数理最適化によるコージェネレーションシステムの設計と運用に関する研究

田中　洋一

目次

第 1 章

序論

1.1 研究の背景

1.1.1 社会背景

近年，地球温暖化が原因とされる気候変動が世界各地で発生し [4]，その主要因とされる温暖化ガス削減に関心が集まっている．このような情勢のなか，1997 年の「第 3 回気候変動枠組条約締約国会議 (COP3)」において，先進国に対して温暖化ガス削減目標を定める「気候変動に関する国際連合枠組条約の京都議定書 (京都議定書)」が議決された．日本は 2002 年に京都議定書を批准し，2005 年に議定書が発効している．

京都議定書では，1990 年を基準年，2008 年から 2012 年の 5 年間を約束期間として，基準年に対する約束期間の温暖化ガス削減量を定めている．各国に割り当てられた削減量は表 1.1 のとおりであり，日本は 6%の削減量を割り当てられている [18]．

京都議定書において定められた温暖化ガス排出量 6%削減を達成するため，平成 17 年 4 月 28 日に京都議定書達成目標が閣議決定された (平成 18 年 7 月 11 日一部変更，平成 20 年 3 月 28 日全部改定)．この中で，バイオマス熱利用，太陽光発電等の利用，コージェネレーション・燃料電池の導入促進などの新エネルギー対策が，目標達成のための具体的な施策の一つとして挙げられており，これまで利用されてこなかったバイオマス，太陽光，風力，未利用熱などのエネルギーの効率的な利用が望まれている．

また，地球温暖化と同様，エネルギー資源の枯渇も重要な問題である．世界の一次エネルギー供給は，主に開発途上地域 (非 OECD 諸国) のエネルギー需要拡大により，1965 年の 39 億 TOE(石油換算トン) から，年平均 2.6%で増加しており，2006 年には 109 億 TOE に達している [6]．さらに，2007 年末の時点において，世界の一次エネルギー供給の 35.6%を石油が，23.8%を天然ガスが，28.6%を石炭が占め [5]，今なお化石燃料に依存していることが分かる．

このように，世界的にエネルギー需要が増加する一方，石油の余剰生産能力は長期的に縮小傾向にある [6]．需給バランスの逼迫に，原油先物市場への投機資金の流入が加わり，2002 年の年初には 1 バレル 20 ドル前後であった原油価格が，2007 年度末には 1 バレル 110 ドルに達するという過去に無い原油価格の高騰が発生した．2008 年に発生したアメリカの金融危機に端を発する世界経済の減速により，原油価格は下落に向かっているが，それは過剰な投機の反動による一時的なものであり，原

油需要を抑制しなければ，世界経済の回復とともに再び増加に転じると考えられる．

以上をまとめると，環境問題，資源問題の両方の観点から，エネルギーの効率的な利用に対する要望が高まっていると言える．本問題に対する単一の解は無く，未利用エネルギーの活用，原子力の利用促進，エネルギー消費機器の高効率化など複合的な対策が必要であると考えられる．本論文では，このなかで，従来の発電システムでは利用されなかった，発電に伴い発生する熱を利用するシステムに焦点をあてる．

表 1.1 Treaty Obligation of Green House Gas Reduction[18]

Country	Treaty Obligation
European Community	-8 %
Switzer land	-8 %
United States	-7 %
Hungary	-6 %
Japan	-6 %
Canada	-6 %
Russian Federation	0 %
New Zealand	0 %
Norway	+1 %
Australia	+8 %
Iceland	+10 %

1.1.2 コージェネレーションシステム

コージェネレーションシステム (Cogeneration System，以下 CGS) は，エンジン，タービン，燃料電池などの発電装置をエネルギーの需要地の近くに設置し，発電した電力とともに，発電に従い発生する熱 (排熱) エネルギーも有効に利用するシステムである (図 1.1)．大型火力発電所において外部に放出されている発電にともない発生する熱を，有効活用するシステムが CGS である．CGS は，省エネルギーに寄与することから，日本では 1986 年頃から普及が始まり，2007 年 3 月現在で，発電容量は合計 8,786[MW] (日本の全発電設備の約 3 %) になっている．また，小型ガスエンジンを搭載した家庭用のコージェネレーションシステムの登場，燃料電池を搭載した家庭用コージェネレーションシステムの研究開発の進展など，家庭分野への普及も期待されている．

さらに，太陽光発電，風力発電，蓄電池と CGS を組み合わせ，再生可能エネルギーを最大限活用しながら，商用電力の受電量を一定に制御することにより，電力網の安定化にも寄与するマイクログリッド (図 1.2) の開発も進められており，CGS は将来にわたって重要な役割を担うと考えられる．

