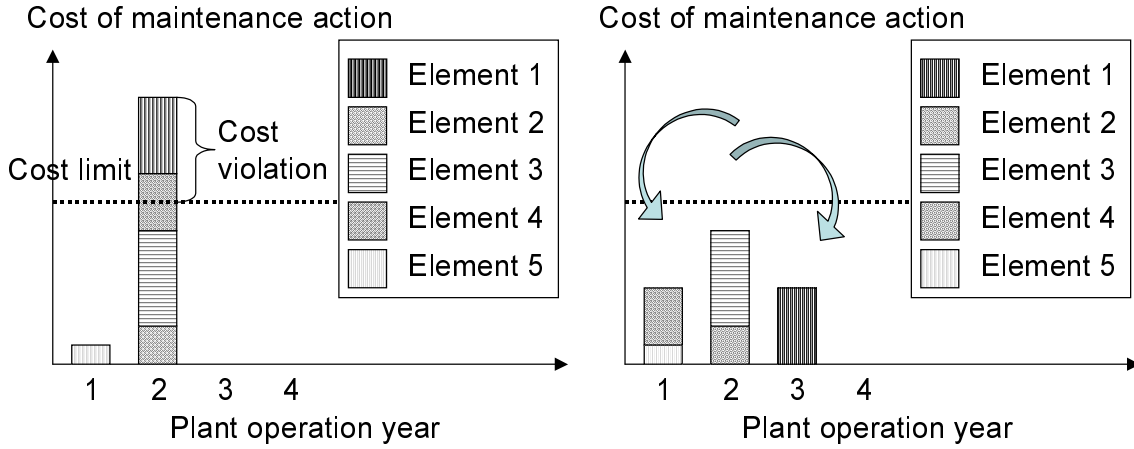


Figure 4.3: Feasible maintenance plan

本課題においては問題の性質上変数が整数値をとる場合しか評価関数が定義されない。そのため、離散的な値の間を補間することにより、グローバルに連続値をとる評価関数を定義する。これは、一般に離散変数のままで問題を解く場合に生じる組合わせ的複雑さを回避し、汎用的に探索しやすい形で扱うためである。求まった連続変数解の値を再離散化（四捨五入）したものを最終的な解とする。ここでは、Nelder-Mead のシンプレックス法を局所探索手法として採用し、メタ戦略としては遺伝的アルゴリズムを用いた。

本研究では、第 4.2 節でリスク評価に基づく複数プラントの補修計画意思決定を数理最適化問題として定式化する。第 4.3 節では、定式化した問題に対しメタ戦略手法を適用するための準備を行う。第 4.4 節で、メタ戦略法としての遺伝的アルゴリズムとシンプレックス法とよばれる局所探索手法を組み合わせた手法を説明する。第 4.5 節で、従来技術として、我々が扱う具体的な課題の多くの場合に成り立つ性質を利用したアドホックな解探索手法を説明する。本手法は非常に高速であり、システムに組み込まれ多くの複雑でない対象に適用して効果が実証されている。第 4.6 節では、人工データとプラントの模擬データを用いた課題について、アドホックな手法と本手法の比較を行う。第 4.7 節で、本手法の実用的能力について検討する。

4.2 問題の定式化と制約条件

4.2.1 単一の部位に対する補修意思決定

プラントは N_c 個の部位 $C_1, C_2, \dots, C_{N_c}$ から成るものとする。各部位 C_j に関する、各 t 年での累積破損確率 $P_{C_j}(t)$ が与えられているものとする。 $P_{C_j}(t)$ は t 年までに部位 C_j が破

損する確率である。この確率はプラント部位の材料強度的な解析に基づき理論式が決められ、都度の検査データでアップデートされるものである。

各部位 C_j に対する補修方法の一つを y_j で表し、 x_j 年に行う補修 y_j のコストを $M_{C_j}(x_j, y_j)$ で表す。

リスク評価では、将来発生するコストを全て現在価値に割り戻して計算する。金利を r とし、現在を t_0 年とすると、 x_j 年に発生する補修 y_j のコスト $M_{C_j}(x_j, y_j)$ の現在価値 $M_{C_j}^0(x_j, y_j; t_0)$ は

$$M_{C_j}^0(x_j, y_j; t_0) = \frac{M_{C_j}(x_j, y_j)}{(1+r)^{x_j-t_0}}$$

となる。現在価値に割り戻していることを、肩に $(\cdot)^0$ をつけて表す。

部位 C_j が t 年に破損した場合の期待損害コストに関しても、現在価値に割り戻したものを $D_{C_j}^0(t)$ で表す。

以下では、このような部位に対する最適な対策案の決定方法について説明する。なお、対策案とは、補修の有無と補修する場合には補修方法と補修年の総称とする。

廃却予定年を t_d と表す。本課題では廃却予定年までに補修は多くても1回だけ行うものとする。また、廃却予定年まで1回も補修しない場合を放置とよぶ。 x_j 年に補修 y_j をする場合の、廃却予定年 t_d までの総期待コスト（損害コストと補修コストの和） $\hat{F}_{C_j}^0(x_j, y_j; t_d, t_0)$ は

$$\begin{aligned} \hat{F}_{C_j}^0(x_j, y_j; t_d, t_0) = & \sum_{t=t_0+1}^{\max(x_j, t_d)} (P_{C_j}(t) - P_{C_j}(t-1)) D_{C_j}^0(t) \\ & + M_{C_j}^0(x_j, y_j; t_0) + \sum_{t=x_j+1}^{t_d} (1 - P_{C_j}(x_j)) \times \\ & (P_{C_j}^M(t - x_j, y_j) - P_{C_j}^M(t - x_j - 1, y_j)) D_{C_j}^0(t) \end{aligned}$$

となる。ハット・ $\hat{\cdot}$ は、期待コストを意味する。

ここで、 $P_{C_j}^M(t - x_j, y_j)$ は、補修 y_j を x_j 年に行った場合の t 年での C_j の累積破損確率を表したものである。放置する場合も同じ枠組みで議論するために、放置の場合は $x_j = t_d + 1$ もしくは $y_j = 0$ で表すことにする。

一方、この部位を放置した場合、廃却予定年までの総期待コスト $\hat{F}_{C_j}^0(x_j, y_j; t_d, t_0)$ は、期待累積損害コスト $\hat{D}_{C_j}^0(t_d, t_0)$ と一致し、

$$\begin{aligned} \hat{F}_{C_j}^0(x_j, y_j; t_d, t_0) &= \hat{D}_{C_j}^0(t_d, t_0) \\ &= \sum_{t=t_0+1}^{t_d} (P_{C_j}(t) - P_{C_j}(t-1)) D_{C_j}^0(t) \end{aligned}$$

となる。

単一の部位 C_j に関する最適な意思決定は、

$$\hat{F}_{C_j}^0(x_j, y_j; t_d, t_0) \rightarrow \min$$

となる補修年 x_j と補修方法 y_j を選択することである。

4.2.2 複数プラント全体での意思決定

プラントを表す記号 i を導入して、部位を $C_{i,j}$ と表し、補修年、補修方法を $x_{i,j}, y_{i,j}$ と表す。複数プラント全体での意思決定変数を、全ての i, j に関するベクトル

$$\vec{X} = (x_{1,1}, \dots, x_{1,N_c(1)}, \dots, x_{i,N_c(i)}, \dots, x_{N_p,N_c(N_p)}, \\ y_{1,1}, \dots, y_{1,N_c(1)}, \dots, y_{i,N_c(i)}, \dots, y_{N_p,N_c(N_p)})$$

または、より簡単に

$$\vec{X} = (x_{i,j}, y_{i,j})$$

と表す。 $N_{c(i)}$ はプラント i の部位数、 N_p はプラント数である。廃却予定年もプラント毎に異なるため、 t_{di} と表す。

部位全体の正味現在価値 $NPV(\vec{X})$ を

$$NPV(\vec{X}) = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_{c(i)}} (\hat{D}_{C_{i,j}}^0(t_{di}, t_0) - \hat{F}_{C_{i,j}}^0(x_{i,j}, y_{i,j}; t_{di}, t_0))$$

と定義する。NPV は経営的な指標として重要であり、本研究では以後 NPV に注目し、

$$NPV(\vec{X}) \rightarrow \max$$

を新たな課題とする。

各部位が独立に扱える場合、部位毎に $NPV_{i,j}$ が最大となる対策 $x_{i,j}^*, y_{i,j}^*$ を集めた $\vec{X}^* = (\dots, x_{i,j}^*, \dots, y_{i,j}^*, \dots)$ が NPV 最大を実現する意思決定である。しかし、実際には全システムに対して、毎年割り当てられる補修費用上限等の各部位独立に決められない制約条件があるため、 $\vec{X}^*$ は問題の実行可能解にはならない。

制約条件を記述するため以下の量を定義する。ただし、 $\delta(a = b)$ は $a = b$ が成り立てば 1、成り立たない場合は 0 となる関数とする。また、 $H_{i,j}(y_{i,j}), L_{i,j}(y_{i,j})$ を、それぞれプラント i の部位 j に補修 $y_{i,j}$ を行う費用、補修日数とする。 $Q_{i,j}$ を、プラント i の部位 j が破損した場合にプラントが停止する日数とする。

1. 各年の各プラントの補修費用:

$$MCost_i(t, \vec{X}) = \sum_{j=1}^{N_{c(i)}} M_{C_{i,j}}^0(x_{i,j}, y_{i,j}; t_0) \delta(x_{i,j} = t)$$

費用は対策を行った部位について加算される。

2. 各年の補修のためのプラント毎停止日数:

$$MDay_i(t; \vec{X}) = \max_{j=1, \dots, N_{ci}} L_{i,j}(y_{i,j}) \delta(x_{i,j} = t)$$

停止日数は、複数の部位があっても並行補修できるので、その年に補修を行う部位に対する停止日数の最大値をとる。

3. 各年の事故によるプラント毎停止日数期待値:

$$StopDay_i(t; \vec{X}) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{N_c(i)} Q_{i,j} (P_{Ci,j}(t) - P_{Ci,j}(t-1)) & t \leq x_{i,j} \leq t_d + 1 \\ \sum_{j=1}^{N_c(i)} Q_{i,j} (1 - P_{Ci,j}(x_{i,j})) & \\ \times (P_{Ci,j}^M(t - x_{i,j}, y_{i,j}) - P_{Ci,j}^M(t - x_{i,j} - 1, y_{i,j})) & \\ & x_{i,j} + 1 \leq t \leq t_d + 1 \end{cases}$$

プラント停止は、各部位が同時に停止するとは限らないので、最悪ケースを想定して加算とした。なお、同時に停止する傾向の強い部位のペアは、組み合わせて一つの部位として扱うこととし、異なる部位は独立に停止時期が決まるものとした。

4. 各年のプラント毎、部位毎の破損確率:

$$Fault_{i,j}(t; \vec{X}) = \begin{cases} P_{Ci,j}(t) & t \leq x_{i,j} \leq t_d + 1 \\ (1 - P_{Ci,j}(x_{i,j})) P_{Ci,j}^M(t - x_{i,j}, y_{i,j}), & x_{i,j} + 1 \leq t \leq t_d \end{cases}$$

以上をまとめると、目的関数は

$$NPV(\vec{X}) \rightarrow \max \quad (4.1)$$

であり、制約条件は

$$\forall t, i \ ; \ MCost_i(t; \vec{X}) \leq LimCost_i(t) \quad (4.2)$$

$$\forall t, i \ ; \ MDay_i(t; \vec{X}) \leq LimDay_i(t) \quad (4.3)$$

$$\forall t, i \ ; \ StopDay_i(t; \vec{X}) \leq LimStop_i(t) \quad (4.4)$$

$$\forall t, i, j \ ; \ Fault_{i,j}(t; \vec{X}) \leq LimFault_{i,j}(t) \quad (4.5)$$

となる。ここで、 $LimCost_i(t), LimDay_i(t), LimStop_i(t), LimFault_{i,j}(t)$ はそれぞれの制約条件の上限値 ($t = 1 \sim t_d$ 年に定義される) である。

制約条件は大きく二つのタイプに分けられる。(4.2),(4.3) 式は、対策として補修の実施年が特定の年に集中しないことを求めるものであり、補修を実施することにより、その年の補修費用に関する制約条件に抵触する可能性を持つ。補修年を分散させたり、放置することが制約条件を満足する方向に作用する。これを**経済性指向型の制約**とよぶ。

一方、(4.4),(4.5) 式は対策による廃却予定年までの破損確率が小さいことを求めるものであり、積極的に補修をすることが制約条件を満足する方向に作用する。これを**安全性指向型の制約**とよぶ。

本研究の課題は、 NPV を表す目的関数と上記制約条件の折合いをつける問題であるが、同時に上記制約条件の中にも経済性を指向する条件と安全性を指向する条件との折合いをつける問題が含まれている。

4.3 メタ戦略解法適用のための準備

4.3.1 課題の性質と解法の条件

第 4.2 節で示した課題に対する、汎用的な解探索手法を検討する．問題の規模を定量的に把握するために、本手法で取り扱うプラント数、プラント内の部位数、補修案、廃却予定年までの年数を、記号と具体的数値例で Table 4.1 に示す．

Table 4.1: Example of problem size

Item	Notation	Typical value
Number of plants	N_p	6
Number of components	N_c (Strictly, for plant i , $N_{c(i)}$)	10
Maintenance method	N_a	5
Expiration year of plants	t_d	60
Calculation of optimal actions for each plant and component	$O(N_p N_c (N_a t_d + 1))$	18060
Enumeration of all feasible solutions	$O((N_a t_d + 1)^{(N_p N_c)})$	$\geq 305^{60}$

本章で扱う課題においては、目的関数や評価関数に関する情報として、変数が具体的な整数値をとった時の関数値しか使えないという特徴がある．従って、目的関数の微分や勾配情報などを利用した数理的に理論付けされた手法である非線形計画手法等は使えない．また厳密解法である分枝限定法は、変数次元が大きすぎることから、本問題に適しているとは言いがたい．

このように問題の規模が大きいことと、微分等を利用できないという問題の性質から、汎用的解法としてはメタ戦略手法が必要となる．メタ戦略法はシミュレーティドアニーリングやタブーサーチ、遺伝的アルゴリズム等の探索法やそのハイブリッド手法が提案されており、特徴が系統的に分析されている [71]．

本研究では、解探索を広範囲で効率よく行うために、GA法により分散型で解空間の多様な部分を探索する機能と、個々の遺伝子の探索範囲の近傍で効率よく局所的な最適解を発見するシンプレックス法 [55] とを組み合わせたメメティックアルゴリズム手法を採用する．

メメティックアルゴリズム手法は制約なし最適化問題に適している．そこで、本問題においても、制約条件への不適合度をペナルティ関数として評価関数に組み込み、

評価関数 = 目的関数 + 各制約条件不適合度

という形に再定式化する．

4.3.2 ペナルティ関数

関数 $\phi(x)$ を

$$\phi(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

と定義し、制約条件の不適合度をペナルティ関数 $PEN(X)$ により表す.

$$\begin{aligned} PEN(\vec{X}) = & -[w_1 \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{t=t_0}^{t_{di}} \phi(MCost_i(t; \vec{X}) - LimCost_i(t)) \\ & + w_2 \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{t=t_0}^{t_{di}} \phi(MDay_i(t; \vec{X}) - LimDay_i(t)) \\ & + w_3 \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{t=t_0}^{t_{di}} \phi(StopDay_i(t; \vec{X}) - LimStop_i(t)) \\ & + w_4 \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{t=t_0}^{t_{di}} \sum_{j=1}^{N_c} \phi(Fault_{i,j}(t; \vec{X}) - LimFault_{i,j}(t))] \end{aligned}$$

ここで, $w_1, \dots, w_4$ は適当な正の重みである.

目的関数と制約条件を統合した評価関数 $f(\vec{X})$ を次式で定義する.

$$f(\vec{X}) = NPV(\vec{X}) + PEN(\vec{X})$$

4.3.3 変数の拡張

実変数への拡張

第 4.3.1 節で述べたように, 本課題の評価関数 $f(\vec{X})$ は $\vec{X}$ の全要素が整数の場合しか定義されない. しかし, 汎用的な解探索手法を活用するためには, 解空間を離散的な整数値に限定しない方が都合がある. そこで, 整数値で定義された評価関数 (NPV 関数, ペナルティ関数) を補間して, 実数値で定義できるように拡張する.

成分が全て整数であるベクトル $\vec{X}$ を格子点上にある, ということにする. 評価関数を $\vec{X}$ を引数とする関数 $f(\vec{X})$ で表す. $\vec{X}$ が格子点上にないことも許す場合, 格子点に限定した場合との違いを強調して $\vec{x}$ と表すことにする. $\vec{X} = (\dots, x_{i,j}, \dots, y_{i,j}, \dots)$ であるが, ここでは要素を表す際, 単に $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ と表す. 補間方法として, ここでは最も単純な線形補間法をとる. この時, 補間に必要な周囲の点は $n+1$ 点であり, 補間プロセスの概要は,

1. 格子点上にない変数 $\vec{x}$ の周囲の $n+1$ 個の格子点群 (シンプレックス) $\{\vec{X}^0, \vec{X}^1, \dots, \vec{X}^n\}$ を求める.
2. 関数値 $f(\vec{x})$ を $\{f(\vec{X}^0), f(\vec{X}^1), \dots, f(\vec{X}^n)\}$ を使って表す,

となる.

詳細なステップを以下に示す.

1. $\vec{x}$ の各成分 x_i を四捨五入して得られる格子点を $\text{round}(\vec{x}) = \vec{X}^0$ とする.
2. $a_i = x_i - x_i^0$ とし, i 番目の成分方向の単位ベクトル $\vec{e}_i$ を

$$\vec{e}_i = (0, \dots, 0, \overset{i}{1}, 0, \dots, 0)$$

とする. そのとき, $\vec{x}$ は

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^n a_i \vec{e}_i + \vec{X}^0$$

となる.

3. $i = 1, \dots, n$ に対して

$$\vec{X}^i = \vec{X}^0 + \text{sign}(a_i) \vec{e}_i$$

とおく. ここで $\text{sign}(x)$ は x がゼロ以上なら 1, 負なら -1 をとる関数とする.

4. $\vec{x}$ に対する評価値 $f(\vec{x})$ を, $\vec{X}^0, \dots, \vec{X}^n$ とそれぞれの格子点での関数値 $f(\vec{X}^0), \dots, f(\vec{X}^n)$ を使って

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n a_i \Delta f_i + f(\vec{X}^0) \quad (4.6)$$

と定める. ただし,

$$\Delta f_i \stackrel{\text{def}}{=} (f(\vec{X}^i) - f(\vec{X}^0))$$

である.

一つの部位の補修方法と補修年の補間を表す図を Fig.4.4 に, より高次元になる複数部位の補間を表す図を Fig.4.5 に示す.

補間方法の改良

前節で述べたように最適化の探索途中では連続変数を扱うが, 最終的に求めるべき解は離散的な解である. そのため, 連続変数で求めた最適解 $\vec{x}^{opt}$ を再離散化した解 $\vec{X}^{opt}$ を最終的な解とする. この時再離散化を有効に機能させるため, 解 $\vec{x}$ が近傍のシンプレックス $\{\vec{X}^0, \vec{X}^1, \dots, \vec{X}^n\}$ の内部に位置するかどうかを調べる.