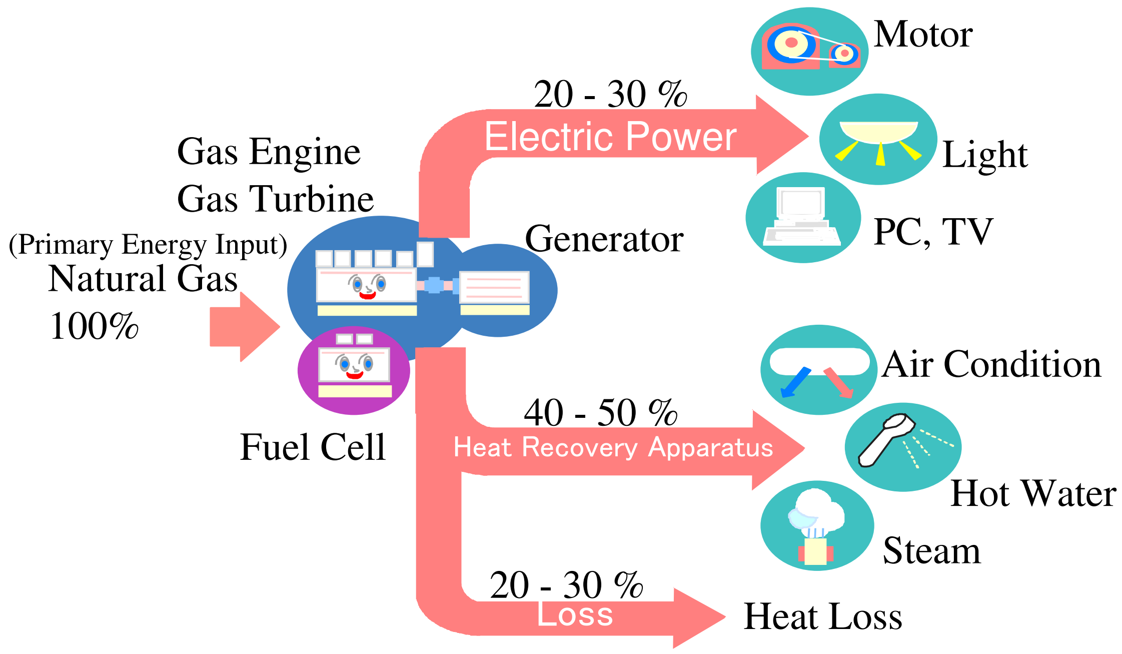

図 1.1 Concept of Cogeneration System

1.1.3　CGS 設計問題

CGS は発電を行なうための原動機 (ガスエンジン，ガスタービン，燃料電池など) と，発電時に発生する熱を利用する排熱利用機器 (熱交換器，熱で駆動する吸収式冷凍機など) から構成される．CGS は発電出力と熱の両方を有効に利用しなければ本来の効率を発揮できないことから，CGS のシステム構成を決定する問題 (CGS 設計問題) は重要である．現在行われている CGS 設計の手順を図 1.3 に示す [35]．図中の各ステップについて，以下に説明する．

建物に関する条件設定 CGS を導入する建物の種類や用途，延べ床面積を調査する．建物の種類別 (事務所，病院，ホテル，店舗など) に，単位床面積あたりの代表的なエネルギー需要が調査されており [17]，後のエネルギー需要の推定に利用できる．また，建物の種類や規模毎に，CGS の設計指針がまとめられている [35]．

エネルギー需要の推定 CGS を導入する施設の，電力需要，冷房需要，暖房需要，給湯需要，蒸気需要などのエネルギー需要を推定する．エネルギー需要の推定には，前述の代表的なエネルギー負荷を用いる方法や，過去のエネルギー需要の実測値を用いるなどの方法がある．

CGS の構成決定 (原動機) 原動機の一般的な性質として，部分負荷運転 (設計値より小さい出力で運転すること) で発電効率が低下するため，時間毎の電力需要データを考慮して，定格出力 (出力の設計値) での運転が一定時間以上となるように容量や台数を決める．定格出力において効率が劣る機種を複数台設置する方が，容量が大きく効率の高い機種を 1 台設置するよりシステム全体でのエネルギー効率が高い場合もある．また，同時に熱需要のデータも考慮して，運転により発生する排熱が余らないことを確認する必要がある．

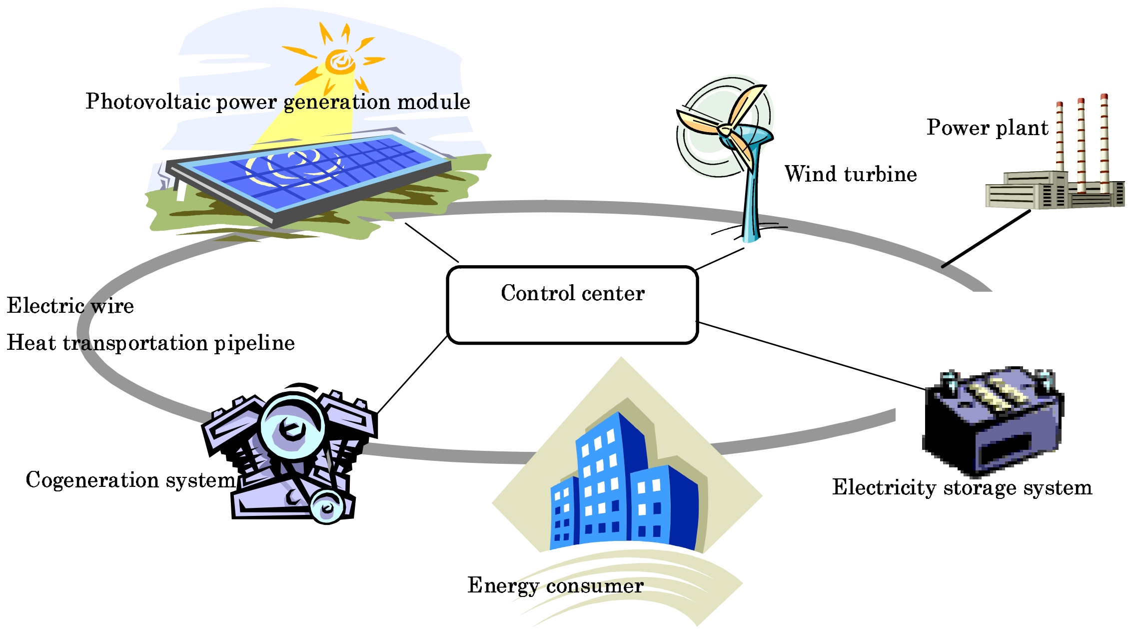

図 1.2 Concept of Microgrid

CGS の構成決定 (排熱利用機器の選定) 想定したエネルギー需要と排熱出力に対し，適切と思われる種類，容量，台数の排熱利用機器を選定する．

運転ルールの設定 原動機が電主運転 (電力需要に追従して運転) をするか，熱主運転 (熱需要に追従して運転) をするかを決定する．また，排熱利用機器については，起動の優先順位をつける．

発電量，排熱回収量などの計算 時刻毎のエネルギー需要データを元に，原動機の運転をシミュレーションし，発電量，原動機から回収される排熱量 (排熱回収量) を計算する．この過程で，建物全体の消費電力のコスト，原動機の燃料消費のコストも計算される．

排熱利用量の計算 時刻毎のエネルギー需要，排熱回収量を元に，排熱利用機器の運転をシミュレーションし，排熱利用量を計算する．この過程で，建物全体の熱需要を賄うための電力消費コスト，燃料消費コストも計算される．

導入コストの計算 CGS の設計から，機器の導入コストを計算する．

経済性，省エネルギー性評価 導入コスト，ランニングコストから経済性を評価する．また，CGS 導入前後の電力消費量，燃料消費量を比較して，省エネルギー性を評価する．

図 1.3 に示すとおり，CGS の設計は，構成の決定と評価を繰り返す必要があり，設計には労力がかかる．このため，このため，CASCADE[17] など，計算条件を入力すれば，CGS のエネルギー消費量，CO_2 排出量，経費を計算するソフトウェアが開発され，CGS の設計作業を支援している．また，建物の種類や規模毎にまとめられた CGS の設計指針,「発電機の容量は電力需要のピークの 25〜40%とする」,「排熱により賄うエネルギー需要は，給湯，暖房，冷房の順番とする」などの一般的な目安も CGS 設計に役立っている．