解空間が 3 次元以上になると, $\vec{x}$ がこのシンプレックスの内部に入らない場合がある. 例えば, ϵ を非常に小さい正の数とすると, 3 次元の解空間で $\vec{x} = (1/2 - \epsilon, 1/2 - \epsilon, 1/2 - \epsilon)$

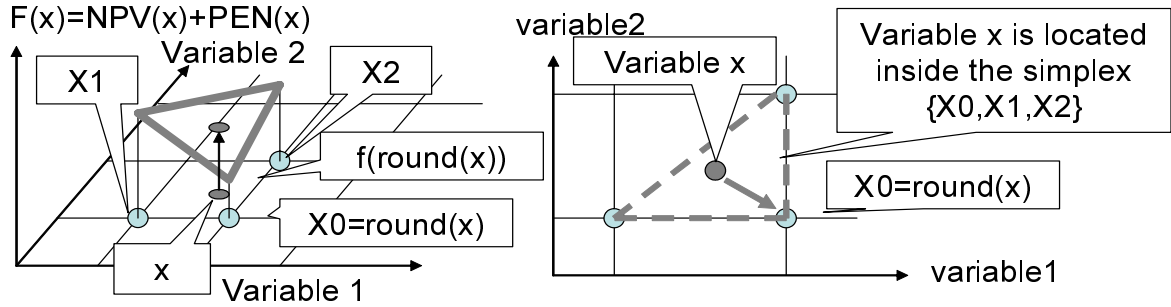


Figure 4.4: Interpolation of the objective function in two dimensions

は格子点 $(0, 0, 0)$ に最も近く、定義されるシンプレックスの頂点は $\vec{X}^0 = (0, 0, 0)$, $\vec{X}^1 = (1, 0, 0)$, $\vec{X}^2 = (0, 1, 0)$, $\vec{X}^3 = (0, 0, 1)$ であるが、 $\vec{x}$ はこのシンプレックスの内部にはない。

シンプレックスの内部にない点 $\vec{x}$ を(4.6)式で補間すると、変数 $\vec{x}$ では制約条件を満足するが、再量子化した $\vec{X}^0$ は制約条件を満足しない不都合が起こる。これを説明する図をFig.4.6に示す。

たとえば、シンプレックスの各頂点でのペナルティ関数値が

$$\begin{aligned} PEN(\vec{X}^0) &< 0 \\ PEN(\vec{X}^1) &= PEN(\vec{X}^2) = PEN(\vec{X}^3) = 0 \end{aligned}$$

の場合、(4.6)式の定義に従って $PEN(\vec{x})$ を計算すると

$$PEN(\vec{x}) > 0$$

となる。ペナルティ関数は、制約条件を満足する場合にゼロ、満足しない場合にマイナスとなるべき関数であり、プラスになることに意味はない。しかもこの場合には $PEN(\vec{x})$ はマイナス（最も近い格子点が制約違反だから）となるべきである。

この対策としては、 x を内部に持つシンプレックスを見つけることや、近傍としてシンプレックスではなく 2^n 個の格子を使うことが考えられる。ここでは、計算量の少ない簡易な手法を提案する。

まず、 f の定義を

$$f(\vec{x}) \stackrel{\text{def}}{=} NPV(\vec{x}) + PEN(\text{shrink}(\vec{x})) \quad (4.7)$$

に変更する。ここで、 $\text{shrink}(\vec{x})$ は $\vec{x}$ の方向を保存し、大きさを縮めてシンプレックス $\{\vec{X}^0, \vec{X}^1, \dots, \vec{X}^n\}$ の内部に入れる変換であり、次のように定められる。

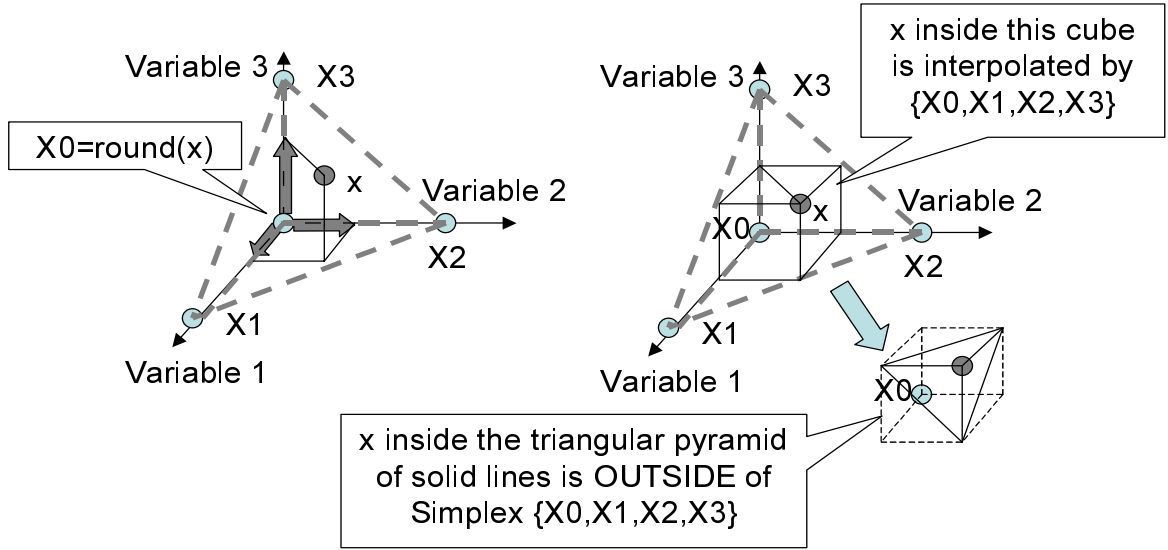


Figure 4.5: Interpolation of the objective function in higher dimension

$\|\cdot\|$ でユークリッド距離を表すと,

$$\max_{\text{round}(\vec{x})=\vec{X}^0} \|\vec{x} - \vec{X}^0\| = \frac{\sqrt{n}}{2} \quad (4.8)$$

$$\min_{\vec{x} \in \{X^1, \dots, X^n\}} \|\vec{x} - \vec{X}^0\| = \frac{\sqrt{n}}{n} \quad (4.9)$$

なので, $n \geq 3$ では (4.8) 式 $>$ (4.9) 式となる. これが, $\vec{x}$ がシンプレックス内部にない原因である. そこで,

$$\text{shrink}(\vec{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{n}(\vec{x} - \text{round}(\vec{x})) + \text{round}(\vec{x})$$

とすれば,

$$\max_{\text{round}(\vec{x})=\vec{X}^0} \|\text{shrink}(\vec{x}) - \vec{X}^0\| = \frac{\sqrt{n}}{n}$$

となり, $\text{shrink}(\vec{x})$ はシンプレックス $\{\vec{X}^0, \vec{X}^1, \dots, \vec{X}^n\}$ の中に入り, 必ず $PEN(\text{shrink}(\vec{x})) \leq 0$ が成り立つ.

評価関数空間の反復構造

本課題における解空間は, 変数要素によって値の範囲が異なる. 具体的には, 補修年 $x_{i,j}$ は一般に現在からプラント廃却年までの間の値をとりうるので, Table 4.1 の例の場合, $x_{i,j}$

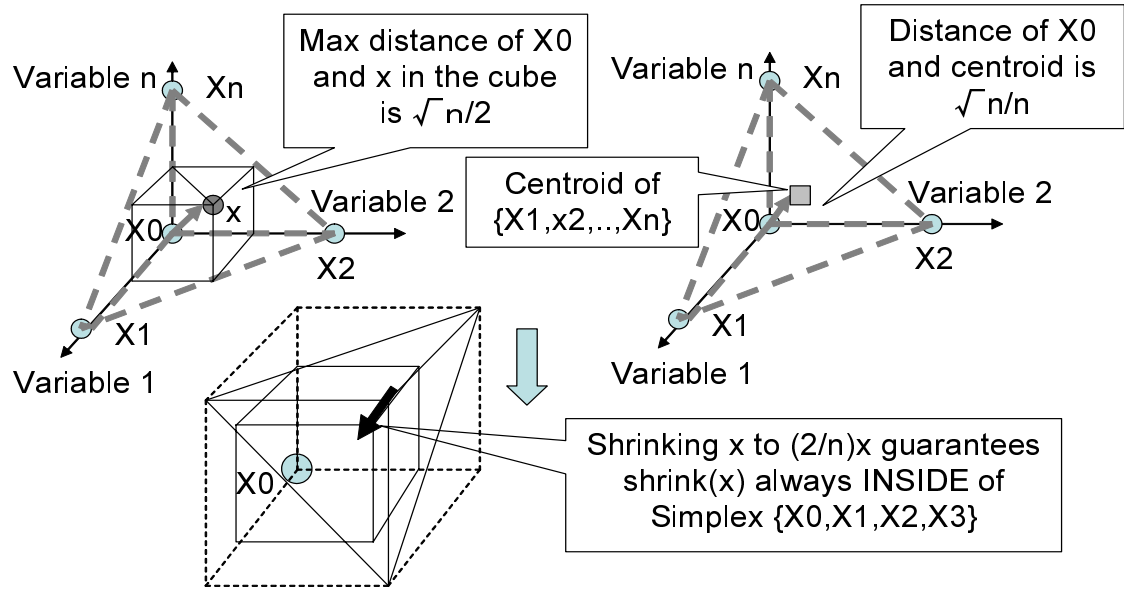


Figure 4.6: Modified interpolation to restore feasibility

は1年から60年程度まで変化する．しかし補修方法は多くて10種類程度である．また，複数プラントを同時に扱うため，正確にはプラント i によっても変化する範囲が異なる．

こうした解空間の範囲不均一性は，メタ戦略を適用する際に不都合となる場合がある．そこで，本研究では，制限を越えた場合に上限値による剰余をとることで空間が無限に繰り返されていく構造に拡張する．拡張した空間での評価関数 $f(\vec{x})$ は，変数 $x_{i,j}$ の上限を $UX_{i,j}$ ，変数 $y_{i,j}$ の上限を $UY_{i,j}$ ，で表すと（下限は1），

$$f(\vec{x}) = f((x_{i,j} \% (UX_{i,j} + 1), y_{i,j} \% (UY_{i,j} + 1)))$$

とする．なお $x \% y$ は， x を y で割った余りを意味する．これにより， $UX_{i,j} = t_d$ であること及び $t_d + 1$ を放置と定義したことに注意すると，補修年0も放置を表すことになる．

4.3.4 目的関数の性質

毎年の期待コストの推移と $NPV_{i,j}(\vec{X})$ の形状の関係を，Fig.4.7に示す．目的関数の形状に関しては，主に対策案を変化させた場合の滑らかさと，放置を $t_d + 1$ 年補修と同等にしたことによる補修年度の t_d から $t_d + 1$ の間の滑らかさがポイントとなる．

NPVとペナルティ関数，評価関数の形状例をFig.4.8に示す．これらの関数は， $\vec{X} = (x_{i,j}, y_{i,j})$ という高次元空間に定義される関数であるが，図ではそのうち二つの変数 $x_{1,1}, x_{1,6}$

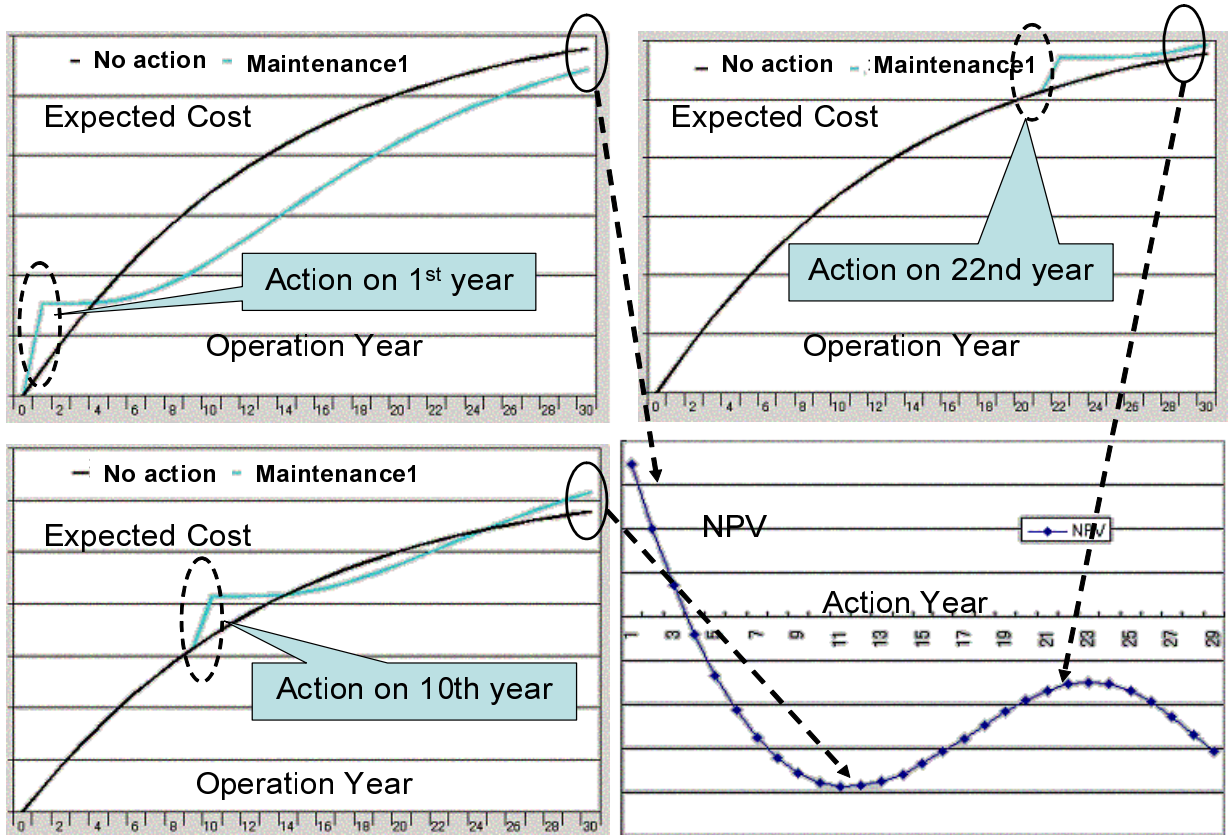


Figure 4.7: Behavior of expected costs and NPV

の平面での形状を示す。この例では、破損による停止日数に関する制約条件が最も効いており、広範囲で制約違反となっている。

放置は $t_d + 1$ 年の補修と定義しているが、4.3.3 節の処理により、0 年も放置に相当する。Fig.4.8 では放置は 0 年の補修として表示してある。このグラフから、NPV は比較的滑らかな形状をしていることがわかる。この図では放置の部分も若干傾きに差があるものの問題となるような形状にはなっていない。

安全性指向性の強い制約条件において、破損確率の制約条件を満足しない場合には、部位の補修年を変化させると評価関数に局所的に大きな谷が出来る。例を Fig.4.9 に示す(変数は $x_{1,1}$ と $x_{1,6}$)。この図での谷は 1 年に二つの部位を同時に補修できないという制約条件に対して、グラフの軸を含む二つの部位の補修年が重なったためである。最適化計算のためには、この谷の内部の形状よりも、解探索において谷に入らないことが重要である。

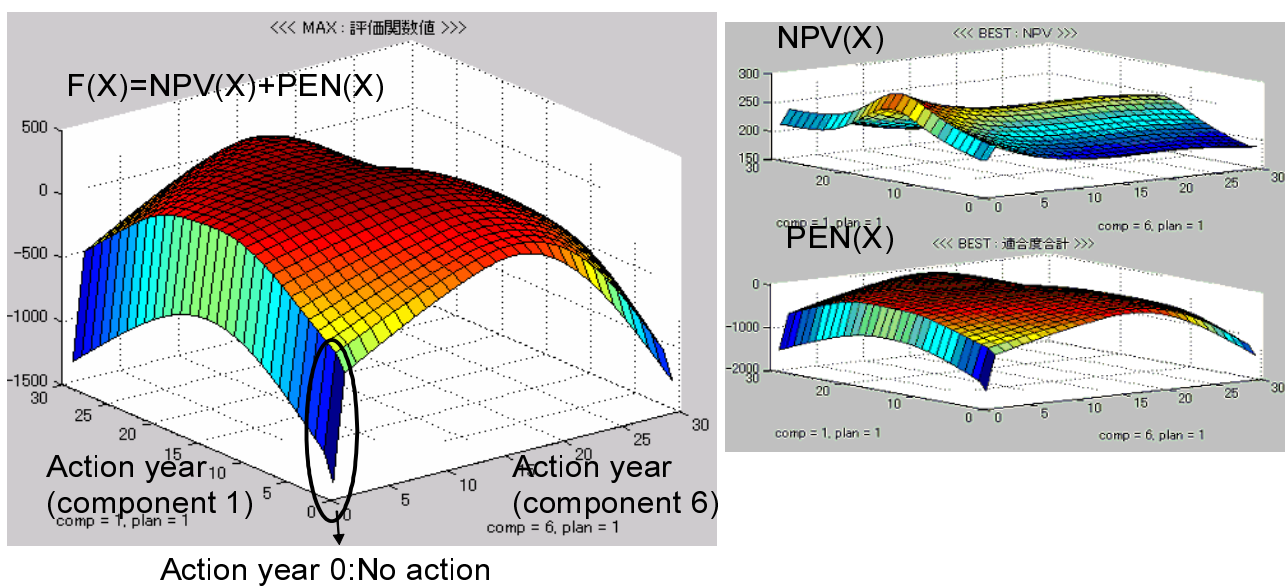


Figure 4.8: Example of an objective function that violates the constraints in a wide range

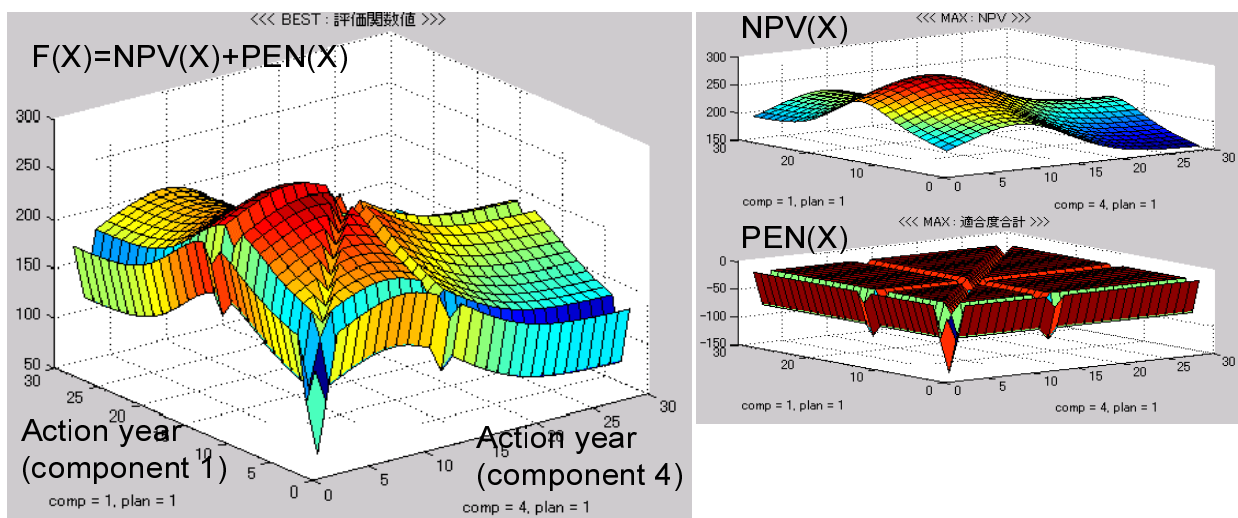


Figure 4.9: Example of an objective function that violates the constraints in a narrow range

4.4 解探索手法

4.4.1 遺伝的アルゴリズムとシンプレックス法を組み合わせた SCGA 法

前節で述べたような問題の性質から、解探索手法はメタ戦略を採用するが、その中でも特に SCGA(Simplex Coding Genetic Algorithm) と呼ばれる、遺伝的アルゴリズム (GA) を大域的探索に用い、局所探索に Nelder-Mead のシンプレックス法を用いた手法を採用する。この手法は、評価関数が連続変数上に定義され制約条件のない最適化問題に対する汎用的手法であり、いくつかの標準的なテスト問題に対して有効性が確認されている [20]。

この手法では、解空間の次元を n とすると、 $n + 1$ 個の頂点からなるシンプレックスを一つの遺伝子として定義する。遺伝子を複数発生し、大域的に解空間を評価する。この時、遺伝子は近傍を少しずつ値を変えながら局所探索も行う。局所探索は Nelder-Mead のシンプレックス法による [42, 47]。

先に見たように、評価関数には制約条件による「谷」が見られる。シンプレックス法では、頂点を移動する際に他の頂点での評価値を参照できるので「谷」に落ちるような移動を避けることができる。仮に全ての頂点が谷の底にある状態からスタートしても、谷の勾配を利用して谷から抜け出す方向への探索が可能である。したがって、本課題ではシンプレックス法による局所探索は非常に有効である。

SCGA 法の局所探索

変数を $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ とし、評価関数を $f(\vec{x})$ とする。また、パラメータ

$$\rho > 0, \quad \chi > 1, \quad 0 < \gamma < 1, \quad 0 < \sigma < 1$$

を定義する。 ρ は反射係数、 χ は伸張係数、 γ は縮小係数、 σ は収縮係数であり、以下の局所探索での移動に使われる。なお、本研究では $\rho = 1.0, \chi = 2.0, \gamma = 0.5, \sigma = 0.5$ とした。

並べ換え $n + 1$ 個の頂点を $\vec{x}_i, i = 1, \dots, n + 1$ で表す。順番は関数値が $f(\vec{x}_{n+1}) \leq f(\vec{x}_n) \leq \dots \leq f(\vec{x}_1)$ となるように並べ替える。つまり、 $\vec{x}_{n+1}$ が最も悪い評価値の頂点とする。なお、この並べ換えの操作は、以下の各操作が実行されるたびに適用される。

反射 頂点 $\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n$ の重心を $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{x}_i$ として、反射による新たな頂点候補を

$$\vec{x}_r = \bar{x} + \rho(\bar{x} - \vec{x}_{n+1})$$

とする。 $f(\vec{x}_n) \leq f(\vec{x}_r) \leq f(\vec{x}_1)$ が成り立つ場合には、 $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_r$ でおきかえて終了条件チェックへ行く。それ以外の場合には、 $f(\vec{x}_r) > f(\vec{x}_1)$ ならば伸張ステップへ、 $f(\vec{x}_r) \leq f(\vec{x}_1)$ ならば縮小ステップへ行く。

伸張 $f(\vec{x}_r) > f(\vec{x}_1)$ が成り立つ場合には

$$\vec{x}_e = \bar{x} + \chi(\vec{x}_r - \vec{x}_{n+1})$$

とする. もし $f(\vec{x}_r) < f(\vec{x}_e)$ が成り立つならば, $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_e$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_r$ でおきかえて終了条件チェックへ行く.