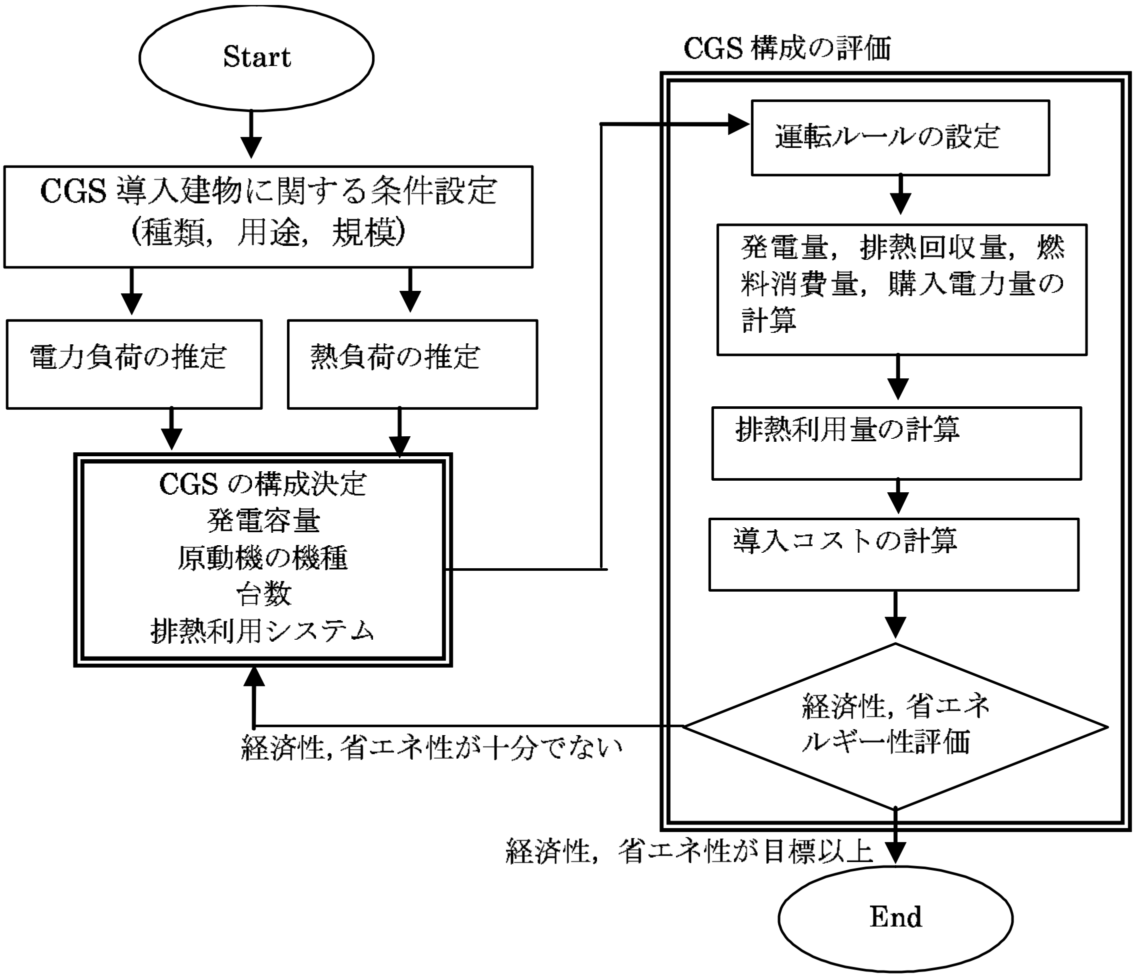

図 1.3 Ordinary CGS Planning Procedure

しかしながら，CGS の設計は，一般的な設計指針や設計者の経験に頼る部分があり，必ずしも最適な設計が行なわれているとは言えないことが分かる．

1.1.4　CGS の運用問題

同じ構成の CGS でも，その運用方法によって CGS が消費するエネルギー量は大きく変わるため，CGS の運用問題は重要である．

大規模 CGS

地域冷暖房システムに代表される大規模な CGS は，多数の原動機，排熱利用機器，ボイラ，その他補助熱源機器などにより構成される．大型 CGS の構成例として，図 1.4 に，ある地域冷暖房システムの構成を示す.

大規模 CGS の運用問題は，互いに関連する複数の機器の時間毎の運転スケジュールを決める問題であり，熟練したオペレーターでなければ，人手で運転計画を策定するのは不可能である．このため，大規模 CGS には，エネルギー需要予測と最適運転計画策定の機能を持つ運転支援システムが導入さ

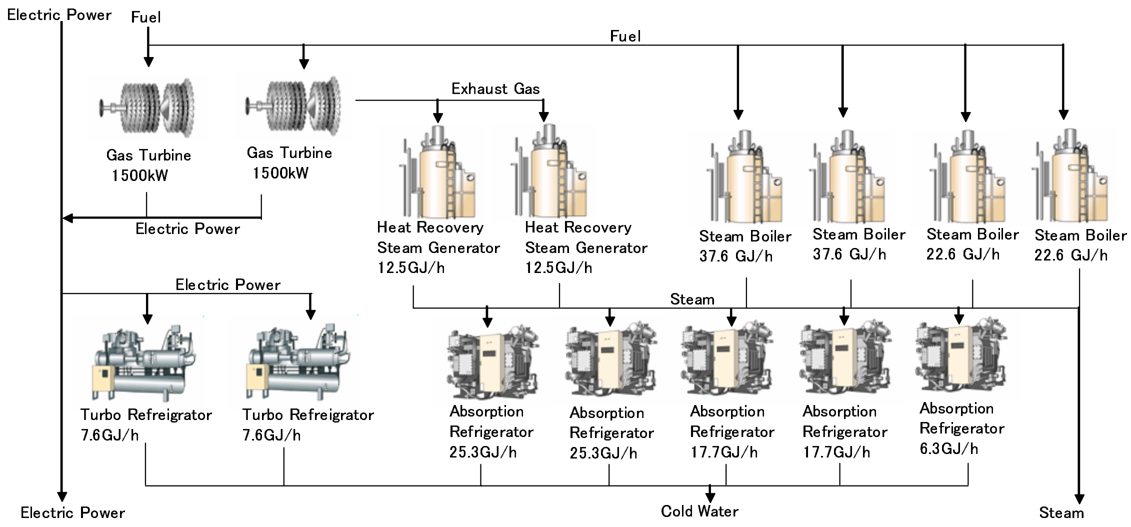

図 1.4 Example of Large District Heating and Cooling System

れることが多い．エネルギー需要予測にはカルマンフィルター，ニューラルネットワーク，時系列解析，ファジー推論などの手法を用いたものが開発されており [24]，運転計画策定には，混合整数計画問題として定式化し [13]，分枝限定法で解く手法が一般的である．大規模 CGS の特徴をまとめると，システム構成が複雑な一方，エネルギー需要が安定しているといえる．システム構成が複雑であるといえど，定式化した問題は市販されているパーソナルコンピューターで十分解ける規模である．また，エネルギー需要の予測についても，これまでの研究により，高い精度で可能となっている．