縮小 $f(\vec{x}_r) \leq f(\vec{x}_n)$ が成り立つ場合には,

1. $f(\vec{x}_r) \geq f(\vec{x}_{n+1})$ ならば

$$\vec{x}_{oc} = \bar{x} + \gamma(\vec{x}_r - \bar{x})$$

とする. $f(\vec{x}_{oc}) \geq f(\vec{x}_r)$ の場合には $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_{oc}$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には収縮ステップへ行く.

2. $f(\vec{x}_r) < f(\vec{x}_{n+1})$ ならば

$$\vec{x}_{ic} = \bar{x} + \gamma(\vec{x}_{n+1} - \bar{x})$$

とする. $f(\vec{x}_{ic}) \geq f(\vec{x}_r)$ の場合には $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_{ic}$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には収縮ステップへ行く.

収縮 一番評価値のよい $\vec{x}_1$ 以外の n 個の頂点を全て $\vec{x}_1$ の近くに収縮する.

$$\vec{x}_i' = \vec{x}_1 + \sigma(\vec{x}_i - \vec{x}_1), \quad i = 2, \dots, n+1$$

終了条件 新しい $n+1$ 個の頂点のうち, 最も評価値の高い点と最も低い点との差が十分小さくなれば終了する. そうでなければ反射に戻って計算を継続する.

交配と突然変異

大域的探索は, 遺伝的アルゴリズムに基づき行う. $n+1$ 個の頂点からなるシンプレックスを遺伝子とし, 複数遺伝子に対して, 「交配」と「突然変異」により次の世代の遺伝子集合を作る.

交配 交配により新たに生まれ変わる遺伝子の個数を $0 \sim$ 部位数の 4 倍の範囲でランダムに決め, 確率 0.8 で選んだ複数シンプレックスについて頂点の平均値から新しいシンプレックスを作る. さらに, そのシンプレックスをランダムな方向に平行移動したシンプレックスを新たに必要な遺伝子数分だけ作成する.

突然変異 確率 0.1 でランダムに選んだシンプレックスの一つの頂点を, それ以外の n 頂点の重心に対して反転する.

淘汰 遺伝子の評価値を計算し、値の良いものから N 個を選択して次の世代の遺伝子とする。 N は本研究では部位数の 2 倍とした。

最終探索

上記手続きにより GA による大域的探索と、Nelder-Mead のシンプレックス法による局所探索を繰り返した後、最終探索としてこれまでに求めた最適シンプレックスを使って Nelder-Mead のシンプレックス法に対する Kelley の改良 Nelder-Mead 法 [31] による探索を行う。

Kelley の改良法による探索は、Nelder-Mead のシンプレックス法が持つ収束上の問題（シンプレックスの各頂点の評価関数値が近づいて、傾き推定値が大きくなること）を回避するために、収束の停滞を検知するとシンプレックスの最良の頂点を除く他の頂点を座標系に沿って取り直す。また、ここでのシンプレックス法では複数の頂点を同時に移動する戦略 [19] を採用した。

4.5 アドホック手法による解探索

4.5.1 特殊なケースでの課題の性質

本章で扱うプラント保守意思決定の課題のうち、実用上のケースの中には、制約条件は厳しくなく、複数部位の対策が互いに影響することも少ない場合もある。このようなケースに対しては、課題の通常の性質を利用したアドホックな手法が有効である。

特殊なケースでの課題の性質は、

- 制約条件は厳しくなく、4 種類の制約条件 (4.2)～(4.5) の一部は上限値が ∞ である場合もある、
- 部位数が多くても、適切な補修年が重ならず、部分部位集合に分割して考えることができる、
- 対策が同一年に重なる場合も、重なる部位数が 3 部位以上になることは少なく、多くは 2 部位の関係である、

である。このような場合には、各部位毎に NPV 最大となる対策を選択することで、全体の最適対策に近い状態が得られ、その後二つの部位の対策時期が重ならないように調整することで最適解が得られる場合がある。アドホック法はこのような特殊な性質を利用している。

4.5.2 初期化と制約条件調整

初期解探索 まず制約条件を無視して NPV 最大となるように意思決定し、全体で制約条件に違反していなければそれを解とする。制約条件が緩やかな場合や制約がない場合には、この方法は非常に効率が良い。

制約満足調整 一方、制約条件をチェックして違反があった場合には、まず制約条件を満足する状態に移動する。その場合、式(4.2)～(4.4)から制約条件は年毎に定義されるので制約条件に違反している年を1年ずつチェックする。条件(4.2),(4.3)に違反した年に対策を実施している部位一つ一つについて、変更後のペナルティ関数値が下がり、かつ新たに制約条件違反を起こさない対策案に変更する。そういう対策が複数ある場合には、

- NPVの低下が小さい年から順番
- 対策コスト当りのNPV低下が小さい部位から順番

の2通りの方法で変更し、最終的に良いほうを選択する。NPV曲線は滑らかな場合が多いので、現在の補修年の近傍のみを探索することで計算量を抑える。

注意が必要なのは、制約条件(4.4)式である。条件(4.2),(4.3)式は保守対策実施の年 $x_{i,j}$ に違反を起こすが、(4.4),(4.5)式では対策実施と関係ない年に違反となる可能性がある。(4.5)式は各部位毎にチェックするので違反した部位 $C_{i,j}$ がわかるが、(4.4)式については、どの部位が違反しているかを調べることは容易ではない。

したがって、制約条件(4.4)式に違反する場合、部位をランダムに選び、 $\max_t \text{StopDay}(t, \vec{X})$ が下がる補修年と補修方法、もしくは放置に変更する。

全ての制約条件違反年について、全ての部位の意思決定結果を上のように見直し変更することで、まず制約条件を満足する対策を求める。

なお、上記調整では部位をランダムに選ぶ過程があるため、全体を一定回数繰り返す。一定回数繰り返しても制約条件を全体として満足する対策案を求められなかった場合には、実行可能解が存在しないと判断する。

4.5.3 NPV 最大化戦略

上で述べた制約条件調整処理により、NPV最大ではないが制約条件を満足する解が得られる。そこで、もう一度この解から、制約条件を満足しつつNPVをなるべく大きくするように解を探索する。

NPVの最大化については、一つの部位毎に独立に探索するのではなく、複数の部位を同時に変化させる。これは、単独の部位の対策を変化させても他の部位の対策との干渉により解を向上できないことを考慮したものである。具体的には、二つの部位のペアを作り、2部位の対策年を一旦交換した後に各部位毎に制約条件を満足する範囲でNPV最大対策を求める。これを全ての部位について行う。

以上の交換と部位毎のNPV最大化処理を一定回数繰り返し、回数上限に達するか前回と比べて解が全く変化しなくなった場合には計算を終了する。

このアドホック手法は実際のシステムに組み込まれ、実プラントの意思決定に適用されている。ただし、制約条件が厳しい場合や、多くの部位の条件が関連する場合にも完全に対応できるとは限らない。したがって、解探索の速さは低下しても、制約条件の厳しさや部位の増加等の場合にも汎用的に対応できる手法を持つことが重要となる。

Table 4.2: Examples and results (larger NPV is better)

sample plant	#variables	year of expiration	#action types	NPV(milion yen)		result
				SCGA	ad hoc	
1	8	6	2	28	NA	○
2	8	6	2	40	40	△
A1	14	30	5	252.799	252.499	○
A2	14	30	5	260.740	252.499	○
B1	20	20	6	361.121	361.121	△
B2	20	20	6	361.448	361.448	△
C	6	50	6	5094.5	5094.5	△
D	14	30	5	696.055	696.055	△
E	30	10	5	700.388	NA	○
F	20	30	5	4185.433	4185.433	△

○ : SCGA dominates, △ : tie, × : ad hoc dominates

NA:constraint violation

4.6 例題による評価

4.6.1 課題と性質

例題として、人工的に特殊なケースと、実機規模の模擬データを用意した。実機模擬とは、部位の数や破損確率等はほぼ実プラントのデータを使い、運用制約条件を現実的な範囲で様々な設定したケースである。本手法の基礎となるリスクベースメンテナンスシステム「FREEDOM」は既に国内7機のボイラ、1機のタービンで適用されており [46], 破損確率や運用条件等は実用上有効なデータが集められている。用意した例題一覧と結果を Table 4.2 に示す。

4.6.2 手法比較評価

それぞれの課題について、アドホック手法と SCGA 法で求めた解の NPV と制約満足度を比較した。なお、SCGA 法での解の初期値は、アドホック法の性質を除去するために全部位放置とした。実用上は、高速に計算できるアドホック法の結果を初期値にする等のハイブリッド法も考えられるが、本研究では純粋な SCGA 法的能力を評価することに主眼を置いた比較を行った。

解探索の詳細

部位数・年数ともに大規模な実機 F については、アドホック法と SCGA 法は同じ解を見つけた。解を $(x_1, \dots, x_{Nc}; y_1, \dots, y_{Nc})$ (x_i は補修年, y_i は補修法, ただし $x_i = 0$ の場合は放置) と表すことにすると、制約条件を無視した NPV 最大の解, アドホック法・SCGA 法

による最適解は以下のようになった。

method	variables	NPV	constraint
NPV max	(6, 4, 10, 1, 1, 2, 0, 17, 1, 9; 3, 3, 1, 2, 1, 2, 0, 1, 2, 2)	7814.27	×
ad hoc/SCGA	(6, 4, 0, 1, 0, 2, 0, 17, 1, 11; 3, 3, 0, 2, 0, 2, 0, 2, 2, 4)	4185.43	○

この例において、SCGA 法の GA とシンプレックス法による解探索と最終段階の Kelley の改良法での解探索の経過を、Figs.4.10,4.11 に示す。シンプレックスの大きさを変化させながら、より評価値の高い解を求めていく過程がわかる。

アドホック法と SCGA 法の比較

SCGA 法は、すべてのケースにおいてアドホック法と同等もしくはアドホック法に勝る結果となった。実機模擬データで、SCGA 法とアドホック法がともに制約を満足できた例でも、NPV についてはわずかながら SCGA 法が勝る例があった。実用上は、この 2 手法の NPV 値の差は大きいとはいいがたいが、アドホック法でほぼ最適解が求められていると考えられていた課題のいくつかで、SCGA 法により更に高い NPV を得る対策を発見できた。

ここで、SCGA 法がアドホック法に勝る解を見つけた実機模擬 A2 について、アドホック法と SCGA 法の結果を比較する。

Method	variables	NPV	constraint
NPV max	(13, 12, 0, 9, 0, 1, 2; 1, 3, 0, 1, 0, 4, 1)	295.839	×
ad hoc	(13, 12, 0, 9, 0, 13, 2; 1, 3, 0, 1, 0, 4, 1)	252.499	○
SCGA	(14, 25, 0, 9, 0, 7, 2; 1, 2, 0, 1, 0, 4, 1)	260.740	○

放置、NPV 最大、アドホック法、SCGA 法の各解での制約条件に対する結果を停止日数期待値について Fig.4.12 に示す。アドホック法と SCGA 法は、補修年をうまく設定し制約条件基準値を超えないように対策を選んでいる。

実機模擬 A2 では SCGA 法の結果はアドホック法の結果に勝っていたが、アドホック法と SCGA 法の解の内容が異なる部位について、アドホック法の結果の 1 部を SCGA 法の結果に置き換えた解の結果を Fig.4.13 に示す。この結果から、アドホック法と SCGA 法で対策の異なる部位について、全て同時に変えないと評価関数値は向上しないことがわかる。このように評価関数値に複雑な関係がある場合に、SCGA 法はアドホック法では見つけられない解を見つけている。

また、SCGA 法の計算時間はアドホック法に比べ大きいですが、本研究の最適化はリアルタイム性を要求されるものではなく、時間をかけても最適解を求めることが重要である。

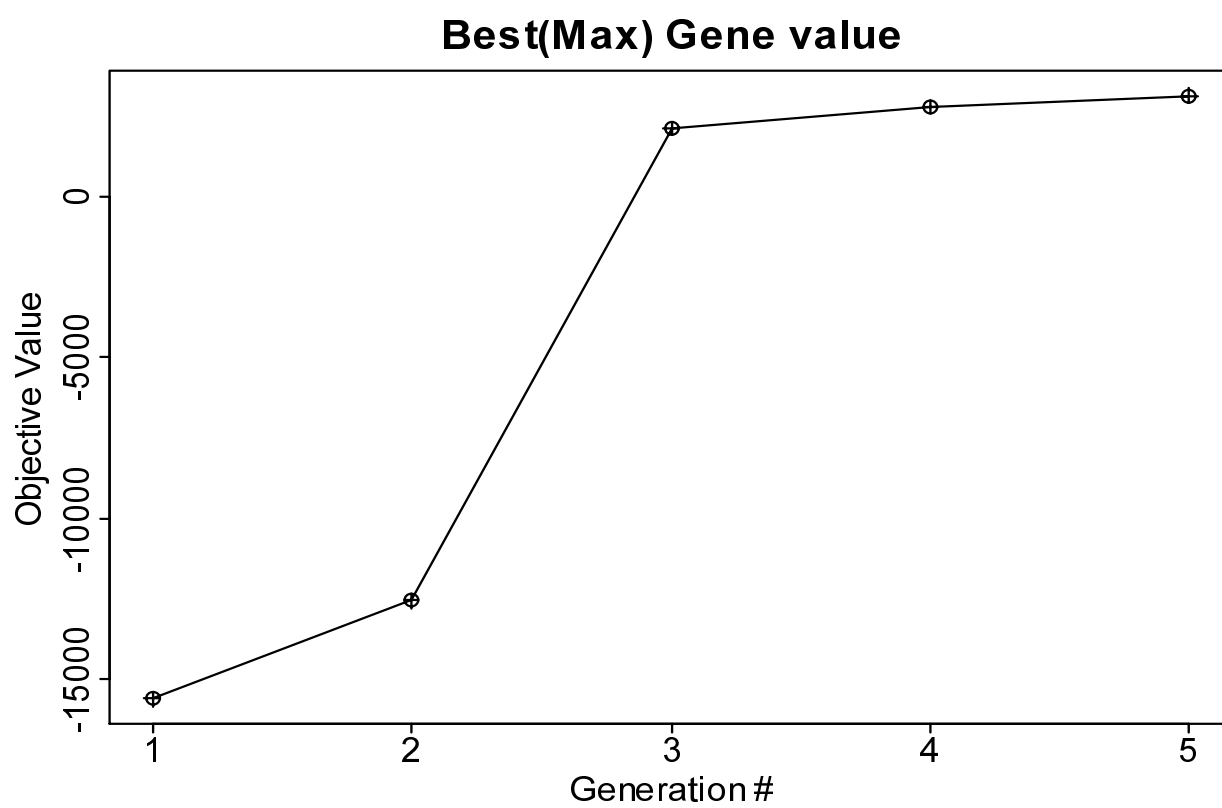


Figure 4.10: Search process of GA in SCGA(sample F)

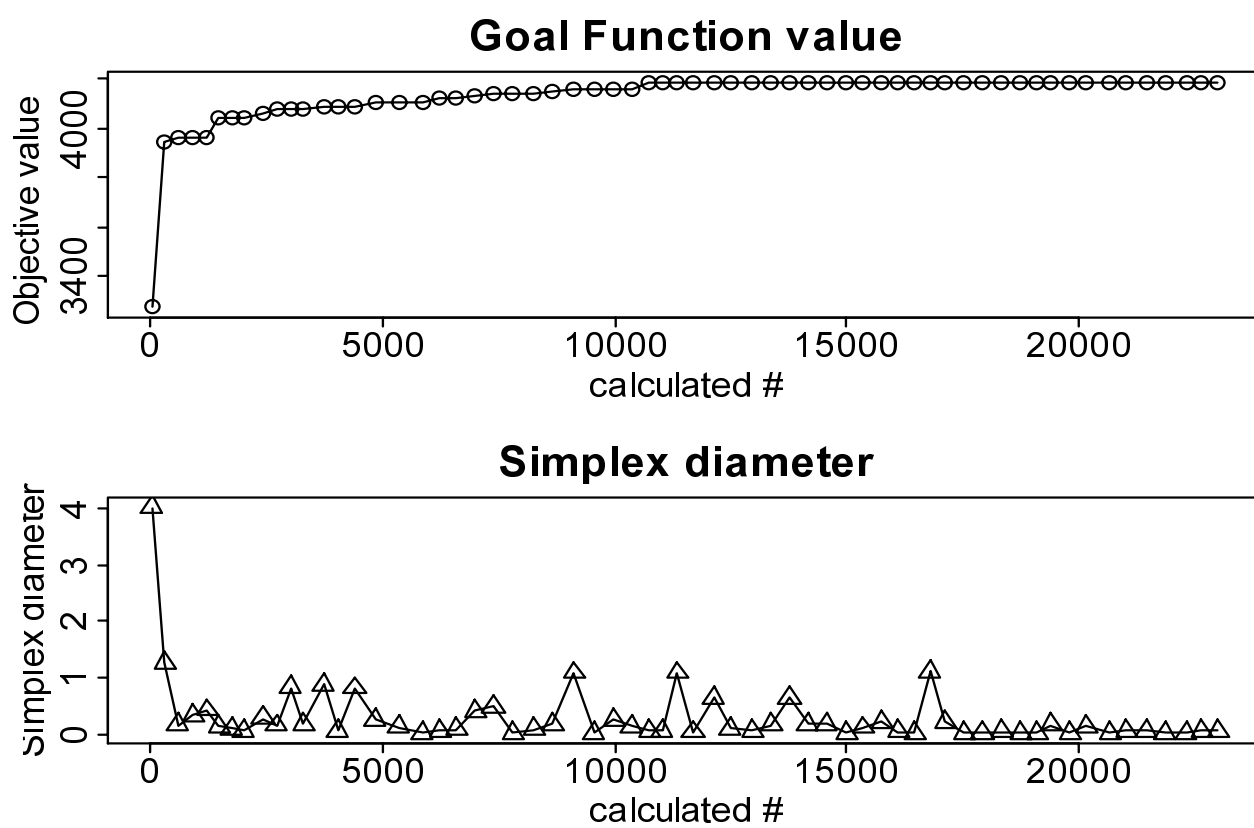


Figure 4.11: Search process of Nelder-Mead method in SCGA(sample F)

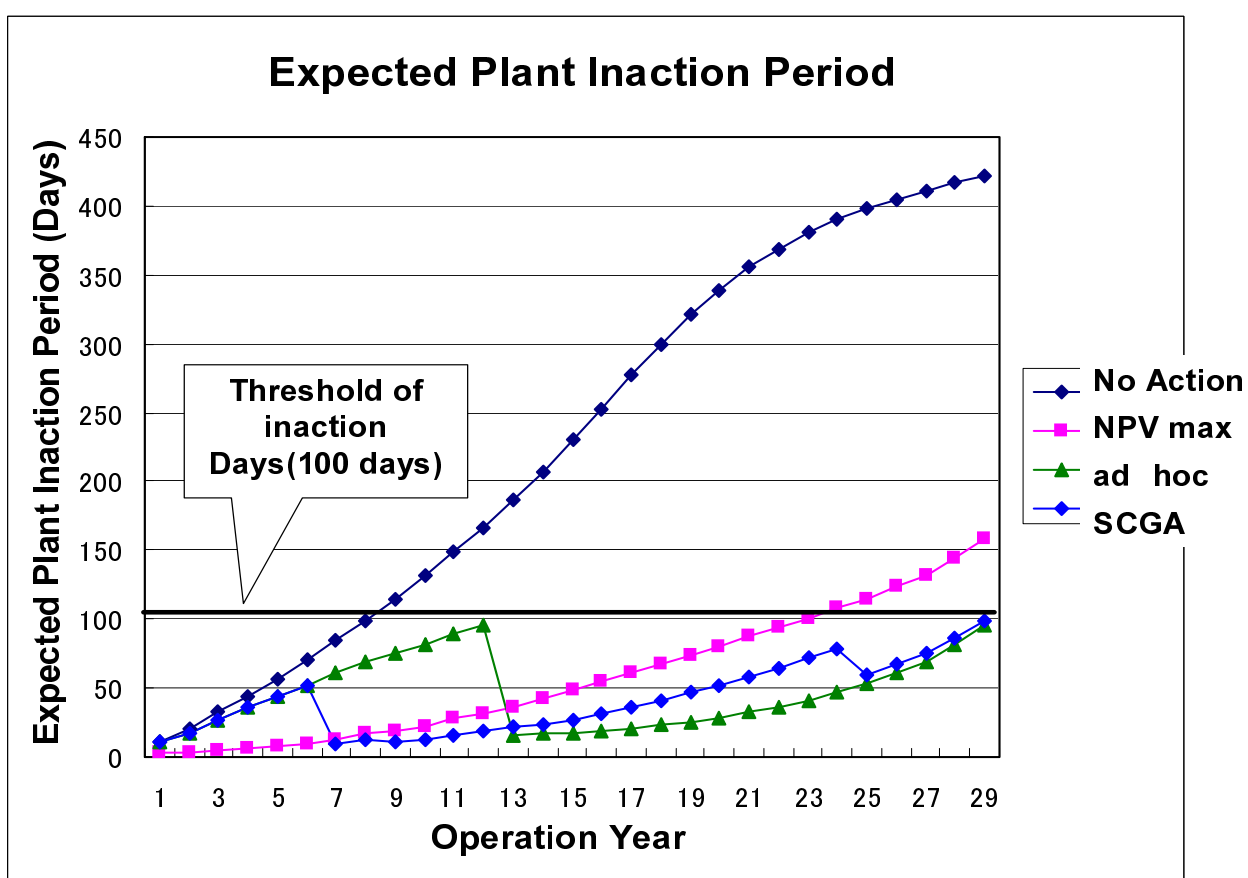


Figure 4.12: Expected length of plant inaction period(sample A2)

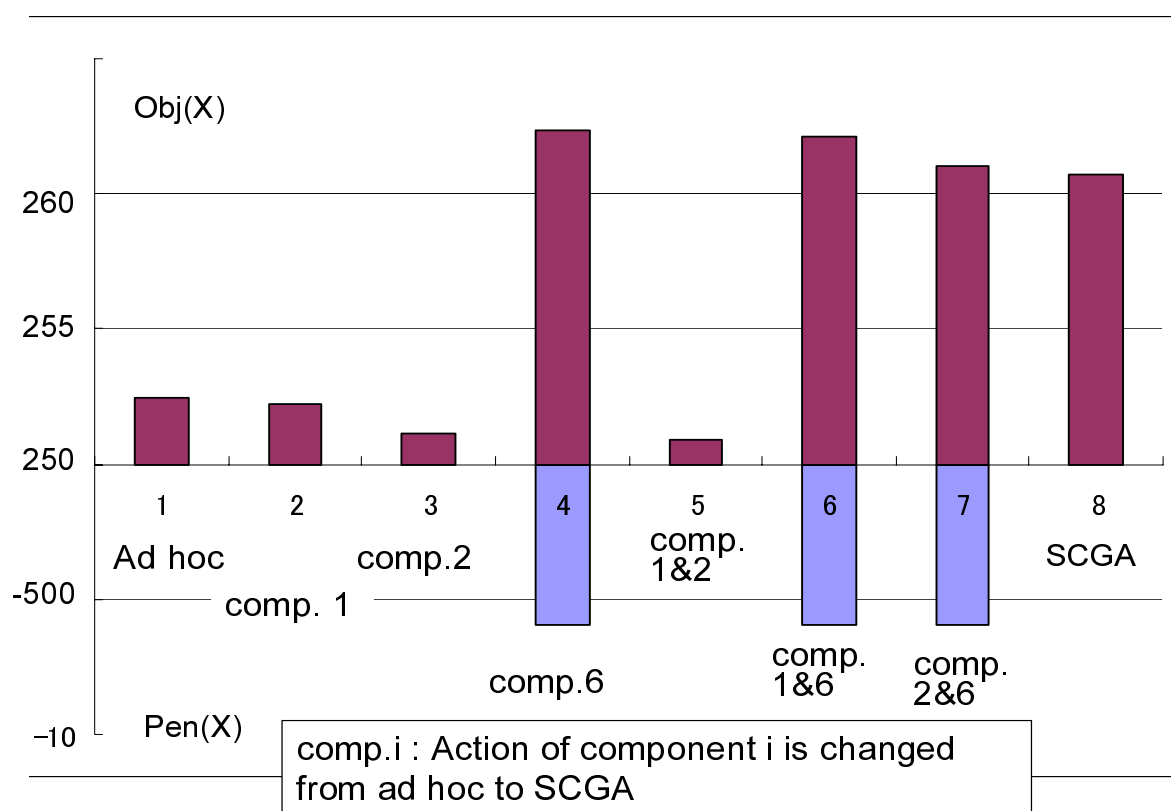


Figure 4.13: Objective function values for some solutions between ad hoc and SCGA solutions(sample A2)

4.7 おわりに

本章では、複数プラントの補修計画を、経営的な観点である NPV という目的関数に、運用上の制約条件に関するペナルティ関数を組込んだ評価関数を最大化する最適化問題として定式化した。

定式化した課題は次元数の高い複雑な非線形最適化問題となり、通常の数理計画法等の手法を適用することが困難である。そのため、特に、関数の勾配情報が使えないこと、制約条件に対するペナルティ関数が急峻な谷を作ることなどの問題の特徴に対応可能な探索方法と考えられる SCGA 法による解法を適用した。

人工的な課題と実機模擬の課題について、SCGA 法は、従来のアドホック法が苦手とする制約条件が厳しい場合での解探索で効果を発揮した。これは、SCGA 法が汎用的な解探索手法であり、特に、多峰性関数の大域的最適化能力に優れているためと思われる。

プラント保守計画最適化においては、本章に示したアドホック手法で十分有効な解を見つけられる場合も少なくないが、あらゆる運用条件下で最適な保守計画を立案できるという意味では、本章で提案した手法の意義は大きい。また、初期値としてより最適解に近い状態からスタートする手法との併用等の改良が考えられる。

Chapter 5

結論

本論文では、近年特に注目されている大型リスクに関して、社会インフラの運用・施策に必要なリスク管理手法をとりあげた。大型リスクは、大きく

1. 自然災害
2. テロ等の犯罪リスク
3. 技術的事故
4. 感染症
5. 食品の安全

に分けられるが、社会インフラの運用方法と関連の深い課題として1.~3.を選択した。これらの具体的課題として、

1. 震災等の自然災害に対する緊急時管理のための情報収集用通信車両配置の問題、
2. 同時多発テロ等のリスク防止のための空港手荷物検査配分の問題、
3. プラント事故等の技術的事故に対するリスク評価のためのプラント部位の補修時期と補修方法決定の問題

をとりあげ、それぞれの課題に対して数理最適化手法を適用・改良した。

第2章では、災害発生時の迅速かつ正確な情報収集のために、広範囲に派遣した観測車からの情報を複数の中継車を介して対策本部まで伝送する無線通信システムにおける、中継車の配置問題を取り上げた。伝送品質の高い経路を確立するための中継車の配置と、混信を回避するための通信周波数の割り当てを最適に決定することを目的としたモデル化手法と解法について述べた。特徴は、情報収集時に中継車が故障するという現実の問題を考慮して、どの1台が使用不能になっても、通信経路が確保でき、高い伝送品質を保証するロバスト性を取り扱うことである。伝送品質と伝送経路数を総合して伝送能力と呼ぶことにすると、この課題は、システムの伝送能力を最も低下させる中継車の故障の影響を

最小にするミニマックス型の意味決定問題として定式化できる。これは、非線型整数計画問題となるが、この問題に対してシミュレーティドアニーリングを基本として、行列演算による計算の効率化を組み込んだ解法を提案した。具体的な数値例でその有効性を検証した結果を示した。

第3章では、空港でのチェックインプロセスにおける安全性と効率の両立に関する最適化問題を扱った。安全性を高めるためには、チェックインする荷物に対する詳しい抜き取り検査を実施する必要があるが、詳しい検査は手続き時間がかかるため効率の低下につながる。ここでは、危険荷物通過率を安全性の尺度とし、それが指定された危険物通過率以下という条件と各手続きの総係員数が一定以下という条件下で、平均遅延時間を最小化する最適化問題を扱った。これを、抜き取り率と窓口数という2種類の変数に関するナップザック型問題として定式化し、ラグランジュ緩和と2次元動的計画法による解法を適用した。例題に対して本手法を適用したところ、状況に応じて、有効な検査1つを集中して使う場合や、複数検査に分散して使う場合が解として現れることが分かり、本手法が空港運用において有効であることが確認できた。

第4章では、プラントの補修計画を定量的なリスクベースメンテナンスの考え方に基づいて立案する際の数理的最適化問題を扱った。プラント補修計画では、プラント毎、部位毎にいつどのような補修を行うと廃却予定年までの累積の期待コストを最小にできるかを計算して、最適な補修計画を決める。その際に、毎年の補修コストの上限や、破損確率の上限等の制約条件を満足する実行可能解を求める必要がある。この問題は非線形最適化問題となるが、実用的な規模の課題に対しては変数次元がかなり大きくなる。ここでは、遺伝的アルゴリズムとNelder-Meadのシンプレックス法を組み合わせたメメティックアルゴリズムにより効率的に解を探索した。課題に対してアドホックに設計した解探索手法と本手法とを比較し、本手法が現実規模のプラント保守において有効であることを示した。

このように、本論文では数理最適化手法の適用により、リスク管理に関する具体的な運用対策を合理的に導いた。さらに、提案した手法を用いることにより、従来の考え方や従来方法に基づく解の探索に比べてすぐれた運用方法を求めることができることを示した。

今後、リスク管理の対象はますます大規模化、複雑化すると予想される。従って、評価が複雑で対策方法が多様であり、かつ運用条件も厳しい課題が増えてくると考えられる。こうした課題に対しては、従来のリスク管理手法における経験や勘による対策案の検討は限界に達し、より客観的な方法で複雑な条件下での最適性を探索する数理最適化手法が本質的に重要な意思決定の手段となってくる。

数理的最適化によるリスク管理は、不確実な社会における施策・意思決定における重要な方法論であり、安心・安全な社会の実現に向けてのキー技術であることは間違いない。ただし、既存の数学的手法の利用を推し進めようとするあまり、現実合わない強引な単純化や定式化をすることは、施策を実際の効用とは合わない方向に誘導する危険性があることに注意すべきである。現実に関心したい課題の性質を忠実に分析・モデル化して、実運用条件に合った制約条件下で問題を解決していくことが重要であり、そのためには数学

的手法の拡張や改良に関する継続的な研究が必須である.

謝辞

本研究をまとめるにあたり、最適化理論全般にわたる丁寧なご指導と適切な助言を与えて下さった京都大学大学院情報学研究科の福嶋雅夫教授に深く感謝申し上げます。先生の深く論理的な洞察力と親切で丁寧な指導力のおかげで、リスク管理という社会的にも重要な課題に対して取り組むことができました。

本論文の研究に対して、深く広い観点から御討論、ご助言をいただいた京都大学大学院情報学研究科の片山徹教授、高橋豊教授に厚く御礼申し上げます。先生方から精緻で明晰な視点でのコメントを頂けた事は、私にとって貴重な経験であり、今後の研究にも活かしていきたいと思います。

また、本研究を遂行するに当たり、待ち行列理論を中心に理論面と実用面の幅広い視野で親切にご指導を下された、大阪大学大学院工学研究科の滝根哲哉教授に深く感謝いたします。

本研究を始める段階から、終始暖かく励ましてくださった南山大学数理情報学部の高見勲教授と、学位取得の最初の一步を踏み出す際に基本的な事項や心構えを教示いただいた武蔵工業大学工学部の野原勉教授に感謝いたします。

本研究の多くは、筆者が所属する三菱重工業での研究活動と深く結びついています。貴重な研究機会を与えて下さり、幅広い観点からの刺激と助言、励ましを下された高砂研究所の森下慶一室長をはじめとする上司の方々、さらに電子技術研究室のメンバーに感謝します。特に川瀬直人君と肥後晴行君には、よき相談相手として助けてもらいました。会社での研究活動は、他の多くの事業所や研究所と協力する形で行われました。共同で取り組んだ研究でご指導くださった溝口正信博士を始めとする先進技術研究センターの方々や、長崎研究所、長崎造船所、神戸造船所、高砂製作所、名古屋誘導推進システム製作所等の方々に感謝いたします。

福井工業大学の後藤徹教授は、三菱重工業におられる時に一緒に仕事をさせて頂きました。その時に、当時奈良先端科学技術大学院大学におられた福嶋先生と一緒に訪問したことが今日の出発点になっている気がします。我々の抱えていた問題が、福嶋先生に教えて頂いた逐次2次計画法で見事に解けたときの驚きと感動が、今の私の原点と言っても過言ではありません。

この論文をまとめている最中に病気で逝った父弘人と、父を看病し続けた母幸子にも感謝したいと思います。父の病気はあまりに突然で、もう少し病気の進行が遅ければということが悔やまれますが、きっとこの論文を仕上げたことを喜んでくれると思います。

最後に、ずっと励まし支えてくれた妻久美に深く感謝します。

参考文献

- [1] E. Aarts, J. K. Lenstra: *Local Search in Combinational Optimization*; A Wiley-Interscience Publication (1997)
- [2] The American Society of Mechanical Engineering: *Risk-Based Inspection — Development of Guidelines*; vol. 1, CRTD-vol. 20-1 (1991)
- [3] The American Society of Mechanical Engineering: *Risk-Based Inspection — Development of Guidelines*; vol. 3, CRTD-vol. 20-3 (1991)
- [4] R. Bellman: *Dynamic Programming*; Dover Publications, Inc. (2003)
- [5] ピーター・バーンスタイン: リスク—神々への反逆—; 日本経済新聞社 (1998)
- [6] M. S. Daskin: p-ノードセンター問題の新解法：アルゴリズムと計算結果; 日本オペレーションズ・リサーチ学会誌, vol. 45, no. 9, pp. 428-436 (2000)
- [7] 電気学会GA等組合せ最適化手法応用調査専門委員会: 遺伝アルゴリズムとニューラルネット; コロナ社 (1998)
- [8] T. Drezner, Z. Drezner: ショッピングモールの小売吸引力を推測する; 日本オペレーションズ・リサーチ学会誌, vol. 45, no. 9, pp. 444-461 (2000)
- [9] H. Everett, III: Generalized Lagrange multiplier method for solving problems of optimum allocation of resources; *Operations Research*, vol. 11, pp. 399-417 (1963)
- [10] 藤森 武男: VHF デジタルリンク (VDL) について; 航空無線 第 20 号 pp.53-58 (1999)
- [11] 藤本 晶子, 山田 武夫, 片岡 靖詞, 渡辺 宏太郎: 一般化ナップサック共有問題の厳密解法; 防衛大学校理工学研究報告, 第 41 巻, 第 1 号, pp. 1-13 (2003)
- [12] 藤山 一成: 蒸気タービンのリスクベースメンテナンス技術; 火力原子力発電, vol. 54, No. 5, pp. 21-28 (2003)
- [13] M. Fukushima: A conjugate gradient algorithm for sparse linear inequalities; *Journal of Computational and Applied Mathematics* vol. 30, pp. 329-339 (1990)

- [14] M. Fukushima: A successive quadratic programming method for a class of constrained nonsmooth optimization problems; *Mathematical Programming* vol. 49, pp. 231-251 (1991)
- [15] 福島 雅夫: 非線形最適化の基礎; 朝倉書店 (2001)
- [16] F. Glover: Heuristics for integer programming using surrogate constraints; *Decision Sciences*, vol.8, pp. 156-166 (1977)
- [17] ハーバード・ビジネス・レビュー編: 金融工学のマネジメント; ダイヤモンド社 (2001)
- [18] 林 芳男: 0-1 ナップザック問題の数理とアルゴリズム; 近畿大学商経学会 (2000)
- [19] A.-R. Hedar and M. Fukushima: Hybrid simulated annealing and direct search method for nonlinear global optimization; *Optimization Methods and Software* vol. 17, pp. 891-912 (2002)
- [20] A.R.Hedar and M.Fukushima: Minimizing multimodal functions by simplex coding genetic algorithm; *Optimization Methods and Software*, vol. 18, pp. 265-282 (2003)
- [21] 土方薫: 総解説 保険デリバティブ—新しいリスクヘッジソリューションの挑戦; 日本経済新聞社, (2001)
- [22] 平塚 千尋: 災害情報とメディア; リベルタ出版 (2000)
- [23] T. Ibaraki and N. Katoh: Resource Allocation Problems; *The MIT Press* (1988)
- [24] 茨木 俊秀: 組合せ最適化 分枝限定法を中心として; 講座・数理計画法 8, 産業図書 (1983)
- [25] 茨木 俊秀, 福島 雅夫: FORTRAN77 最適化プログラミング; 岩波書店 (1991)
- [26] H.Ishibuchi, S.Kaige: Implementation of simple multiobjective memetic algorithms and its application to knapsack problems, *International Journal of Hybrid Intelligent Systems*, vol.1, no.1, pp. 22-35 (2004)
- [27] 五十嵐太郎: 過防備都市; 中公新書ラクレ, 中央公論新社 (2004)
- [28] 伊理 正夫, 古林 隆: ネットワーク理論; 日科技連 (1976)
- [29] 片渕 達郎, 中村 政俊, 鈴木 禎宏, 幡崎 裕章: 稼働率と修理交換率に基づく電力設備の適正点検間隔決定法; 電学論 B, vol. 122, no. 8, pp. 891-899 (2002)
- [30] 片山 謙吾, 成久 洋之: 遺伝的反復局所探索法とその最適化特性; 電子情報通信学会論文誌 A, vol. J83-A, no. 2, pp. 179-187 (2000)

- [31] C. T. Kelley: Iterative Methods for Optimization; *SIAM Frontiers in Applied Mathematics* (1999)
- [32] T. Kimura: Approximations for multi-server queues; system interpolations, *Queueing Systems*, vol. 17, pp. 347–382 (1994)
- [33] E. S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchiet: Optimization by simulated annealing; *Science*, vol.220, no. 4598, pp. 671-680 (1983)
- [34] 久保 幹雄: 組合せ最適化とアルゴリズム; 共立出版 (2000)
- [35] 熊野 信太郎, 射場 博之, 綾田 正徳, 高見 勲: 災害無線中継車配置のためのロバスト最適化; システム制御情報学会論文誌, vol. 14, no. 12, pp. 610-620 (2001)
- [36] 熊野 信太郎, 溝口 正信, 滝根 哲哉, 福島 雅夫: 空港施設運用における効率とセキュリティの最適化; システム制御情報学会論文誌, vol. 18, no. 4 (2005) (掲載予定)
- [37] 熊野 信太郎, 川瀬 直人, 富永 公彦, 福島 雅夫: 運用制約条件下での複数プラントの最適保守計画; システム制御情報学会論文誌 vol. 17, no. 9, pp. 390-400 (2004)
- [38] 熊野 信太郎, 川瀬 直人, 吉本 宣哉, 尾崎 政司, 西村 宣彦, 黒石 卓司: 画像処理を用いた金属寿命診断システムの開発; *Plant Engineer*, May, pp. 36-37 (2002)
- [39] S. Kumano, N. Kawase, N. Yoshimoto, M. Ozaki, N. Nishimura: Image processing method for nondestructive damage evaluation of low alloy ferritic steel; *PVP-vol.417, Emerging Technologies: Advanced Topics in Computational Mechanics and Risk Assessment*, ASME, pp. 17-26 (2001)
- [40] S. Kumano, K. Kawata, B. T. Nohara: 2D wavelet filter for rotating eddy current signal; 高速信号処理応用技術学会誌, vol. 2, no. 4, pp. 25-30 (1999)
- [41] 熊野 信太郎, 宮本 一正, 玉川 光明, 池田 弘昭, 菅 弘二: コンテナ番号認識装置の開発; 電子情報通信学会論文誌 D-II vol.J84-D-II, no. 6, pp. 1073-1083 (2001)
- [42] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, P. E. Wright: Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions; *SIAM Journal of Optimization*, vol. 9, no. 1, pp. 112-147 (1998)
- [43] H. W. ルイス: 科学技術のリスク—原子力・電磁波・化学物質・高速交通; 昭和堂 (1997)
- [44] R. F. Love, J. G. Morris and G. O. Wesolowsly: *Facilities Location*; North-Holland (1988)

- [45] 前田 隆正, 林 昭彦: 移動体通信の話; 日刊工業新聞社 (1994)
- [46] 松本 拓俊, 西村 宣彦: 火力発電プラント保守計画最適化支援システム (FREEDOM) の開発; 三菱重工技報, vol. 42 no. 1, pp. 14-15 (2004)
- [47] K. I. M. McKinnon: Convergence of the Nelder-Mead simplex method to a nonstationary point; *SIAM Journal of Optimization* vol. 9, pp. 148-158 (1999)
- [48] 森村 英典, 大前 義次: 応用待ち行列理論; 日科技連 (1975)
- [49] 森平 爽一郎: ファイナンシャル・リスクマネジメント; 朝倉書店 (2000)
- [50] 森田 隆大, 前田 史朗, 本位田 正平, 藤森 礼一郎: 競争化の危機管理; 電気新聞ブックス—電力自由化シリーズ, 日本電気協会新聞部 (2002)
- [51] D. A. Moss: 民の試みが失敗に帰したとき 究極のリスクマネージャとしての政府; 野村総合研究所 (2003)
- [52] MPEC 研究会: MPEC にもとづく交通・地域政策分析; 勁草書房 (2003)
- [53] 向井 くみこ, 巽 啓司, 福島 雅夫: 二次コスト 0-1 混合整数計画問題に対する近似解法; 電子情報通信学会論文誌 J81-A, pp. 649-657 (1998)
- [54] 中西 準子: 環境リスク学—不安の海の羅針盤; 日本評論社 (2004)
- [55] J. A. Nelder and R. Mead: A simplex method for function minimization; *Computer Journal*, vol.7, pp. 308-318 (1965)
- [56] 西村 宣彦: 既設火力発電プラントの保守計画最適化システム (FREEDOM) の開発; 火原協関東支部 第 29 回新技術発表会 (2002)
- [57] 野口 悠紀雄: 金融工学こんなに面白い; 文春新書 (2000)
- [58] 岡部 篤行, 鈴木 敦夫: 最適配置の数理; 朝倉書店 (1992)
- [59] 岡田 憲夫, K. W. Hipel, N. M. Fraser, 福島 雅夫: コンフリクトの数理; 現代数学社 (1988)
- [60] C. R. Reeves: モダンヒューリスティックス 組合せ最適化の先端手法; 日刊工業新聞社 (1997)
- [61] C. Revelle: Review, extention and prediction in emergency service siting models; *European Journal of Operational Research*, vol. 40, pp. 58-69 (1989)
- [62] M. Sasaki, M. Fukushima: Stackelberg hub location problem; *Journal of the Operations Research Society of Japan*, vol. 44, pp. 390-402 (2001)