家庭用 CGS

一方，家庭用燃料電池に代表される家庭用の CGS は，原動機は 1 台であり，排熱利用は温水に限定されることから，CGS としての構成は単純である (図 1.5)．しかしながら，家庭のエネルギー需要

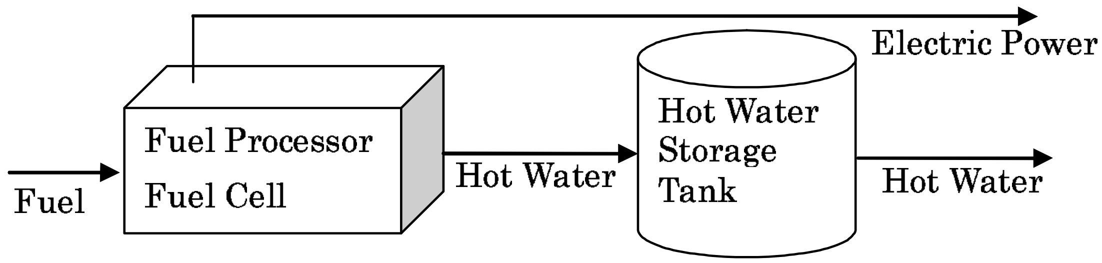

図 1.5 Configuration of Fuel Cell Cogeneration System

は，居住者一人一人の生活行動により，大きく影響を受けることから，予測が非常に困難であり，さらに，1 分間以下の非常に短い時間で需要が大きく変動するという特徴がある．図 1.6 に大規模 CGS の時刻毎の蒸気需要の例を，図 1.7 に家庭の時刻毎の温水需要の例を示す．両図とも月曜日から金曜日までの 5 日の需要であるが，家庭の需要の方がばらつきが大きく，毎日同時刻における需要の差異が大きいことが分かる．家庭用 CGS の運用計画には，計画策定時に想定したものと異なるエネル

ギー需要が出現する可能性が高いという問題があることが分かる．

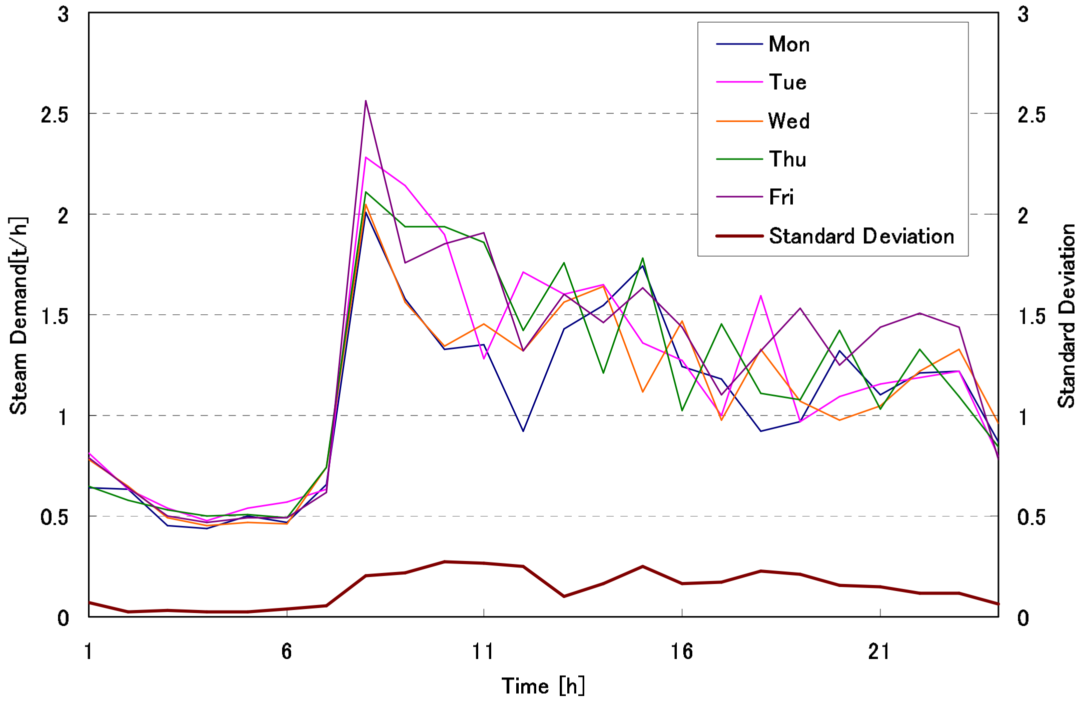

図 1.6 Example of Heat Demand Supplied by District Heating and Cooling System

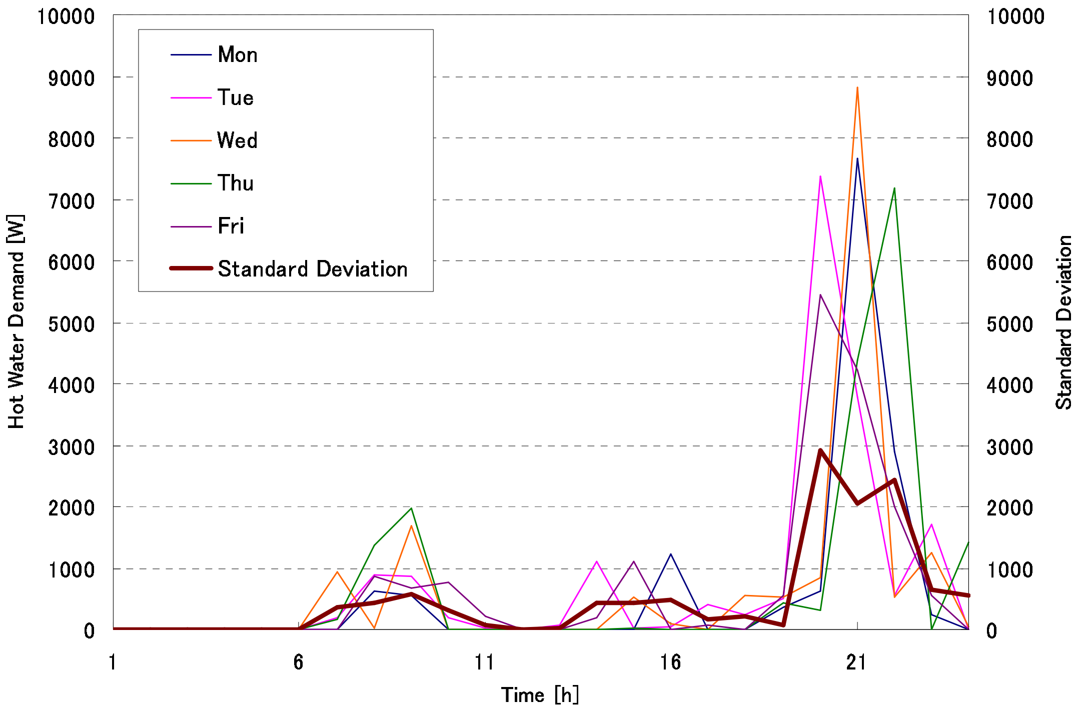

図 1.7 Example of Residential Heat Demand

1.2　研究の概要

本論文の目的は，CGS の省エネルギー性，環境性，経済性の向上の一助となることを目指し，CGS の設計と運用に数理最適化手法を適用する方法を提案することである．エネルギー需要を確定的なものとして捉えた CGS の運用計画については，既に混合整数計画問題として定式化し，分枝限定法で解く方法が一般的に利用されているが，CGS の設計や，不確定なエネルギー需要に対する運用計画にはヒューリスティックなアルゴリズムやルールベースの運用計画手法が採用されているのが現状である．本論文では，CGS の設計と運用に関する以下の未解決の問題について，問題を定式化し，混合整数計画問題に帰着させた上で汎用ソルバにより解を求める方法を提案する．提案する手法は，混合整数計画問題の最新の研究成果の恩恵を汎用ソルバの利用を通じて享受できる，厳密解を得られる，多くの人が利用可能であるなど，実用上のメリットが多い．

1.2.1　CGS の設計 [36][37][40]

CGS 設計問題は，1 段目が原動機，2 段目が排熱利用機器という 2 段階でエネルギーを生産する生産設備の最適配置問題と捉えることができる．本問題において，ある配置の評価値は，配置から直ちに導かれる配置コストと，時間ごとに変化する電力需要，冷房需要，暖房需要，給湯需要などに対してコスト最小となるような CGS の運用を行った場合の運用コストの和となる．このため，CGS 最適設計問題は，最適配置問題と最適運用問題が複合した非常に困難な問題となる．

本問題を解く方法として，CGS 設計問題の部分問題である運用問題において既に用いられている定式化手法を拡張し，機器の配置を表現できるようにすることが考えられる．CGS 運用問題において，配置場所 $P_i (i = 1, 2, \ldots, N)$ に配置された機器の時刻 $t = 1, 2, \ldots, \tau$ における入力エネルギー $\boldsymbol{V_i}(t)$ と，出力エネルギー $\boldsymbol{W_i}(t)$ の関係は，次の等式制約条件で表現されている．

$$\boldsymbol{W_i}(t) = \mathcal{A}^i \boldsymbol{V_i}(t) + \boldsymbol{\alpha^i} Z_i(t) \tag{1.1}$$

また，機器の入力エネルギー $\boldsymbol{V_i}(t)$ の範囲は次式で表される．

$$\underline{\boldsymbol{V_i}} Z_i(t) \leq \boldsymbol{V_i}(t) \leq \overline{\boldsymbol{V_i}} Z_i(t) \tag{1.2}$$

$Z_i(t)$ は稼動・停止を表す 0-1 変数，$\mathcal{A}^i$ は係数行列，$\boldsymbol{\alpha^i}$，$\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ は係数ベクトルである．

CGS の運用問題の場合，$\mathcal{A}^i$，$\boldsymbol{\alpha^i}$，$\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ は定数として扱える．しかしながら，CGS の設計問題の場合は，配置場所 P_i に設置される機器により，$\boldsymbol{W_i}(t)$ と $\boldsymbol{V_i}(t)$ の関係が変わることから，$\mathcal{A}^i$，$\boldsymbol{\alpha^i}$，$\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ は設置する機器に依存する変数となる．よって式 (1.1) と式 (1.2) は，式の中に変数と変数の積を含むことになり通常の混合整数計画問題として扱えない．

第 2 章では，機器配置問題において通常用いられる定式化手法に加えて，設計問題に拡張した式 (1.1) と式 (1.2) も含むような形で，CGS の設計問題を混合整数計画問題として定式化し，最適解を求める手法を提案する．

1.2.2　短時間における負荷変動を考慮した運用計画 [38]

CGS の一種である家庭用燃料電池の運転計画においては，家庭のエネルギー需要が 1 分以下の短い間隔で変動することに起因する問題がある．

家庭用燃料電池は，任意の時間において発電出力の上限を設定した上で，電力需要に追従する運転が可能である．以後，この発電出力の上限を，**計画発電出力**と呼ぶことにする．計画発電出力を設定したとき，電力需要が計画発電出力を下回った場合は，発電出力は電力需要と等しくなり，電力需要が計画発電出力を上回った場合は発電出力は計画発電出力と同じになる．

一般的に，計画発電出力は，ある幅を持った時間ステップに対し，各時間ステップ内では計画発電出力が一定となるように，離散的に定められる．しかも，家庭のエネルギー需要の予測値を短い時間間隔で得ることは困難であり，また，時間ステップの数が多いと運転計画を立てるための計算負荷は膨大になるので，時間ステップは 1 時間程度にとられるのが普通である．一方，電力需要変動は 1 分以下の間隔で起こり，計画発電出力が発電出力の上限であることから，計画発電出力を積算した電力量と実際の発電量の間には差異が生じる．すなわち，予め定めた運用計画と実際の運用が異なる結果となる．

計画発電出力と実際の発電出力を合致させるため，エネルギー需要の形に合わせて，短い時間間隔で運転計画を策定すると，計算負荷が膨大になり，運転計画手法の実用性が乏しくなる．よって，短い時間間隔のエネルギー需要の変化を考慮したうえで，ある程度長い時間間隔で運転計画を策定する必要がある．第 3 章では，時間ステップ毎に電力需要の確率分布を計算し，計算した確率分布から短い時間間隔でのエネルギー需要の変動を考慮するための制約条件を求め，元の運転計画問題に加えて解く手法を提案する．