- [63] 佐藤 達広, 佐々木 敏郎, 瀬古沢 照治: ラグランジュ緩和法を用いた空港スポット割当問題の解法; 電学論 C, vol.123, no. 7, pp. 1341-1349 (2003)
- [64] 新宮 令哉, 上月 健治, 大塚 弘雅, 神木 常喜: RBM手法による火力発電設備点検基準の策定; 火力原子力発電, vol. 54, no. 4, pp. 337-343 (2003)
- [65] S. Smith: The simplex method and evolutionary algorithm; *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, ICES98, pp. 799-804 (1998)
- [66] 田口 雄章, 横田 孝雄, 玄 光男: ハイブリッド型GAによる多目的非線形整数計画問題の一解法; 電子情報通信学会論文誌 A, vol. J82-A, no. 10, pp. 1668-1671 (1999)
- [67] 高橋 幸雄, 森村 英典: 混雑と待ち; 朝倉書店 (2001)
- [68] 高安 秀樹: 経済物理学の発見; 光文社新書 (2004)
- [69] 谷口 栄一, 根本 敏則: シティロジスティックス; 森北出版 (2001)
- [70] W. Whitt: The queueing network analyzer; *The Bell System Technical Journal*, vol. 62, pp. 2779-2815 (1983)
- [71] 柳浦 睦憲, 茨木 俊秀: 組み合わせ最適化—メタ戦略を中心として—; 朝倉書店 (2001)
- [72] J. Yen, J. C. Liao, B. Lee, D. Randolph: A hybrid approach to modeling metabolic systems using a genetic algorithm and simplex method; *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics B*, vol. 28, pp.173-191 (1998)
- [73] 吉本 佳生: 金融工学マネーゲームの魔術; 講談社+α文庫 (2000)
- [74] 安全と管理 2004 年 8 月号 (特集 港湾のセキュリティ); 日本実務出版 (2004)
- [75] 朝日新聞関西版 2001 年 1 月 12 日版夕刊 15 面 (2001)
- [76] 朝日新聞関西版 2004 年 6 月 24 日版朝刊 1 面 (2004)
- [77] 電力時事通信 (2002)
- [78] 富士 彰夫, 江口 晴樹, 岡塚 敬明, 木原 重光: リスクベースメンテナンス (RBM) 手法の開発; 石川島播磨重工技法, vol. 41, no. 3, pp. 118-123 (2001)
- [79] 21 世紀の新たなリスクアクションへの政策提言; 総合研究開発機構 (2004)
- [80] 産経新聞のページ;
<http://home.catv.ne.jp/ff/juliamn/seironIto01062004.html>

- [81] 参議院会議録 第 145 回国会 交通・情報通信委員会 第 14 号;
<http://kokkai.ndl.go.jp/SENTAKU/sangiin/145/0012/14507270012014a.html>
- [82] ORMS News のページ;
<http://lionhrtpub.com/orms/orms-4-03/frqueue.html>
- [83] 中国経済産業新聞のページ;
http://news.searchina.ne.jp/2004/0113/national_0113_003.shtml
- [84] 中国経済産業新聞のページ;
<http://news.searchina.ne.jp/topic/116.html>
- [85] 田中 宇の国際ニュース解説のページ;
<http://tanakanews.com/d0914wtc.htm>
- [86] 北海道地方非常通信協議会 会報第 3 4 号;
<http://www.hokkaido-bt.go.jp/do-hijyokyo/kaihou/34/34-2.htm>
- [87] 原子力安全・保安部会のページ;
<http://www.meti.go.jp/feedback/downloadfiles/i20627bj.pdf>
- [88] 郵政事業庁のホームページ;
<http://www.mpt.go.jp/pressrelease/japanese/tsusin/0612j601.html>
- [89] シリコンバレーウォッチのページ;
<http://www.nttdata.com/usinsight/contents/vol014/014Watch2-1.htm>
- [90] 三重県のホームページ;
http://www.pref.mie.jp/JOHOS/plan/degip_saigai/digisk_1.htm
- [91] USA Today の記事;
<http://www.usatoday.com/news/sept11/2002/03/25/usat-security.htm>
- [92] US Frontline の記事;
http://www.usfl.com/Daily/News/02/07/0702_037.asp
- [93] 読売新聞のページ;
http://www.yomiuri.co.jp/features/kgbs/200410/kg20041024_01.htm

本論文に関連する文献

本文第2章から第4章で述べた内容に関する文献は以下の通りである．本論文の主題は最適化手法を用いたリスク管理の意思決定であり，これに直接関係する文献は，無線中継車 [35]，空港施設運用 [36]，プラント保守計画 [37] である．

これらリスク管理を現実の施策として実行するためには，意思決定の前提条件や基礎情報となる検査や管理に関して高い精度を達成する技術も重要である．筆者は，リスク管理を実践する上で必要な検査や管理技術についても研究を行っている．これに関する論文は，空港・港湾などの交通・物流拠点での荷物の管理に有効なコンテナ番号の自動認識装置 [41] や，プラント保守に必要な精度の高い検査手法 [39, 40] がある．

本文での章	直接関係する論文	関連する論文
第2章	文献 [35]	
第3章	文献 [36]	文献 [41]
第4章	文献 [37]	文献 [39, 40]

Appendix A

災害無線中継車配置における数理最適化手法

第2章の災害無線中継車配置において用いた数理最適化手法をまとめる．本文2.4節で用いたシミュレーティドアニーリング法(SA法)については既存の手法を基本とした．ただし，第2章の問題は，決定変数が各無線中継車について設置場所 $\vec{a}$ ，上位側との通信周波数 f^{up} ，下位側との通信周波数 f^{dn} の3種類あり，観測車について通信周波数 f^s があるため合計4種類の変数がある．この4種類をどう変化させるかのかも含めて，第2章で用いたシミュレーティドアニーリング法を第A.1節で説明する．

また，第2.4.3節で説明した観測車・無線中継車・本部を結ぶ経路の伝送品質の計算と，最重要無線中継車の選択，その無線中継車が使用不能になった場合の伝送品質の計算は，ネットワーク理論で用いる行列計算法を改良した．これについても，詳しい手順と具体例での計算例を第A.2節に示す．

A.1 シミュレーティドアニーリング

A.1.1 基本となるSA法

【最適化問題】

$$f(\vec{x}) \rightarrow \min$$

ここで，変数 $\vec{x}$ は n 次元ベクトルであり， $N(\vec{x})$ を $\vec{x}$ の近傍を表す集合とし， $a := b$ で a に b を代入することを表すものとする，シミュレーティドアニーリング(SA)による最適化は以下のステップから成り立つ．

SA法 [71, 33]

1. 初期解 $\vec{x}$ と，初期温度 t を決める (INIT).
2. 暫定の最小解 $\vec{x}_{min} := \vec{x}$ とその時の目的関数値 $f_{min} := f(\vec{x})$ を求める．

3. 以下をループの終了条件 (LOOP) が満たされるまで反復する.
 - (a) $\vec{x}' \in N(\vec{x})$ をランダムに選ぶ. 第2章の問題のように, 複数の変数がある場合の選択方法は第 A.1.2 節に示す方式 (CHOOSE) に示す.
 - (b) $\Delta := f(\vec{x}') - f(\vec{x})$ を計算
 - (c) $\Delta < 0$ なら確率 1, $\Delta \geq 0$ なら確率 $e^{-\frac{\Delta}{t}}$ で $\vec{x} := \vec{x}'$ とする.
 - (d) $f_{min} > f(\vec{x}')$ なら $f_{min} := f(\vec{x}')$, $\vec{x}_{min} := \vec{x}'$ とする.
4. 探索の終了条件 (CEND) が満たされれば, 暫定解 $\vec{x}_{min}$ を出力して探索終了. そうでなければ, t を変更 (TMOD) してステップ 3 へ.

SA 法を効率的に使うためには, ここに示した初期温度設定, アニーリングの終了条件, 温度管理方法が重要である. これらについて, 具体的方法として以下に示す.

INIT $\vec{x}$ の近傍 $N(\vec{x})$ のうち一定の割合 P_0 で解が受理される温度設定とする. 具体的には, 温度 t で受理される数を $\sharp\text{Accept}(N(\vec{x}), t)$ とし, 集合 A の要素数を $|A|$ とすると

$$\sharp\text{Accept}(N(\vec{x}), t) = P_0 |N(\vec{x})|$$

となる t を 2 分探索法で求める.

LOOP

- ループ回数のカウンタを C_{loop} とし, SA 法 のステップ 3c で解が受理される回数のカウンタを C_{accept} とする.
- ループ回数しきい値を α_{loop} とし

$$\alpha_{loop} < C_{loop} |N(\vec{x})|$$

なら終了.

- または, $\alpha_{cut} < \alpha_{loop}$ なるしきい値 α_{cut} を用意し

$$\alpha_{cut} < C_{accept} |N(\vec{x})|$$

なら終了.

CEND

- 温度 t が低くなったら終了.

$$t < T_{thresh}$$

- または, ステップ 3c のループの中で生成された解が受理される割合 p_f がしきい値 α_f 以下になったら終了.

TMOD 幾何冷却法により温度を下げる．パラメータ $0 < \beta_{temp} < 1$ について

$$t := \beta_{temp} \cdot t$$

と更新．

A.1.2 複数種類の変数を持つ目的関数に対する SA 法

複数種類の変数を持ち、各変数の意味合いが異なる場合の変数の近傍集合からの選択方法について説明する．なお、本節と第 A.2 節では f を周波数として使っている．他の節では f は関数を表しており、ここだけ例外的な表記である．

CHOOSE 複数種類の変数ベクトル $(\vec{r}, \vec{f}^{up}, \vec{f}^{dn}, \vec{f}^s)$ がある場合、現在の変数ベクトルを

$$\vec{x} = (\vec{r}, \vec{f}^{up}, \vec{f}^{dn}, \vec{f}^s)$$

とする．ここで、 N を配置可能な場所数とし、 M を中継車総数、 L を観測車総数とすると

$$\begin{aligned}\vec{r} &= (r_1, r_2, \dots, r_N) \\ \vec{f}^{up} &= (f_1^{up}, f_2^{up}, \dots, f_N^{up}) \\ \vec{f}^{dn} &= (f_1^{dn}, f_2^{dn}, \dots, f_N^{dn}) \\ \vec{f}^s &= (f_1^s, f_2^s, \dots, f_L^s)\end{aligned}$$

であり、 r_j は場所 j に中継車が配置された場合 1、されない場合 0 をとる． $\sum_{i=1}^N r_i = M$ である． f_j^{up} は場所 j に中継車が配置された場合、周波数としてとりうる値 ($\Omega_f = \{f_1, f_2, \dots, f_H\}$, $f_i < f_j$, $i < j$) のどれかをとる、中継車が配置されない場合 0 をとる．同様に f_j^{dn} は場所 j に中継車が配置された場合、周波数としてとりうる値 ($\in \Omega_f$) のどれかをとる、中継車が配置されない場合 0 をとる． f_j^s は観測車 j の周波数であり、 Ω_f のどれかをとる．本文中第 2.2.2 節及び第 2.3.1 節で限定したように、本部の周波数は f_H に固定する．また、同一の中継車 R_j では、上位側周波数 f_j^{up} と下位側周波数 f_j^{dn} の間には常に $f_j^{up} > f_j^{dn}$ が成立しているようにする．

これらの変数が決まると、第 2.4.3 節で示した伝送品質に関する値 $\vec{a}_{si}, \vec{a}_c, A_R$ が決まる．
新たな変数

$$\vec{x}' = (\vec{r}', \vec{f}^{up'}, \vec{f}^{dn'}, \vec{f}^{s'})$$

は以下のように近傍集合から選択・更新する．

1. 変数種類の選択確率 $P_r, P_{fup}, P_{fdn}, P_{fs}$ に従って 1 つの変数を選択する．ここで、 $P_r + P_{fup} + P_{fdn} + P_{fs} = 1$ である．
2. $\vec{r} = (r_1, r_2, \dots, r_N)$ を選択した場合、 $r_j = 1$ である j と、 $r_{j'} = 0$ である j' を $\{1, 2, \dots, N\}$ からランダムに選び、 $r_{j'} := r_j$, $r_j := 0$ と変更したベクトルを $\vec{r}'$ とする．さらに

$$f_{j'}^{up} := f_j^{up}$$

$$f_j^{up} := 0$$

としたものを $\vec{f}^{up'}$ とする.

3. $\vec{f}^{up} = (f_1^{up}, f_2^{up}, \dots, f_N^{up})$ を選択した場合, $f_j^{up} \neq 0$ である j を $\{1, 2, \dots, N\}$ からランダムに選ぶ. $f > f_j^{up}$ となるように周波数 f を Ω_f からランダムに選び $\vec{f}^{up'} := f$ とする.
4. $\vec{f}^{dn} = (f_1^{dn}, f_2^{dn}, \dots, f_N^{dn})$ を選択した場合, $f_j^{dn} \neq 0$ である j を $\{1, 2, \dots, N\}$ からランダムに選ぶ. $f < f_j^{dn}$ となるように周波数 f を Ω_f からランダムに選び $\vec{f}^{dn'} := f$ とする.
5. $\vec{f}^s = (f_1^s, f_2^s, \dots, f_L^s)$ を選択した場合, f_i^s を $\{1, 2, \dots, L\}$ からランダムに選び, 周波数 $f \in \Omega_f$ を Ω_f からランダムに選んで $\vec{f}^{s'} := f$ とする.

A.2 伝送品質と最重要中継車の計算

【前提】 変数 $\vec{x} = (\vec{r}, \vec{f}^{up}, \vec{f}^{dn}, \vec{f}^s)$ を決めることにより, 本部・中継車・観測車を結ぶ通信経路の伝送品質が決まる. 以下では, $\vec{x}$ が固定された後での伝送品質計算方法と最も重要な中継車両の選択, さらにその中継車が使えない場合の伝送品質計算方法について説明する. 本文中の表記では, 全ての変数をまとめて X とし, 本部・中継車・観測車を結ぶ通信経路の伝送品質を $G(X)$, 最も重要な中継車両 $J(X)$, その中継車が使えない場合の伝送品質 $G(X - J(X))$ と表している.

【変数の準備】 本部 C と各無線中継車 (以下中継車と呼ぶ) との伝送品質を表すベクトルを

$$\vec{a}_c = (a_{c,1}, a_{c,2}, \dots, a_{c,N})$$

とする. N は中継車の台数である. また, 観測車 S_i と各中継車との伝送品質を表すベクトルを

$$\vec{a}_{si} = (a_{si,1}, a_{si,2}, \dots, a_{si,N})^t, \quad i = 1, 2, \dots, L$$

とする. L は観測車の台数である. $(\cdot)^t$ は転置ベクトルを表す.

$$A_R = [a_{j1,j2}]$$

を, 上位側中継車 R_{j1} と下位側中継車 R_{j2} との伝送品質を表す $N \times N$ 行列とし, 隣接行列と呼ぶ. 上位側とは, 経路上で本部に近い側であり, 下位側は観測車に近い側である. 経路にループは起きないように A_R は定義されているものとする. 周波数が一致しない場合やお互いが通信できない位置にある場合には $a_{i1,j2} = 0$ である.

$\vec{e}_q$ を q 番目の成分のみが 1 で他は 0 である N 次元列ベクトルとすると, $A_R \cdot \vec{e}_q$ は, 中継車 R_q の上位側にあり R_q と直接通信可能な各中継車との伝送品質を表すベクトルであ

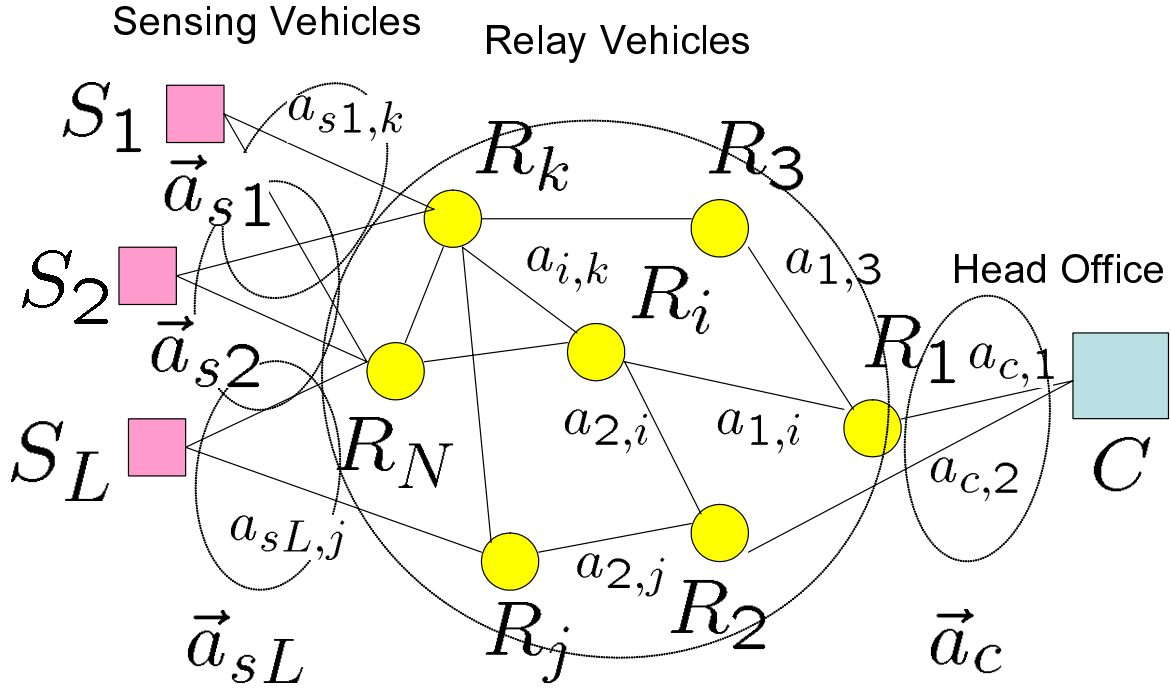


Figure A.1: Connection between sensor vehicle and head office

り. $\vec{e}_q^t \cdot A_R$ は, 中継車 R_q の下位側にあり R_q と直接通信可能な各中継車との伝送品質を表すベクトルである. 行列 $(A_R)^h = \overbrace{A_R \cdot \dots \cdot A_R}^h$ の i, j 成分は, h 台の中継車を経由して中継車 R_i から中継車 R_j に行く全経路の品質の総和である.

各記号の意味を表す概要を Fig. A.1 に示す.

【伝送品質と最重要中継車計算の問題】

1. 観測車 S_i と本部を結ぶ全ての経路の伝送品質の和 $G(X) = I_s(i)$ と, 中継車 R_j を経由して観測車 S_i と本部を結ぶ全ての経路の伝送品質の和 $I(i, j)$ と求める.
2. $\max_j \sum_{i=1}^L I(i, j)$ となる中継車 R_{j^*} を最重要な中継車と定義し, この中継車 R_{j^*} を求める. $J(X) = j^*$ である.
3. 最重要な中継車 R_{j^*} を経由しない全ての経路の伝送品質 $G(X - J(X)) = I(-j^*)$ を求める.