1.2.3　不確定なエネルギー需要を考慮した運用計画 [39]

現状の CGS の運用計画においては，電力需要，熱需要などのエネルギー需要は，確定値として扱われ，確定的なエネルギー需要に対する最適な運転計画を策定している．しかしながら，現実にはエネルギー需要は不確定であり，運転計画策定時に前提としたエネルギー需要が，運転時に出現するとは限らない．エネルギー需要の不確実性は，特に家庭のエネルギー需要で顕著であることから，家庭用燃料電池に代表される家庭用 CGS においては考慮されるべきである．

不確実性を含む最適化問題を扱う手法の代表として，リコース問題として扱うアプローチと機会制約条件計画問題として扱うアプローチがあり，制約条件や目的関数に確率変数が含まれ，確率変数の実現値によっては制約条件が満たされないような最適化問題において，それぞれ異なるアプローチが考案されている．リコース問題として扱うアプローチでは，制約条件が侵された場合の補償コストを目的関数に加える手法をとる．また，機会制約条件計画問題として扱うアプローチでは，制約条件が満たされる確率が一定以上となることを要求する．

第 4 章では，CGS の運転計画問題をリコースと機会制約条件の両方を含む問題として扱うことを提案する．エネルギー需要が，CGS から発生する電力と排熱を超える場合，エネルギー需要の不足分は買電とバックアップボイラにより賄われるが，このコストを制約条件が満たされない場合の補償

コストと考えると，CGS の運転計画問題はリコース問題として扱うことができる．また，CGS の運転計画で実用上問題となる契約受電量による買電量の制限は，買電量が契約受電量以下となる確率を一定以上とする機会制約条件として扱うことができる．提案する手法では，契約受電量は定数とすることも最適化問題の設計変数とすることも可能であり，第 4 章では，契約受電量に対するコスト目的関数に入れ，契約受電量の最適化も同時におこなっている．

1.3　論文の構成

本論文の構成は，以下のとおりである．

第 1 章　研究の背景であるエネルギー問題，環境問題について述べ，これらの問題を解決する一つの方策としてコージェネレーションシステム (CGS) が期待されていることについて説明した．CGS の設計，運用に関する具体的課題を示し，その解決方法の概略を示した．

第 2 章　最適配置問題と最適運用問題が複合した困難な問題である CGS の設計最適化問題を，混合整数計画問題として定式化する手法を提案する． 提案する定式化では，各機器の効率，機器が使用するエネルギーの種類，起動回数の制限など，実際に CGS を検討するのに必要な要素を取り入れている．また， 数値実験を行ない，現実的な事務所，ホテル，病院のエネルギー需要に対する最適な CGS の構成を求めることを試みた．提案する手法によって，現実的な時間で，実際の CGS 最適設計問題が解けることを確認した．

第 3 章　家庭用燃料電池の運用における，1 分以下の短い時間における電力需要の変動に起因し，燃料電池システムの発電出力の計画値と実際値の間に差異が生じるという課題に着目し，この解決方法について論じる．本課題に対し，エネルギー需要を確率変数と捉え，各時間ステップにおいて確率密度を計算し，計算した確率密度から，エネルギー需要の変動を考慮するための制約条件を求め，元の運用最適化問題に加えて解く方法を提案する．通常，発電出力の計画値と実際値の差異をなくそうとすれば，電力需要が一定とみなせる程度まで時間ステップを短くして運用最適化問題を解く必要があるが，提案した手法を使うことによって，長い時間ステップで燃料電池システムの運用最適化問題を解くにも関わらず，急峻なエネルギー需要の変動を考慮することができる．

第 4 章　コージェネレーションシステム (CGS) の運用計画問題において，従来の研究ではエネルギー需要は確定値として扱われることが多かった．しかしながら，現実にはエネルギー需要は不確定であり，運転計画策定時に前提としたエネルギー需要が運転時に出現するとは限らない．本章では，この問題を解決するため，CGS の運転計画問題をリコース費用と機会制約条件の両方を含む確率計画問題として扱うことを提案する．提案する手法により，エネルギー需要の不確実性を考慮した CGS 運転最適化問題は，目的関数が凸関数の混合整数計画問題に帰着することができ，目的関数が凸関数であることを利用して区分線形関数近似が可能である．これにより，本最適化問題は最終的に混合整数計画問題に帰着され，汎用ソルバで解くことが可能となる．実際のエネルギー需要データを用いた数

値実験をおこない，従来の確定的手法に対し，提案する手法の優位性を確認した．

第 2 章

数理計画法によるコージェネレーションシステムの最適設計

2.1 はじめに

コージェネレーションシステム (Cogeneration system:CGS) は，発電設備を電力需要地に設置し，電力と熱エネルギーを同時に取り出すシステムであり，近年，省エネルギーへの関心の高まりから注目されている [31, 25]．CGS は，発電機を駆動するための原動機と，原動機の排熱を有効利用するための排熱利用機器を組み合わせたシステムであり，CGS 最適設計問題は，1 段目が原動機，2 段目が排熱利用機器という 2 段階でエネルギーを生産する生産設備の最適配置問題と捉えることができる．本問題において，ある配置の評価値は，配置から直ちに導かれる配置コストと，時間ごとに変化する電力需要，冷房需要，暖房需要，給湯需要などに対してコスト最小となるような CGS の運用を行った場合の運用コストの和となる．このため，CGS 最適設計問題は，最適配置問題と最適運用問題が複合した非常に困難な問題となる．

CGS 最適設計問題の部分問題である CGS 最適運用問題については，過去に多くの研究がされている [22, 34, 29, 30, 12, 28]．本問題は，発電の部分のみに着目すると，発電機の起動停止計画問題となる．Madrigal ら [22] は，発電機起動停止計画問題を内点法と切除平面法を組み合わせた手法で解くことを提案している．発電機起動停止計画問題については，他にも焼きなまし法を用いた手法 [34, 29] や，遺伝的アルゴリズムを用いた手法 [30] などが提案されている．

さらに，排熱利用なども考慮した CGS の最適運用問題の研究例としては，地域冷暖房システムの運用計画問題を数理計画法で解いた例 [12] や，燃料電池を含む CGS の最適運用計画問題を遺伝的アルゴリズムにより解いた例 [28] などがある．