【行列による計算方法】

1. 観測車 $i = 1, \dots, L$ について, 以下のステップ 2 からステップ 11 を繰り返す.
2. 中継車を 1 台経由して観測車 S_i と本部を結ぶ全ての経路の伝送品質の和を表す L 次元ベクトル $F_{up_i}^{(1)} := \vec{a}_c \cdot \vec{a}_{si}$ と, 観測車 S_i から 1 台目に中継車 R_j につながる経路の R_j までの伝送品質の和を第 j 成分とする N 次元ベクトル $G_{up_i}^{(1)} := A_R \cdot \vec{a}_{si}$ を計算する. ここで, up は下位側 (観測車) から上位側 (本部) へ向かう経路の途中までの伝送品質を考えていることを意味する.
3. 同様に, $F_{up_i}^{(2)} := \vec{a}_c \cdot G_{up_i}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot A_R \cdot \vec{a}_{si}$ と, $G_{up_i}^{(2)} := A_R \cdot G_{up_i}^{(1)} = (A_R)^2 \cdot \vec{a}_{si}$ を計算する.
4. ステップ 3 と同様の計算により,
 $F_{up_i}^{(2)}, G_{up_i}^{(2)}, \dots, F_{up_i}^{(H)}, G_{up_i}^{(H)}$ を順次計算する.
 H は, 経路上に存在できる中継車の最大数であり, 周波数や中継車総数から決まる.
 $F_{up_i}^{(h)} := \vec{a}_c \cdot (A_R)^{h-1} \cdot \vec{a}_{si}$ は, 中継車を h 台経由して, 観測車 S_i と本部を結ぶ経路の伝送品質の総和である. また, $G_{up_i}^{(h)} := (A_R)^h \cdot \vec{a}_{si}$ の第 j 成分は, 観測車 S_i から中継車 R_j が経路としてちょうど h 台目となるような経路全体での伝送品質 (観測車 S_i から中継車 R_j までの) の総和を表す. ここで, G_{up}, G_{dn} を考えるのは, 中継車のうち最も重要なものを除く処理が必要であるためであり, 中継車の 1 台が壊れるという前提がなければ, F_{up} だけでよい.
5. $\sum_{h=1}^H F_{up_i}^{(h)}, \sum_{h=0}^H G_{up_i}^{(h)}$ を計算する. ただし, $G_{up_i}^{(0)}$ は観測車 S_i から中継車を 0 台経由して各中継車 R_j までの伝送品質の和を表すため, 直接観測車とつながっている中継車の伝送品質であり, $G_{up_i}^{(0)} := \vec{a}_{si}$ である.
6. $G_{dn}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot A_R$ を求める. ここで, dn は上位側 (本部) から下位側 (観測車) へ向かう経路の途中までの伝送品質を考えていることを意味する.
7. $G_{dn}^{(2)} = G_{dn}^{(1)} \cdot A_R$ を求める.
8. ステップ 7 と同様の計算により, $G_{dn}^{(2)}, G_{dn}^{(3)}, \dots, G_{dn}^{(H)}$ を順次計算する. ここで, $G_{dn_i}^{(h)} = \vec{a}_c \cdot (A_R)^h$ の第 j 成分は, 本部 C から中継車 R_j が経路としてちょうど h 台目となるような経路全体での伝送品質 (本部 C から中継車 R_j までの) を表す.
9. $\sum_{h=0}^H G_{dn}^{(h)}$ を計算する. ただし, $G_{dn_i}^{(0)}$ は本部 C から中継車を 0 台経由して各中継車 R_j までの伝送品質の和を表すため, 直接本部とつながっている中継車の伝送品質であり, $G_{dn_i}^{(0)} := \vec{a}_c$ である.
10. $1 \leq j \leq N$ について, $\sum_{h=0}^H G_{up_i}^{(h)}$ と $\sum_{h=0}^H G_{dn_i}^{(h)}$ の第 j 成分同士を掛けたものを $I(i, j)$ とする. $I(i, j)$ は, 中継車 R_j を経由して本部から観測車 S_i へ至る全ての経路での伝送品質の和を表す.

11. $I_s(i) := \sum_{h=1}^H F_{up_i}^{(h)}$ を求める. $I_s(i)$ は, 観測車 S_i と本部を結ぶ伝送経路の品質の総和である.
12. 全ての観測車 i について $I(i, j)$ が求まったら, $j^* := \operatorname{argmax}_j \sum_{i=1}^L I(i, j)$ を求める. R_{j^*} が最重要な中継車である.
13. さらに, $I(-j^*) := \sum_{i=1}^L I_s(i) - I(i, j^*)$ を求める.

【行列計算による伝送能力計算の具体例】

Fig.A.2 の配置に基づき具体的に説明する. ただし, 伝送品質を $0.9 = a$, $0.8 = b$, $0.7 = c$ と記号表現し, $a \times b$ を ab と表す. また, 中継車を配置していない候補地はないものとして除いてある.

Fig.A.2 を見ると, 本部と観測車を結ぶ通信経路は, 第 2.3.3 節の表記法を用いると,

$$E^1 = \langle C, R_1, R_4, S_1 \rangle$$

$$E^2 = \langle C, R_1, R_5, S_1 \rangle$$

$$E^3 = \langle C, R_2, R_6, S_1 \rangle$$

$$E^4 = \langle C, R_3, R_6, S_1 \rangle$$

の 4 本あり, それぞれの伝送品質は $T(E^1) = T(E^2) = T(E^3) = T(E^4) = abc$ である. 従って, 全体での伝送品質は $G(X) = I_s(1) = 4abc$ となる. 最も重要な中継車は R_1 か R_6 であり, 例えば R_1 が使えないと経路は E^3, E^4 のみとなり, $I(-j^*) = 2abc$ となる. これが行列演算で正しく求められていることを示す.

$$1. \vec{s}_1 = (0, 0, 0, c, c, a)^t, \vec{a}_c = (a, c, c, 0, 0, 0),$$

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$F_{up_1}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot \vec{a}_{s1} = 0,$$

$$G_{up_1}^{(1)} = A_R \cdot \vec{a}_{s1} = (2bc, ab, ab, 0, 0, 0)^t$$

$$2. F_{up_1}^{(2)} = A_R \cdot G_{up_1}^{(1)} = 4abc,$$

$$G_{up_1}^{(2)} = A_R \cdot G_{up_1}^{(1)} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$3. h \geq 2 \text{ について, } F_{up_1}^{(h)} = 0, G_{up_1}^{(h)} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

4. $\sum_{h=1}^{H-1} F_{up_1}^{(h)} = 4abc,$
 $\sum_{h=0}^{H-1} G_{up_1}^{(h)} = (2bc, ab, ab, c, c, a)^t$
5. $G_{dn_1}^{(1)} = \vec{a}_c \cdot A_R = (0, 0, 0, ab, ab, 2bc)^t$
6. $h > 2$ について, $G_{dn_1}^{(h)} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^t$
7. $\sum_{h=0}^{H-1} G_{dn_1}^{(h)} = (a, c, c, ab, ab, 2bc)^t$
8. $I(1, 1) = I(1, 6) = 2abc,$
 $I(1, 2) = I(1, 3) = I(1, 4) = I(1, 5) = abc$ であり, $L = 1$ なので $j^* = 1$ または $j^* = 6$.
9. $I_s(1) = 4abc.$
10. $I(-j^*) = 4abc - 2abc = 2abc.$

この結果から, 行列計算により伝送品質と最重要中継車および最重要中継車が使えない場合の伝送品質を正しく求めている.

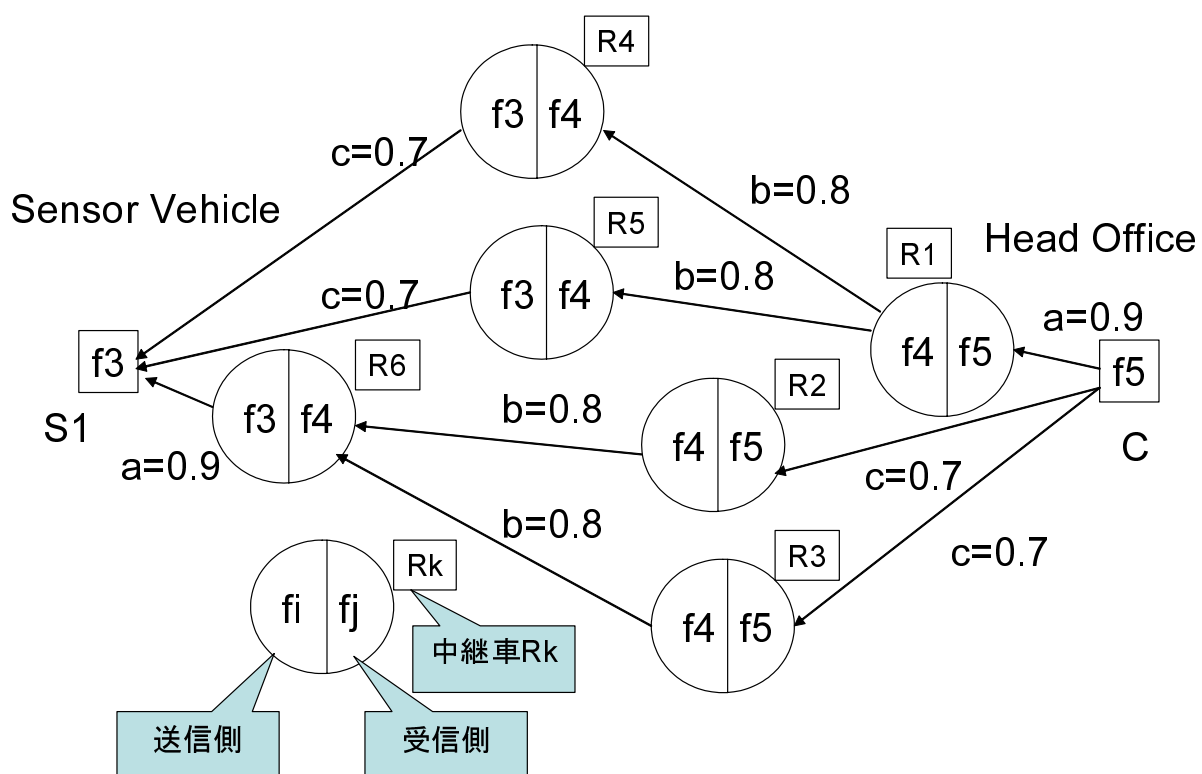


Figure A.2: Location and communication example of relay vehicles

Appendix B

空港施設運用における数理最適化手法

空港施設運用における意思決定で用いた数理最適化手法をまとめる．第 3.2.3 節で説明した 2 次元 DP 及びラグランジュ緩和法については標準的なアルゴリズムを組合せた．また，3.2.2 節に示した平均滞在時間の計算では，待ち行列ネットワークモデルにおける Whitt の研究成果 [70] を参考にした．第 3 章では，特殊なネットワーク構造における平均滞在時間の算出方法を示したが，ここではより一般的な構造のネットワークについての式をまとめる．

B.1 2 次元 DP アルゴリズム

【最適化問題】 変数 $x_i, y_i \geq 0$ について，

$$F(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i, y_i) \rightarrow \min$$

ただし，与えられた定数 $w_i, v_i, \Theta_x, \Theta_y \geq 0$ について，制約条件

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n w_i x_i &\leq \Theta_x \\ \sum_{i=1}^n v_i y_i &\leq \Theta_y \\ x_i &\in \Omega_{X_i} \\ y_i &\in \Omega_{Y_i} \end{aligned}$$

である．ここで， $\Omega_{X_i}, \Omega_{Y_i}$ は変数 x_i, y_i が満足すべき条件を表す集合とする．

2 次元 DP [23, 18]

1. **初期化:** 各 $\xi \in [0, \Theta_x/w_i]$ と $\eta \in [0, \Theta_y/v_i]$ に対して

$$\phi_1(\xi, \eta) := f_1(\xi, \eta)$$

を計算する．

2. **DP漸化式**: 各 $\xi \in [0, \Theta_x/w_i]$ と $\eta \in [0, \Theta_y/v_i]$ に対して, $k = 2, \dots, n$ について以下を順次計算していく.

$$\phi_k(\xi, \eta, \lambda) := \min_{x_k \in \Omega_{X_i}, y_k \in \Omega_{Y_i}} [\phi_{k-1}(\xi - w_k x_k, \eta - v_k y_k) + f_k(x_k, y_k)]$$

3. **終了**: $\phi_n(\Theta_x, \Theta_y)$ を解として出力.

B.2 ラグランジュ緩和法

【最適化問題】

$$\begin{aligned} f(\vec{x}) &\rightarrow \min \\ h(\vec{x}) &\leq \Theta \\ \vec{x} &\in \Omega_X \end{aligned}$$

ただし, Θ は定数である.

ラグランジュ緩和 [9, 23]

1. ラグランジュ乗数の初期値 $\lambda > 0$ を決める.
2. $\lambda_{NG} := 0$ とする. λ_{OK} を未定義としておく. 以降, 制約条件を満足するように λ を変化させるが, その範囲を絞り込む手がかりとして, 制約条件を満足しなかった最大の λ を λ_{NG} に記憶し制約条件を満足した最小の λ を λ_{OK} に記憶していく.
3. 以下を終了条件 (END) を満足するまで繰り返す.

(a) $g(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \lambda\{h(\vec{x}) - \Theta\}$ として, $g(\vec{x}, \lambda)$ を $\vec{x} \in \Omega_X$ という制約条件のみについて最小化する. 第3章の手法は, この最小化を2次元DPで行うものである. 解を $\vec{x}^*(\lambda)$ とする.

(b) $h(\vec{x}^*(\lambda)) \leq \Theta$ ならば, $\lambda := (\lambda - \lambda_{NG})/2$ により λ を更新する.

$$\lambda_{OK} := \min\{\lambda_{OK}, \lambda\}$$

とする.

(c) $h(\vec{x}^*(\lambda)) > \Theta$ ならば, $\lambda := (\lambda_{OK} + \lambda)/2$ により λ を更新する. ただし, λ_{OK} が未定義の場合には

$$\lambda := \alpha\lambda$$

とする. ただし, α は1以上のパラメータである.

$$\lambda_{NG} := \max\{\lambda_{NG}, \lambda\}$$

とする.

4. λ_{OK} に対する $\vec{x}^*(\lambda_{OK})$ を解として出力.

END 以下のどちらかの条件を満足した段階で終了する.

- ループ毎にカウンタ C を1加算し,

$$C \geq \theta$$

となったら終了. ただし, θ は繰り返し数のしきい値.

- 条件

$$\lambda_{OK} - \lambda_{NG} < \epsilon$$

となったら終了. ただし, ϵ は正のしきい値.

B.3 待ち行列ネットワーク (Queueing Network Analyzer)

B.3.1 QNA モデルの入力

モデル全体

L : 扱うネットワークの種類. Fig. B.1 の例では $L = 2$ である.

$n^{(l)}$: ネットワーク l のノード数 ($l = 1, 2, \dots, L$).

$m_j^{(l)}$ ($j = 1, 2, \dots, n^{(l)}$): ネットワーク l のノード j の窓口数

K : ネットワークに到着する客のクラス数

クラス k ($k = 1, 2, \dots, K$) の客に関するパラメタ

a_k : 単位時間あたりに外部から空港へやってくる客数 (到着率)

$P_k^{(l)}$ ($l = 1, 2, \dots, L$): $(n^{(l)} + 1) \times (n^{(l)} + 1)$ 行列. その (i, j) 要素 $p_{k,i,j}^{(l)}$ ($i, j = 0, 1, \dots, n^{(l)}$) はネットワーク l のノード i を訪れたクラス k の客が次にノード j を訪れる確率. ただし, $i = 0$ の場合の j は最初に訪れるノード. また, $j = 0$ の場合の i は最後に訪れるノード. ノード i を訪れることがなければ全ての j について $p_{k,i,j}^{(l)} = 0$ とする.

$\bar{\tau}_k^{(l)}$ ($l = 1, 2, \dots, L$): $n^{(l)}$ 次元ベクトル, i 番目の要素 $\tau_{k,i}^{(l)}$ ($i = 1, 2, \dots, n^{(l)}$) は, ノード i での平均サービス時間. ただし, ノード i を訪れない場合は 0 とする.

$\bar{c}_k^{(l)}$ ($l = 1, 2, \dots, L$): $n^{(l)}$ 次元ベクトル. i 番目の要素 $c_{k,i}^{(l)}$ ($i = 1, 2, \dots, n^{(l)}$) は, ノード i でのサービス時間の変動係数の2乗 (分散を平均の2乗で割ったもの). デフォルト値は1 (指数分布) とする. ただし, ノード i を訪れない場合は 0 とする.

QNA で扱うネットワークの例を Fig. B.1 に示す.

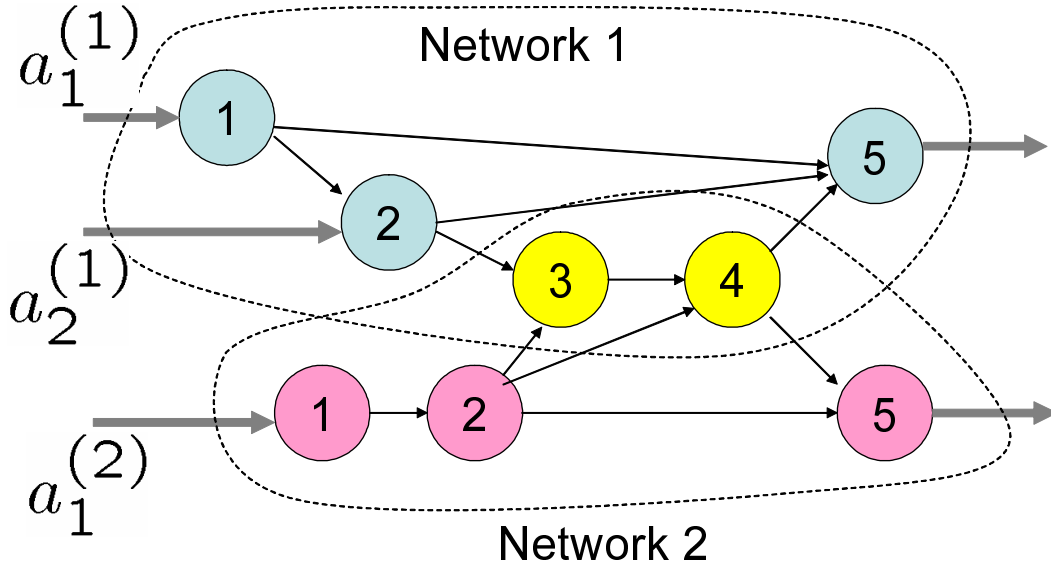


Figure B.1: Process flow of Queueing Network Analyzer

B.3.2 QNA モデルの計算

各ノードにおける基本量の算出 [70, 32]

各ネットワーク l ($l = 1, 2, \dots, L$) に対して下記の量を設定する.

$\vec{a}_k^{(l)}$ ($k = 1, 2, \dots, K$): $n^{(l)}$ 次元ベクトル. j 番目の要素 $a_{k,j}^{(l)}$ は以下の連立一次方程式の解

$$a_{k,j}^{(l)} = a_k p_{k,0,j}^{(l)} + \sum_{i=1}^{n^{(l)}} a_{k,i}^{(l)} p_{k,i,j}^{(l)}, \quad j = 1, 2, \dots, n^{(l)}$$

$\vec{\lambda}^{(l)}$: $n^{(l)}$ 次元ベクトル. j 番目の要素 $\lambda_j^{(l)}$ は以下で与えられる

$$\lambda_j^{(l)} = \sum_{k=1}^K a_{k,j}^{(l)}, \quad j = 0, 1, \dots, n^{(l)}$$

$\vec{\tau}^{(l)}$: $n^{(l)}$ 次元ベクトル. j 番目の要素 $\tau_j^{(l)}$ は以下で与えられる

$$\tau_j^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^K a_{k,j}^{(l)} \tau_{k,j}^{(l)}}{\sum_{k=1}^K a_{k,j}^{(l)}}, \quad j = 1, 2, \dots, n^{(l)}$$

$\vec{c}^{(l)}$: $n^{(l)}$ 次元ベクトル. j 番目の要素 $c_j^{(l)}$ は下記を満たすように与える

$$\left(\tau_j^{(l)}\right)^2 \left[c_j^{(l)} + 1\right] = \frac{\sum_{k=1}^K a_{k,j}^{(l)} \left(\tau_{k,j}^{(l)}\right)^2 \left[c_{k,j}^{(l)} + 1\right]}{\sum_{k=1}^K a_{k,j}^{(l)}}, \quad j = 1, 2, \dots, n^{(l)}$$

各ノードでの平均待ち時間、平均総客数、各クラスの平均客数の算出

平均待ち時間と平均総客数

ネットワーク l のノード j での平均待ち時間 $E[W]$ (全てのクラスで共通) ならびに平均総客数 $E[L]$ は、4つのパラメタ

$$m_j^{(l)}, \quad \lambda_j^{(l)}, \quad \tau_j^{(l)}, \quad c_j^{(l)}$$

を用いて算出される. 以下では記述の簡略化のため添え字を落として

$$m = m_j^{(l)}, \quad \lambda = \sum_l \lambda_j^{(l)}, \quad \tau = \tau_j^{(l)}, \quad c = c_j^{(l)}$$

とする. ここで, $\lambda_j^{(l)}$ に関する和は, 着目するノードが複数のネットワークで共有されるような場合, ノードを共有する l に関する加算である.

1. $\rho = \lambda\tau$ とする. もし, $\rho \geq m$ ならばこのノードは不安定 (過負荷であり時間とともに待ち人数が増加していく).
2. $\rho < m$ ならば次式を算出する.

$$E[L_{M/M/m}] = \frac{\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\rho^k}{(k-1)!} + \frac{\rho^m \{m^2 - (m-1)\rho\}}{(m-1)!(m-\rho)^2}}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{(m-1)!(m-\rho)}}, \quad (B.1)$$

$$E[W_{M/M/m}] = E[L_{M/M/m}] / \lambda - \tau \quad (B.2)$$

もし $c = 1$ ならば $E[L] = E[L_{M/M/m}]$, $E[W] = E[W_{M/M/m}]$ とし, 終了.