CGS 最適設計問題に関して，横山ら [44] は，CGS の最適設計問題を，上位問題として最適配置問題，下位問題として最適運用問題の 2 段階の問題として捉え，下位の最適運用問題を混合整数計画問題として定式化して解き，下位の問題を解くことで得た評価値を用いて，上位の問題を勾配法で解く方法を考案した．また，藤田ら [7] は，最適配置問題に遺伝的アルゴリズムを用い，最適運用問題を混合整数計画問題として分枝限定法で解く方法について報告している．しかしながら，勾配法や遺伝的アルゴリズムを用いた手法は，必ずしも最適解を得る保証はなく，得られた解が最適解からどの程度乖離しているのか評価することも困難である．このような課題を解決するため，遺伝的アルゴリズ

ム，タブーサーチ等の，得られた解が最適解であることが保証されないヒューリスティックなアルゴリズムではなく，分枝限定法のように得られた解が最適であることが保証されている厳密解法を用いることが望ましいが，これまで CGS 最適設計問題に厳密解法を適用する試みは見当たらない．また，特殊なコンピュータプログラムが必要な最適化手法に比べ，混合整数計画問題の汎用ソルバだけで求解が可能な最適化手法の方が，広く受け入れられやすいという点で有用である．そこで，本章では，横山ら [44] や藤田ら [7] により報告されている CGS 最適運用問題の定式化手法を改良し，通常の混合整数計画問題として CGS 最適設計問題を定式化する手法を提案する．さらに，現実的な CGS 最適設計問題に対する数値実験を行い，汎用の混合整数計画法ソルバを用いて実用的な計算時間で最適解が得られることを示す．

2.2　CGS 最適設計問題

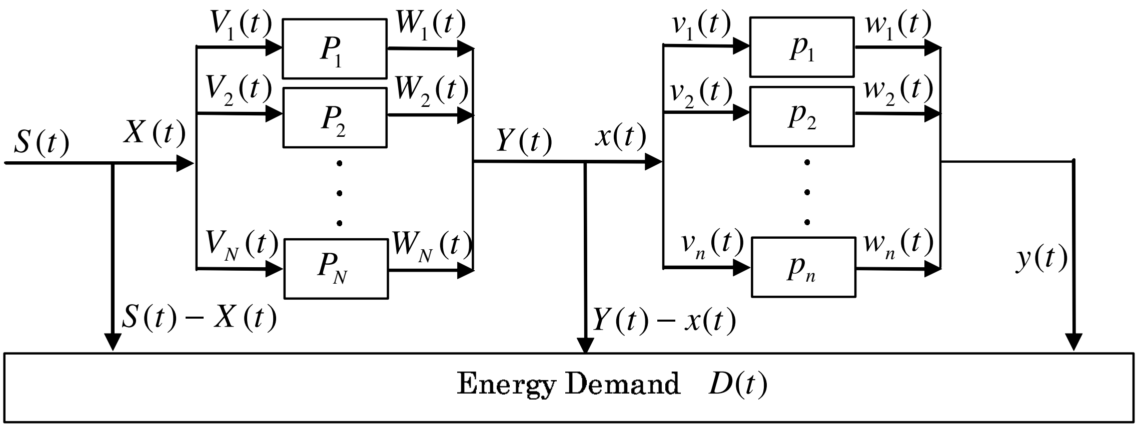

図 2.1 System Configuration of CGS

2.2.1　CGS のシステム構成

CGS は 1 段目が原動機，2 段目が排熱利用機器という 2 段階でエネルギーを生産するシステムであるから，システム構成は図 2.1 のように表される．図で $P_i(i=1,2,\ldots,N)$ は原動機の配置場所であり，$p_\ell(\ell=1,2,\ldots,n)$ は排熱利用機器の配置場所である．これらの設置場所に候補の中から選ばれた機器が設置される．

また図 2.1 の $\boldsymbol{S}(t)$，$\boldsymbol{X}(t)$，$\boldsymbol{V_i}(t)$，$\boldsymbol{W_i}(t)$，$\boldsymbol{Y}(t)$，$\boldsymbol{x}(t)$，$\boldsymbol{v_\ell}(t)$，$\boldsymbol{w_\ell}(t)$，$\boldsymbol{y}(t)$ $(i=1,2,\ldots,N,\ell=1,2,\ldots,n,t=1,2,\ldots,\tau)$ はエネルギーの流れを示し，$\boldsymbol{D}(t)$ はエネルギー需要を示す．エネルギーの形態 (電力，都市ガス，冷熱，給湯，排熱 (蒸気)，排熱 (温水) など) を $E_s(s=1,2,\ldots,M)$ で表すと，これらの量は，エネルギー $E_s(s=1,2,\ldots,M)$ の量を表す M 次元ベクトルである．ある時刻 $t(t=1,2,\ldots,\tau)$ において，外部から CGS に投入されるエネルギー $\boldsymbol{S}(t)$ のうち，$\boldsymbol{X}(t)$ は原動機に投入され，残りはエネルギー需要 $\boldsymbol{D}(t)$ を賄うのに使われる．$\boldsymbol{X}(t)$ は分配され，配置場所 $P_i(i=1,2,\ldots,N)$ に置かれた原動機に投入される．それぞれの原動機に投入されるエネルギーは $\boldsymbol{V_i}(t)(i=1,2,\ldots,N)$

である．各原動機から出るエネルギーは $\boldsymbol{W_i}(t)$ であり，この総和が $\boldsymbol{Y}(t)$ である．$\boldsymbol{Y}(t)$ のうち，$\boldsymbol{x}(t)$ が排熱利用機器に投入され，残りはエネルギー需要 $\boldsymbol{D}(t)$ を賄うために使われる．さらに $\boldsymbol{x}(t)$ は分配され，配置場所 $p_\ell(\ell = 1, 2, \ldots, n)$ に置かれた排熱利用機器に投入される．それぞれの排熱利用機器に投入されるエネルギーは $\boldsymbol{v_\ell}(t)(\ell = 1, 2, \ldots, n)$ である．各排熱利用機器から出るエネルギーは $\boldsymbol{w_\ell}(t)$ であり，この総和が $\boldsymbol{y}(t)$ である．$\boldsymbol{y}(t)$ はすべてエネルギー需要 $\boldsymbol{D}(t)$ を賄うために使われる．

2.2.2　問題設定

機器の設置コスト，機器の起動に必要なコスト，外部から CGS に投入されるエネルギー $\boldsymbol{S}(t)$ のコストの和を最小化することが本問題の目的である．また，CGS の設計上の制約は以下のとおりである．

- 全ての時間について，エネルギー需要が充足される．すなわち $t = 1, 2, \ldots, \tau$ について，$\boldsymbol{S}(t) - \boldsymbol{X}(t)$ と $\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{x}(t)$ と $\boldsymbol{y}(t)$ の和の各成分が，$\boldsymbol{D}(t)$ の各成分より大きい．