3. もし $c \neq 1$ かつ $m = 1$ ならば

$$\phi = \frac{1}{2}$$

とする. もし $c \neq 1$ かつ $m \geq 2$ ならば, 定数 $F_g = F_g(m, \rho)$ を

$$F_g = \frac{(m-1)(m-\rho)}{16m\rho} (\sqrt{4m+5} - 2)$$

として, $\phi = \phi(m, \rho)$ を次式で算出する.

$$\phi = \frac{1}{2} \left[1 + F_g \left(1 - \exp \left[-\frac{(m-1)}{(m+1)F_g} \right] \right) \right]$$

4. 平均待ち時間 $E[W]$, 平均総客数 $E[L]$ を次式で算出する.

$$E[W] = \frac{\phi(1+c)E[W_{M/M/m}]}{1 + (2\phi - 1)c}, \quad (\text{B.3})$$

$$E[L] = \lambda E[W] + \rho \quad (\text{B.4})$$

各クラスの平均客数

さらにクラス k ($k = 1, 2, \dots, K$) の平均客数 $E[L_k]$ は平均待ち時間 $E[W]$ を用いて以下のように求めることが出来る.

$$E[L_k] = a_{k,j}^{(l)} (E[W] + \tau_{k,j}^{(l)}) \quad (\text{B.5})$$

Appendix C

プラント補修計画における数理最適化

プラント補修計画立案に用いた数理最適化手法をまとめる．第4.4節で用いた Nelder-Mead のシンプレックス法と，大域的探索法として GA を用い局所探索手法に Nelder-Mead のシンプレックス法を使う組合せ方法については，文献 [20] の SCGA 法を若干簡単化して用いた．簡単化は，本論文で扱う変数次元が高いために初期遺伝子の集合が大きくなりすぎるのを避けるためである．また，探索の最終段階では Nelder-Mead のシンプレックス法に対する Kelley の改良 [31] を用いているが，第4.4節では簡単な説明にとどめたのでここで具体的な手順を示す．第4.3.3節で説明した離散変数について定義された目的関数の最小化を，同じく離散変数について定義された制約条件下で行う場合に，一旦それを連続変数に変換して探索し，最小解を求めてから再離散化する手法については，本論文の新たな提案であり，ここで詳しく説明する．

C.1 Nelder-Mead のシンプレックス法

【最適化問題】

$$f(\vec{x}) \rightarrow \min$$

シンプレックス法 [55, 20, 31]

変数を $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ とする．また，パラメータ

$$\rho > 0, \quad \chi > 1, \quad 0 < \gamma < 1, \quad 0 < \sigma < 1$$

を定義する． ρ は反射係数， χ は伸張係数， γ は縮小係数， σ は収縮係数であり，以下のステップで使われる．

シンプレックス法では， $n+1$ 個の n 次元ベクトル $\vec{x}_i, i = 1, \dots, n+1$ を頂点とするシンプレックスを用いて探索を行う．

$$S = co\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{n+1}\}$$

をシンプレックスという．ただし co は凸包を表す．

1. **並べ換え:** シンプレックス S の頂点 $\vec{x}_i, i = 1, \dots, n+1$ を, 関数値が

$$f(\vec{x}_1) \leq f(\vec{x}_2) \leq \dots \leq f(\vec{x}_{n+1}) \quad (\text{C.1})$$

となるように並べ替える. つまり, $\vec{x}_{n+1}$ が最も悪い評価値の頂点とする. なお, この並べ換えの操作は, 以下の各操作が実行されるたびに適用される.

2. **反射:** 頂点 $\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n$ の重心を $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{x}_i$ として, 反射による新たな頂点候補を

$$\vec{x}_r := \bar{x} + \rho(\bar{x} - \vec{x}_{n+1})$$

とする. $f(\vec{x}_1) \leq f(\vec{x}_r) \leq f(\vec{x}_n)$ が成り立つ場合には, $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_r$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には伸張へ行く.

3. **伸張:** $f(\vec{x}_r) < f(\vec{x}_1)$ が成り立つ場合には

$$\vec{x}_e := \bar{x} + \chi(\vec{x}_r - \vec{x}_{n+1})$$

とする. もし $f(\vec{x}_e) < f(\vec{x}_r)$ が成り立つならば, $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_e$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_r$ でおきかえて終了条件チェックへ行く.

4. **縮小:** $f(\vec{x}_r) \geq f(\vec{x}_n)$ が成り立つ場合には,

- (a) $f(\vec{x}_r) \leq f(\vec{x}_{n+1})$ ならば

$$\vec{x}_{oc} := \bar{x} + \gamma(\vec{x}_r - \bar{x})$$

とする. $f(\vec{x}_{oc}) \leq f(\vec{x}_r)$ の場合には $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_{oc}$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には収縮ステップへ行く.

- (b) $f(\vec{x}_r) > f(\vec{x}_{n+1})$ ならば

$$\vec{x}_{ic} := \bar{x} + \gamma(\vec{x}_{n+1} - \bar{x})$$

とする. $f(\vec{x}_{ic}) \leq f(\vec{x}_r)$ の場合には $\vec{x}_{n+1}$ を $\vec{x}_{ic}$ でおきかえて終了条件チェックへ行く. それ以外の場合には収縮ステップへ行く.

5. **収縮:** 一番評価値のよい $\vec{x}_1$ 以外の n 個の頂点を全て $\vec{x}_1$ の近くに収縮する.

$$\vec{x}'_i := \vec{x}_1 + \sigma(\vec{x}_i - \vec{x}_1), \quad i = 2, \dots, n+1$$

6. **終了条件:** 新しい $n+1$ 個の頂点のうち, 最も評価値の高い点と最も低い点との差が十分小さくなれば終了する. そうでなければ反射に戻って計算を継続する.

なお, 第3章では目的関数を最大化する問題として説明しているため, アルゴリズムの判定不等号がここでの説明とは逆転している.

シンプレックスの変化の概要を Fig. C.1 に示す.

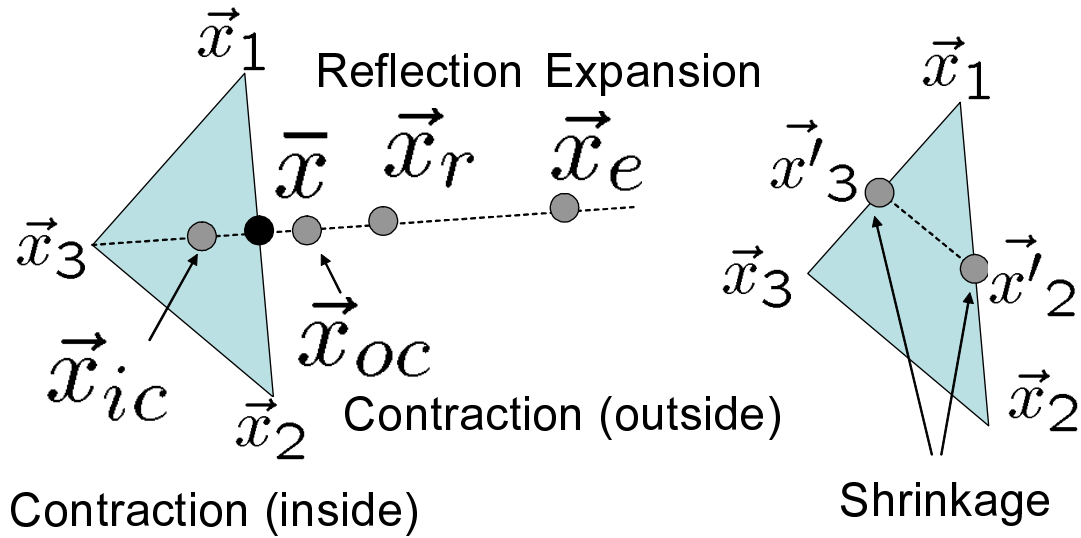


Figure C.1: Nelder-Mead simplex method

C.2 シンプレックス法の改良

C.2.1 再探索の判断

Nelder-Mead のシンプレックス法の改良として, Kelley はシンプレックスの形状が不適切になった場合に, 最良の評価値を与える頂点を保存し, 残りの頂点を再作成する方法を提案している [31]. この方法を説明する.

下記を定義しておく.

- シンプレックス S に基づく $n \times n$ 行列 $V(S)$ を

$$V(S) \stackrel{def}{=} [\vec{x}_2 - \vec{x}_1, \vec{x}_3 - \vec{x}_1, \dots, \vec{x}_{n+1} - \vec{x}_1]$$

と定義する.

- 行列 A のノルム $\|A\|$ を

$$\|A\| \stackrel{def}{=} \max_{\vec{x} \neq 0} \frac{\|A\vec{x}\|}{\|\vec{x}\|}$$

で定義する. ベクトル $\vec{x}$ に対する $\|\vec{x}\|$ は l^2 ノルム

$$\|\vec{x}\| \stackrel{def}{=} \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

である.

- シンプレックス条件を

$$\kappa(V(S)) \stackrel{def}{=} \|V(S)\| \|V(S)^{-1}\|$$

で定義する. A^{-1} は行列 A の逆行列を表す.

- 方向長さ (oriented length) を

$$\sigma_-(S) \stackrel{def}{=} \min_{2 \leq j \leq n+1} \|\vec{x}_1 - \vec{x}_j\|$$

で定義する.

- $\delta(f : S)$ を

$$\delta(f : S) \stackrel{def}{=} (f(\vec{x}_2) - f(\vec{x}_1), f(\vec{x}_3) - f(\vec{x}_1), \dots, f(\vec{x}_{n+1}) - f(\vec{x}_1))^t$$

と定義する. $\vec{x}^t$ はベクトル $\vec{x}$ の転置ベクトルを表す.

- シンプレックスの傾き (simplex gradient) $D(f : S)$ を

$$D(f : S) \stackrel{def}{=} (V^{-1})^t \delta(f : S)$$

で定義する. A^t は行列 A の転置行列を表す. $D(f : S)$ は n 次元ベクトルである.

再探索判断 第C.1節に示したシンプレックス法の繰り返しの度に以下の判定処理を行う.

1. **シンプレックス条件:** $\kappa(V(S))$ を計算する. $\kappa(V(S))$ が基準値以下ならこのチェックを終了する. $\kappa(V(S))$ が基準値以上なら, 次のステップへ行く.
2. **方向選択再スタート:** $\vec{x}_j, j = 2, 3, \dots, n+1$ を以下のように変更する.

$$\vec{x}_j := \vec{x}_1 - \beta_{j-1} \vec{e}_{j-1}$$

ただし, $\vec{e}_j$ は j 番目の単位ベクトルであり,

$$\beta_l \stackrel{def}{=} \begin{cases} 1/2\sigma_-(S) \text{sign}(D(f : S)_l) & D(f : S)_l \neq 0 \\ 1/2\sigma_-(S) & D(f : S)_l = 0 \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

ただし, $D(f : S)_l$ はベクトル $D(f : S)$ の l 成分である.

C.2.2 多点の同時変換

同様に, Kelley はシンプレックスの反射・伸張・縮小の各プロセスにおいて, 最悪の評価値を与える頂点だけを変化させるのではなく, 複数の頂点 (k 個とする) を変化させる方法を提案している [31]. この方法を説明する.

多点同時変換

1. **並べ換え:** シンプレックス S の頂点 $\vec{x}_i, i = 1, \dots, n+1$ を, 式 (C.1) が成立するようにソートする.
2. **反射:** 頂点 $\vec{x}_l, l = n+2-k, \dots, n+1$ に対する反射による新たな頂点候補を

$$\vec{x}_l^r := \vec{x}_1 + \rho(\vec{x}_1 - \vec{x}_l)$$

とする. $f(\vec{x}_1) > \min_l f(\vec{x}_l^r)$ が成り立つ場合には伸張へ行く. それ以外の場合には縮小へ行く.

3. **伸張:** 頂点 $\vec{x}_l, l = n+2-k, \dots, n+1$ に対して

$$\vec{x}_l^e := \vec{x}_1 + \chi(\vec{x}_1 - \vec{x}_l)$$

とする. もし $\min_l f(\vec{x}_l^e) > \min_l f(\vec{x}_l^r)$ が成り立つならば, $\vec{x}_l$ を $\vec{x}_l^e$ でおきかえて終了条件チェック (第 C.1 節に示した) へ行く. それ以外の場合には $\vec{x}_l$ を $\vec{x}_l^r$ でおきかえて終了条件チェックへ行く.

4. **縮小:** 頂点 $\vec{x}_l, l = n+2-k, \dots, n+1$ に対して

$$\vec{x}_l := \vec{x}_1 - \gamma(\vec{x}_1 - \vec{x}_l)$$

とする.

C.3 遺伝的アルゴリズム

【最適化問題】

$$f(\vec{x}) \rightarrow \min$$

遺伝的局所探索法 (メメティックアルゴリズム) [72, 65]

1. **初期設定:** 初期解集合 P を生成する (INIT).
2. **進化:** 集合 $Q = \phi$ とし, 以下のステップを反復して新たな解集合 Q を生成する.

- (a) **交差**: P の中から 2 つまたはそれ以上の解を選び、それらを組合せることで新たな解を得る (CROSSOVER).
 - (b) **突然変異**: P から選んだ解, あるいは 2a のステップで生成された解にランダムな変形を加える (MUTATION).
 - (c) **改善**: ステップ 2a, 2b で得られた新しい解を初期解とし, 単純局所探索によって局所最適解を得る (LOCAL-SEARCH). 得られた解を Q に加える.
3. **淘汰**: 新たに生成された解と, 元の解を併せた $P \cup Q$ より, $|P|$ 個の解を残し, それを新たに P とする. ここで, $|P|$ は集合 P の要素数である.
 4. **反復**: 終了条件 (END) が満たされれば $\min_{\vec{x} \in P} f(\vec{x})$ となる $\vec{x}$ を解として出力し終了. そうでなければ, ステップ 2 に戻る.

LOCAL-SEARCH

局所探索の手法は色々あるが, ここでは前節に示した**シンプレックス法**を用いる [20]. 以降の詳細処理も, 局所探索法にシンプレックス法を使う場合について説明する.

INIT N 個のシンプレックス

$$S^i = \text{co}\{\vec{x}_1^i, \vec{x}_2^i, \dots, \vec{x}_{n+1}^i\}, i = 1, \dots, N \quad (\text{C.3})$$

を用いて, シンプレックスの集合

$$P = \{S^1, S^2, \dots, S^N\} \quad (\text{C.4})$$

を以下のように作る.

1. 以下のランダムベクトルを生成する.

$$\begin{aligned} \vec{o}x^i &= (ox_1^i, ox_2^i, \dots, ox_n^i), i = 1, 2, \dots, N \\ \Delta \vec{x}_j^i &= (dx_{1,j}^i, dx_{2,j}^i, \dots, dx_{n,j}^i), j = 1, 2, \dots, n+1, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

ここで, $ox_k^i (k = 1, 2, \dots, n)$ は全て独立な乱数 ($\in [-\alpha, +\alpha]$) であり, $dx_{k,j}^i (j = 1, 2, \dots, n+1)$ は全て独立な乱数 ($\in [-\beta, +\beta]$) である.

2. i 番目の遺伝子シンプレックスの j 番目の頂点 $\vec{x}_j^i$ を

$$\begin{aligned} \vec{x}_j^i &:= \Delta \vec{x}_j^i + \vec{o}x^i \\ j &= 1, 2, \dots, n+1, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

により求める.

3. $\vec{x}_j^i$ を用いて, 式 (C.3) により S^i を求め, 式 (C.4) で P を求める.

CROSSOVER

1. 新しいシンプレックスを作る個数を表す数 $n_c > 2$ をランダムに決める.
2. P からランダムにシンプレックスを n_c 個選択する. これを $\{S^1, \dots, S^{n_c}\}$ とする.
3. 新しいシンプレックス $C^i, i = 1, \dots, n_c$ を作る基準となるシンプレックス $co\{\vec{x}'_1, \vec{x}'_2, \dots, \vec{x}'_{n+1}\}$ の j 番目の頂点 $\vec{x}'_j$ を以下の式で求める.

$$\vec{x}'_j = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \vec{x}_j^i$$

4. 新しいシンプレックス $C^i, i = 1, \dots, n_c$ を以下のように求める.

$$\begin{aligned} C^i &= co\{\vec{x}'_1, \vec{x}'_2, \dots, \vec{x}'_{n+1}\} \\ \vec{x}_j^i &= \vec{x}'_j + \alpha \vec{r}^i \end{aligned}$$

ただし, $\vec{r}^i$ の各成分は $\|\vec{r}^i\| < 1$ になるようなランダムベクトルである.

MUTATION

1. シンプレックスを突然変異させる個数を表す数 $n_m > 2$ をランダムに決め, $\{C^1, \dots, C^{n_c}\}$ の中から n_m 個をランダムに選ぶ. これを新たに $\{C^1, \dots, C^{n_m}\}$ とする.
2. $i = 1, \dots, n_m$ について, シンプレックス C^i の 1 つの頂点を表す番号 $n_i \in \{1, 2, \dots, n+1\}$ をランダムに選び, その頂点 $\vec{x}_{n_i}^i$ を以下のように変化させる.

$$\vec{x}_{n_i}^i := ave(\vec{x}; n_i) + u(ave(\vec{x}; n_i) - \vec{x}_{n_i}^i)$$

ただし,

$$ave(\vec{x}; n_i) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n_i-1} \vec{x}_i + \sum_{i=n_i+1}^{n+1} \vec{x}_i \right)$$

とする. 他の $j \neq n_i$ については,

$$\vec{x}_j^i := \vec{x}_j^i \quad (\text{C.5})$$

とする.

3. 突然変異を行ったシンプレックスの集合 $\{C^1, C^2, \dots, C^{n_m}\}$ と, 行わなかった集合 $\{C^{n_m+1}, \dots, C^{n_c}\}$ および従来の P の中から, 最良の $|P|$ 個を選び, 新たな P とする. ただし, シンプレックス $S = co\{\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_{n+1}\}$ の評価値は

$$f(S) \stackrel{\text{def}}{=} \min_{\vec{x}_i \in S} f(\vec{x}_i)$$

とする.

GAにおけるシンプレックスの交配と新しい子孫の生成の概要を C.2, C.3 に示す.

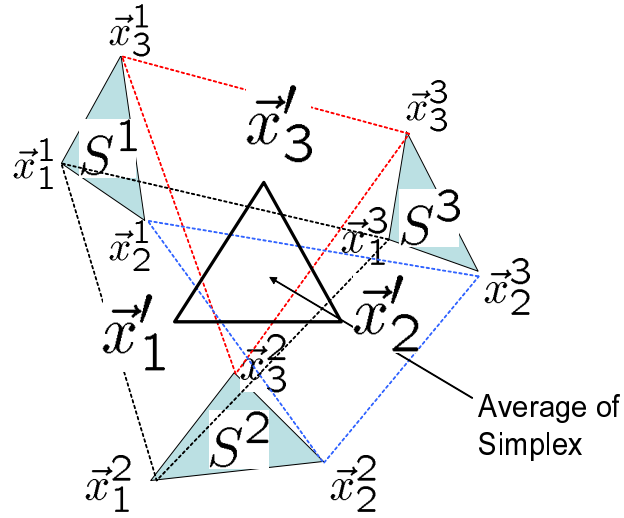


Figure C.2: Generation of new children of SCGA

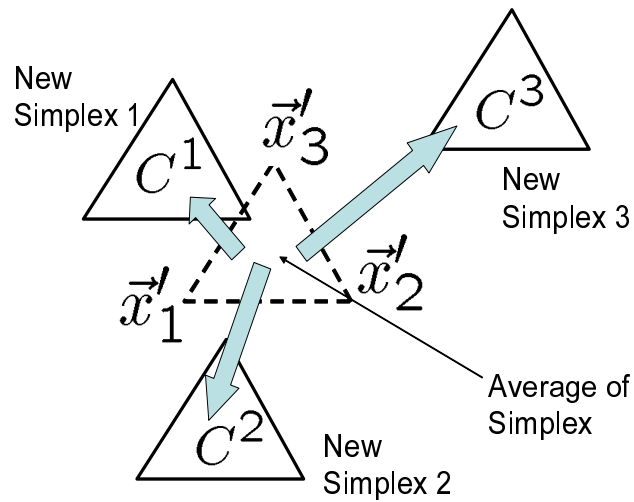


Figure C.3: Crossover operation of SCGA

C.4 変数の連続化と再離散化による解法

【離散最適化問題】

$$\begin{aligned} f(\vec{x}) &\rightarrow \min \\ h(\vec{x}) &\leq \Theta \\ x_i &\in \Omega_i = \{\alpha_i^1, \alpha_i^2, \dots, \alpha_i^{N(i)}\}, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

(ただし, $j < k$ のとき $\alpha_i^j < \alpha_i^k$ とする.)

上記の問題を, 以下の制約なし連続変数問題へ変換する.

【制約なし連続変数問題】

$$\begin{aligned} g(\vec{x}) = f(\vec{x}) + w \cdot \phi(h(\vec{x})) &\rightarrow \min \\ x_i &\in [\alpha_i^1, \alpha_i^{N(i)}] \\ \phi(\xi) &= \begin{cases} \xi & \xi > \Theta \\ 0 & \xi \leq \Theta \end{cases} \end{aligned}$$

w は制約条件をペナルティ項として目的関数に組み込む際の重み係数であり, $\phi(\cdot)$ は制約条件を満足しないときに課すペナルティを表す関数である.

このような変換が実用上必要になるケースとして, 本文中に示したプラント保守の問題のように, 離散変数についてのみ目的関数値が定義されているが, それが主に代表とするサンプル点の選び方によるものであり, 目的関数の本質的な性質は連続性を保有していると考えられる場合がある. 従って, このような変換を行って離散最適化問題を解く方法を整理しておくことも重要である.

まず, 変数と関数 f の連続化の手順を示す.

変数と関数 f の連続化

1. **変数の連続化** 連続値を持つ決定変数 $\vec{x}$ を次のように定義する.

- (a) 各成分 x_i に一番近い X_i の要素を成分とするベクトルを $\text{round}(\vec{x}) = \vec{X}_0 = (X_{0,1}, X_{0,2}, \dots, X_{0,n})$ と表し, $X_{0,i} = \alpha_i^l, l \in \{1, \dots, N(i)\}$ とする.
- (b) $a_i = x_i - X_{0,i}$ とし, i 番目の成分方向の単位ベクトル $\vec{e}_i$ を

$$\vec{e}_i = (0, \dots, 0, \overset{i}{1}, 0, \dots, 0)$$

とする. $\vec{x}$ は

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^n a_i \vec{e}_i + \vec{X}_0$$

となる.

2. **関数 f の連続化** 連続化した変数 $\vec{x}$ で目的関数が定義されるように、関数を以下のよう

- (a) $i = 1, \dots, n$ に対して

$$\vec{X}_i = \vec{X}_0 + \text{sign}(a_i) |\alpha_i^{l+\text{sign}(a_i)} - \alpha_i^l| \cdot \vec{e}_i \quad (\text{C.6})$$

とおく. ここで $\text{sign}(a)$ は a がゼロ以上なら 1, 負なら -1 をとる関数とする. $\alpha_i^{l+\text{sign}(a_i)}$ は $\vec{x}$ の i 成分 x_i の両側の離散点のうち, $\vec{X}_0$ の i 成分 α_i^l の相手となる離散点である.

(C.6) 式で求められる $\vec{X}_i$ を使うと, $\vec{X}_0$ を中心に $\vec{x}$ の方向に各軸を伸ばして次の離散点を成分とする頂点で構成されるシンプレックス

$$\text{Simplex}(\vec{X}_0) = \text{co}\{\vec{X}_0, \vec{X}_1, \dots, \vec{X}_n\}$$

が定義できる.

- (b) $\vec{x}$ に対する評価値 $f(\vec{x})$ を, $\vec{X}_0, \vec{X}_1, \dots, \vec{X}_n$ とそれぞれの離散点での関数値 $f(\vec{X}_0), \dots, f(\vec{X}_n)$ を使って

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i \text{sign}(a_i)}{|\alpha_i^{l+\text{sign}(a_i)} - \alpha_i^l|} (f(\vec{X}_i) - f(\vec{X}_0)) + f(\vec{X}_0)$$

と定める.

関数 $\phi(h(\vec{x}))$ の連続化 以下の議論では, 特に断らない限り $\text{round}(\vec{x}) = \vec{X}_0$ とする. また, 関数の補間に際して常に係数を $\frac{a_i \text{sign}(a_i)}{|\alpha_i^{l+\text{sign}(a_i)} - \alpha_i^l|}$ と記述するのは煩雑であるため, $\vec{x}$ が $\vec{X}_0$ にとっての第一象限 (つまり $\forall a_i, a_i \geq 0$) にあるものとし, 各成分の離散点は 1 刻み ($|\alpha_i^{l+\text{sign}(a_i)} - \alpha_i^l| = 1$) とする. この場合,

$$\begin{aligned} \vec{X}_i &= \vec{X}_0 + \text{sign}(a_i) \vec{e}_i \\ f(\vec{x}) &= \sum_{i=1}^n a_i (f(\vec{X}_i) - f(\vec{X}_0)) + f(\vec{X}_0) \end{aligned}$$

と表される.

$\phi(h(\vec{x}))$ の連続化に関しては, 以下の性質がある.

性質 1 (再離散化すると制約違反になる連続化)

$$\psi_1(\vec{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \phi(h(\vec{X}_0 + \sum_{i=1}^n a_i (h(\vec{X}_i) - h(\vec{X}_0))))$$

と連続化を定義すると, $h(\vec{x})$ の形状によっては, $\vec{x}$ が $\text{round}(\vec{x})$ に近い場合でも, 範囲によらず

$$\begin{aligned} \psi_1(\vec{x}) &= 0 \\ h(\text{round}(\vec{x})) &> \Theta \end{aligned}$$

となる場合がある．つまり，連続変数空間での探索ではペナルティ項が0で制約条件を満足しているが，再離散化して最終解を求めると制約条件を満足せず実行可能解にならない場合がある．

性質1の証明

$$\begin{aligned} h(\vec{X}_0) &= \Theta + \epsilon \\ h(\vec{X}_i) &= \Theta - E_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

とする． $\epsilon > 0, E_i > 0, E_i \gg \epsilon$ である． $h(\vec{X}_i)$ は問題の性質に応じて決まるので，こういう仮定が成り立つ場合はありうる．この場合， $h(\text{round}(\vec{x})) \geq \Theta$ である．

以下， $\psi_1(\vec{x}) = 0$ を示す．

$$\begin{aligned} h(\vec{x}) &= h(\vec{X}_0) + \sum_{i=1}^n a_i (h(\vec{X}_i) - h(\vec{X}_0)) \\ &= \Theta + \epsilon + \sum_{i=1}^n a_i (\Theta - E_i - (\Theta + \epsilon)) \\ &= \Theta + \epsilon - \sum_{i=1}^n a_i (E_i - \epsilon) \end{aligned}$$

従って，例えば $E_i > \epsilon, i = 1, \dots, n$ ，特に $E_n = \epsilon + \frac{\epsilon}{a_n}$ であれば

$$\epsilon - \sum_{i=1}^n a_i (E_i - \epsilon) < 0$$

となり， $\psi_1(\vec{x}) = 0$ となる．

性質2（再離散化の改善）

$$\psi_2(\vec{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \phi(h(\vec{X}_0)) + \sum_{i=1}^n a_i (\phi(h(\vec{X}_i)) - \phi(h(\vec{X}_0)))$$

と連続化を定義すると， $\vec{x} \in \text{Simplex}(\vec{X}_0)$ の場合には，

$$\phi(h(\vec{x})) = 0$$

ならば必ず

$$h(\text{round}(\vec{x})) \leq \Theta$$

となる．つまり， $\vec{x}$ がある特定の領域にある場合には，性質1のような問題点は起きない．

ここで， $\vec{x}$ と $\vec{X}_0$ の i 成分をそれぞれ $x_i, X_{0,i}$ で表すと， $\text{Simplex}(\vec{X}_0)$ は

$$\begin{aligned} \text{Simplex}(\vec{X}_0) &= \text{co}\{\vec{X}_0, \dots, \vec{X}_n\} \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^n a_i (\vec{X}_i - \vec{X}_0) + \vec{X}_0 \mid \sum_{i=1}^n a_i \leq 1, a_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n) \right\} \end{aligned}$$

である.

性質 2 の証明

$\psi_2(\vec{x}) = 0$ とすると,

$$\begin{aligned}\psi_2(\vec{x}) &= \phi(h(\vec{X}_0)) + \sum_{i=1}^n a_i(\phi(h(\vec{X}_i)) - \phi(h(\vec{X}_0))) \\ &= (1 - \sum_{i=1}^n a_i)\phi(h(\vec{X}_0)) + \sum_{i=1}^n a_i\phi(h(\vec{X}_i)) \\ &= 0\end{aligned}$$

となるが, 仮定より $\vec{x} \in \text{Simplex}(\vec{X}_0)$, $a_i > 0$, $\phi(\cdot) \geq 0$ なので,

$$\begin{aligned}(1 - \sum_{i=1}^n a_i)\phi(h(\vec{X}_0)) &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^n a_i\phi(h(\vec{X}_i)) &\geq 0\end{aligned}$$

となり, $\phi(h(\vec{X}_i)) = 0 \forall i$, $\phi(h(\vec{X}_0)) = 0$ が成り立つ. よって, $\phi(h(\vec{X}_0)) = 0$, すなわち

$$h(\text{round}(\vec{x})) \leq \Theta$$

である.

性質 3 (制約違反になる変数範囲の存在)

$\vec{x}$ の存在範囲で, $\text{round}(\vec{x}) = \vec{X}_0$ となる領域を

$$\text{Nearest}(\vec{X}_0) = \{\vec{x} \mid \max_i |x_i - X_{0,i}| \leq 1/2\}$$

と表す. すると, 次元数が $n \geq 3$ の場合には, $\vec{x} \in \text{Nearest}(\vec{X}_0)$ であるが $\vec{x} \notin \text{Simplex}(\vec{X}_0)$ となる領域がある. 従って, 性質 2 で示した $\psi_2(\vec{x})$ の定義では, $\psi_2(\vec{x}) = 0$ であるにもかかわらず $h(\text{round}(\vec{x})) > \Theta$ となる場合がある.

性質 3 の証明

$\vec{x} = (1/2 - \epsilon, 1/2 - \epsilon, \dots, 1/2 - \epsilon) + \vec{X}_0$, $\epsilon > 0$ とすると, $\max_i |x_i - X_{0,i}| = 1/2 - \epsilon < 1/2$ なので $\vec{x} \in \text{Nearest}(\vec{X}_0)$ である. しかし,

$$\begin{aligned}\vec{x} &= \sum_{i=1}^n a_i(\vec{X}_i - \vec{X}_0) + \vec{X}_0 \\ &= \sum_{i=1}^n (1/2 - \epsilon) \cdot (\vec{X}_i - \vec{X}_0) + \vec{X}_0\end{aligned}$$

なので, ϵ が十分小さければ, $n \geq 3$ では $\sum_{i=1}^n a_i = \frac{n(1-2\epsilon)}{2} > 1$ となり,

$$\vec{x} \notin \text{Simplex}(\vec{X}_0)$$

である.

性質 4 (再離散化での制約違反にならない連続化)

$$\begin{aligned}\psi_3(\vec{x}) &\stackrel{\text{def}}{=} \psi_2(\text{shrink}(\vec{x})) \\ &= \phi(h(\vec{X}_0)) + \sum_{i=1}^n a'_i(\phi(h(\vec{X}_i)) - \phi(h(\vec{X}_0)))\end{aligned}$$

と離散化を定義する．ここで， $\text{shrink}(\vec{x})$ は

$$\text{shrink}(\vec{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{n}(\vec{x} - \text{round}(\vec{x})) + \text{round}(\vec{x})$$

であり， a'_i は $\text{shrink}(\vec{x})$ の各方向の成分

$$\text{shrink}(\vec{x}) = \vec{X}_0 + \sum_{i=1}^n a'_i(\vec{X}_i - \vec{X}_0)$$

から， $a'_i = \frac{2}{n}a_i$ である．

この定義に従えば， $\vec{x} \in \text{Nearest}(\vec{X}_0)$ の場合には，

$$\psi_3(\vec{x}) = 0$$

ならば必ず

$$h(\text{round}(\vec{x})) \leq \Theta$$

となる．つまり， ψ_3 を使えば，連続変数に対して求めた実行可能解は，再離散化しても実行可能解であることが保証される．

性質 4 の証明

$\text{shrink}(\vec{x})$ は $\vec{x}$ の $\vec{X}_0$ からの方向を保存し、大きさを縮めて $\text{co}\{\vec{X}_0, \vec{X}_1, \dots, \vec{X}_n\}$ の内部に入れる変換である．

$\vec{x} \in \text{Nearest}(\vec{X}_0)$ ならば， $\text{shrink}(\vec{x}) \in \text{Simplex}(\vec{X}_0)$ であることを示す．

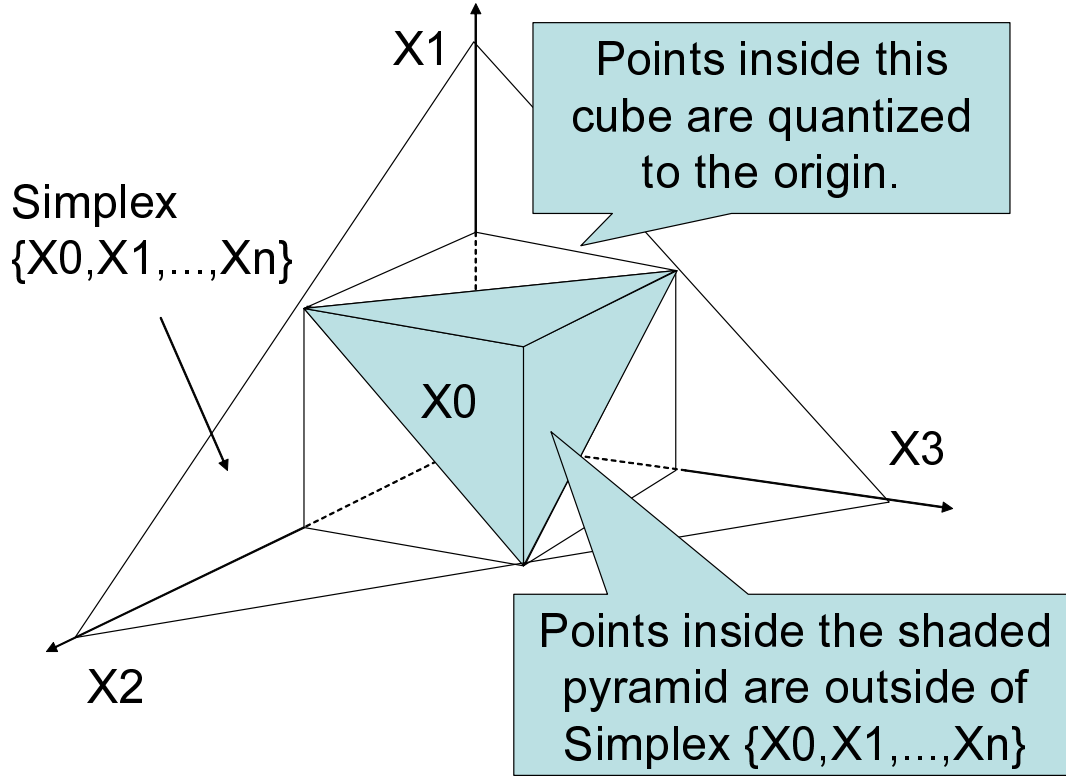
$$\begin{aligned}\vec{x} &= \vec{X}_0 + \sum_{i=1}^n a_i(\vec{X}_i - \vec{X}_0) \\ \text{shrink}(\vec{x}) &= \vec{X}_0 + \sum_{i=1}^n \frac{2}{n}a_i(\vec{X}_i - \vec{X}_0)\end{aligned}$$

なので， $\vec{x} \in \text{Nearest}(\vec{X}_0)$ ということは

$$\max_i \{a_i\} \leq 1/2$$

である．この時

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \frac{2}{n}a_i &\leq n \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{2} \\ &= 1\end{aligned}$$

Figure C.4: Region of $Neighbor(\vec{X}_0)$ and $Simplex(\vec{X}_0)$

であり, $shrink(\vec{x}) \in Simplex(\vec{X}_0)$ となる.

性質 1,2 に関する概要を Fig. C.4 と Fig. C.5 に示す.

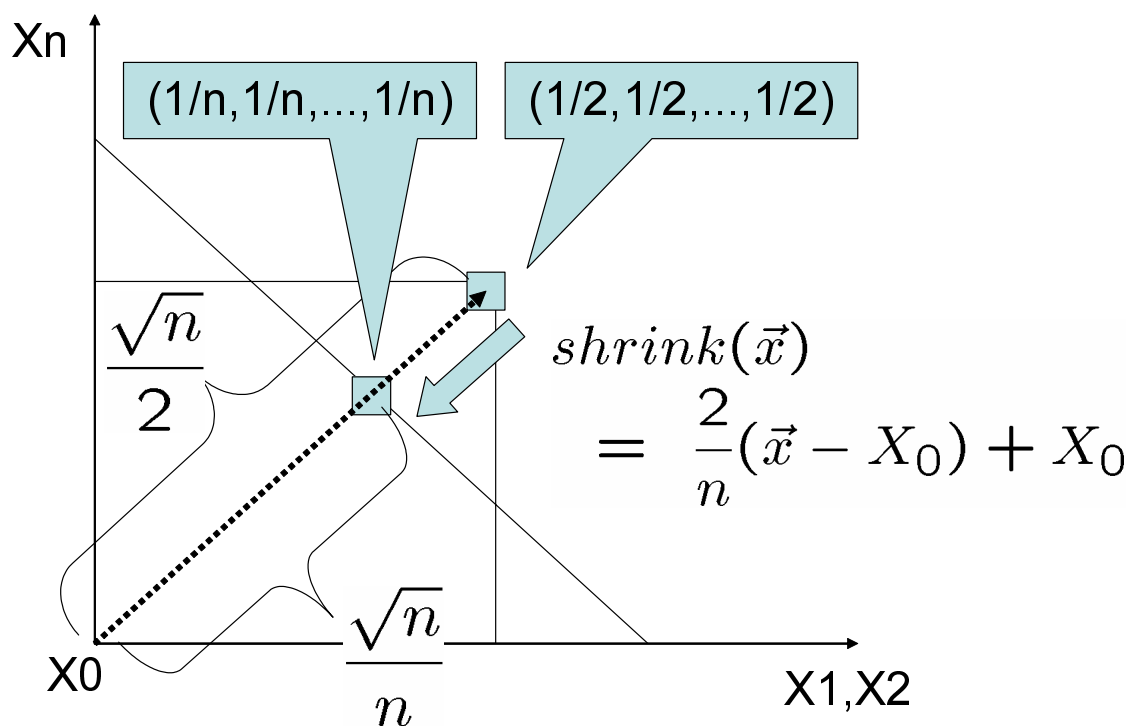
なお, ペナルティ項を $\psi_3(\vec{x})$ で扱うことは, もともと定義されていない連続値 $\vec{x}$ での制約条件項 $h(\vec{x})$ を線形補間する代わりに少し歪ませることに相当する. これを Fig. C.6 に示す. 線形補間自体に大きな意味はないので, 線形補間をこのように歪ませた形に変形することによる実用上の悪影響はほとんどないが, 途中に不連続点ができるので解探索アルゴリズムの選定には注意が必要である.

連続化による離散最適化問題の解法

以上のことをまとめると, 連続型最適化問題

$$g(\vec{x}) = f(\vec{x}) + w \cdot \phi(h(\vec{x})) \rightarrow \min$$

$$x_i \in [\alpha^{1,i}, \alpha^{N(i),i}]$$

Figure C.5: Transformation by $shrink(\vec{x})$

$$\phi(\xi) = \begin{cases} \xi & \xi > \Theta \\ 0 & \xi \leq \Theta \end{cases}$$

を連続変数に対する最適化手法を用いて解くアルゴリズムは以下ようになる.

1. 目的関数を

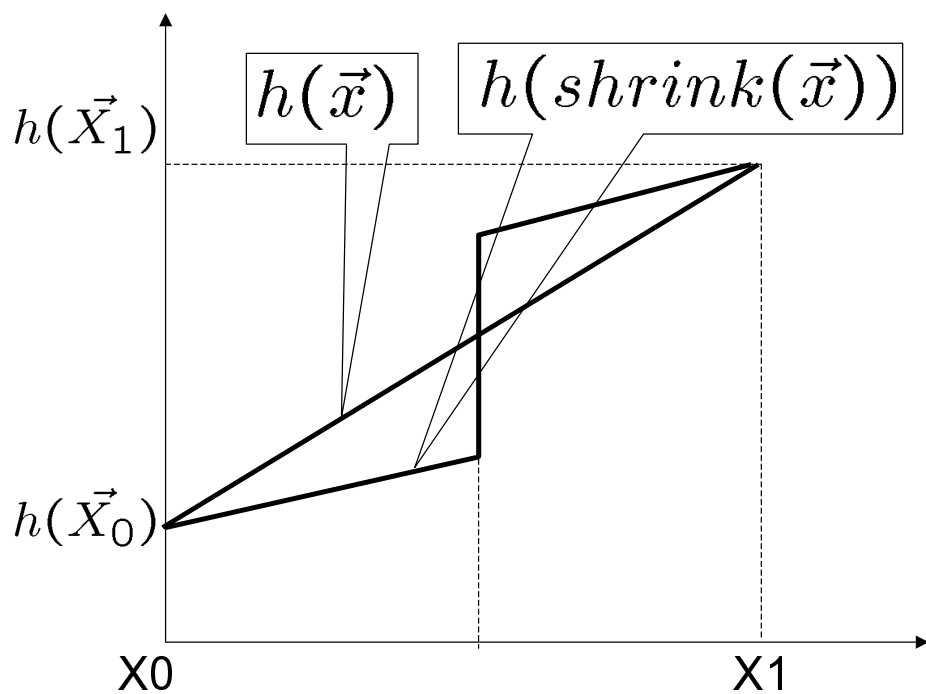
$$g(\vec{x}) = f(\vec{x}) + w\psi_3(\vec{x})$$

とする. ここで

$$\begin{aligned} \psi_3(\vec{x}) &= \psi_2(shrink(\vec{x})) \\ &= \phi(h(\vec{X}_0)) + \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} a_i (\phi(h(\vec{X}_i)) - \phi(h(\vec{X}_0))) \end{aligned}$$

である.

2. $g(\vec{x}) \rightarrow \min$ を制約なしの連続型最適化問題として解く. 解を $\vec{x}^{opt}$ とする.

Figure C.6: Interpolation of $shrink(\vec{x})$

3. $\vec{X} = round(\vec{x}^{opt})$ を元の問題の解（離散解）とする.