- 全ての時間について，エネルギーの保存則が満たされる．すなわち $t = 1, 2, \ldots, \tau$ について，$\boldsymbol{X}(t)$ は，$\boldsymbol{V_i}(t)$ の $i = 1, 2, \ldots, N$ に対する和であり，$\boldsymbol{Y}(t)$ は，$\boldsymbol{W_i}(t)$ の $i = 1, 2, \ldots, N$ に対する和であり，$\boldsymbol{x}(t)$ は，$\boldsymbol{v_\ell}(t)$ の $\ell = 1, 2, \ldots, n$ に対する和であり，$\boldsymbol{y}(t)$ は，$\boldsymbol{w_\ell}(t)$ の $\ell = 1, 2, \ldots, n$ に対する和である．

- エネルギー量は非負である．ここで，$\boldsymbol{S}(t) - \boldsymbol{X}(t)$，$\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{x}(t)$ $(t = 1, 2, \ldots, \tau)$ も非負であることに注意する．

- $\boldsymbol{V_i}(t) > \boldsymbol{0}(i = 1, 2, \ldots, N, t = 1, 2, \ldots, \tau)$ なら原動機は起動しているとし，$\boldsymbol{V_i}(t) = \boldsymbol{0}$ なら原動機は停止しているとする．また，$\boldsymbol{v_\ell}(t) > \boldsymbol{0}(\ell = 0, 1, \ldots, n, t = 1, 2, \ldots, \tau)$ なら排熱利用機器は起動しているとし，$\boldsymbol{v_\ell}(t) = \boldsymbol{0}$ なら排熱利用機器は停止しているとする．原動機と排熱利用機器について，期間中に停止している状態を起動している状態に変更できる回数には限度がある．本章ではこの回数を 1 回とする．

- 時間 $t = 1, 2, \ldots, \tau$ について，配置場所 $P_i(i = 1, 2, \ldots, N)$ に設置された起動している原動機の入力エネルギー $\boldsymbol{V_i}(t)$ と出力エネルギー $\boldsymbol{W_i}(t)$ の関係が設置された原動機の特性に合致する．また，配置場所 $p_\ell(\ell = 1, 2, \ldots, n)$ に設置された起動している排熱利用機器の入力エネルギー $\boldsymbol{v_\ell}(t)$ と出力エネルギー $\boldsymbol{w_\ell}(t)$ の関係が設置された排熱利用機器の特性に合致する．

- 時間 $t = 1, 2, \ldots, \tau$ について，配置場所 $P_i(i = 1, 2, \ldots, N)$ に設置された起動している原動機の入力エネルギー $\boldsymbol{V_i}(t)$ の取りうる範囲が，設置された原動機の特性に合致する．また，配置場所 $p_\ell(\ell = 1, 2, \ldots, n)$ に設置された起動している排熱利用機器の入力エネルギー $\boldsymbol{v_\ell}(t)$ の取りうる範囲が，設置された排熱利用機器の特性に合致する．

2.3　定式化

本問題は以下のように定式化できる．

2.3.1　目的関数

$\boldsymbol{F}$ を M 次元の定数ベクトルとする．$\boldsymbol{F}$ の各成分は，対応するエネルギーの単価を表す．

また，$C_j(j=1,2,\ldots,J)$ を原動機 g_j の設置コスト，$c_k(k=1,2,\ldots,K)$ を排熱利用機器 h_k の設置コスト，Q を原動機を 1 回起動するときのコスト，q を排熱利用機器を 1 回起動するときのコストとする．このとき，CGS 最適化問題の目的は次のコスト関数を最小にすることである．

$$\boldsymbol{F}^\top \sum_{t=1}^{\tau} \boldsymbol{S}(t) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J} C_j \Gamma_{ij} + \sum_{\ell=1}^{n}\sum_{k=1}^{K} c_k \gamma_{\ell k} + Q \sum_{t=1}^{\tau}\sum_{i=1}^{N} \Phi_i(t) + q \sum_{t=1}^{\tau}\sum_{\ell=1}^{n} \phi_\ell(t)$$

ただし，変数 $\boldsymbol{S}(t)$ は前節で説明した投入エネルギーであり，変数 Γ_{ij}，$\gamma_{\ell k}$，$\Phi_i(t)$，$\phi_\ell(t)$ は以下のような意味を持つ．

機器の配置に関する変数　原動機の集合を G とし，$G=\{g_1,g_2,\ldots,g_J\}$ とする．また，排熱利用機器の集合を H とし，$H=\{h_1,h_2,\ldots,h_K\}$ とする．原動機の配置を示す変数 Γ_{ij} $(i=1,2,\ldots,N,$ $j=1,2,\ldots,J)$，排熱利用機器の配置を示す変数 $\gamma_{\ell k}$ $(\ell=1,2,\ldots,n,\ k=1,2,\ldots,K)$ は以下のように定義される．

$$\Gamma_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{設置場所 } P_i \text{に } g_j \text{を配置するとき} \\ 0 & \text{設置場所 } P_i \text{に } g_j \text{を配置しないとき} \end{cases}$$

$$\gamma_{\ell k} = \begin{cases} 1 & \text{設置場所 } p_\ell \text{に } h_k \text{を配置するとき} \\ 0 & \text{設置場所 } p_\ell \text{に } h_k \text{を配置しないとき} \end{cases}$$

機器の起動に関する変数　式 (2.1) の $\Phi_i(t)$，$\phi_\ell(t)$ $(i=1,2,\ldots,N,\ell=1,2,\ldots,n,t=1,2,\ldots,\tau)$ を以下の通り定める．

$\Phi_i(t)$:　設置場所 P_i に設置された原動機が起動した時刻のみ 1 をとる 0-1 変数

$\phi_\ell(t)$:　設置場所 p_ℓ に設置された排熱利用機器が起動した時刻のみ 1 をとる 0-1 変数

2.3.2　熱収支に関する等式制約条件

原動機の入出力エネルギー，排熱利用機器の入出力エネルギーに関する保存則より，以下の等式制約条件が成り立つ．

$$\boldsymbol{X}(t) = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{V_i}(t) \qquad (t=1,2,\ldots,\tau)$$

$$\boldsymbol{Y}(t) = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{W_i}(t) \qquad (t=1,2,\ldots,\tau)$$

$$\boldsymbol{x}(t) = \sum_{\ell=1}^{n} \boldsymbol{v_\ell}(t) \qquad (t=1,2,\ldots,\tau)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \sum_{\ell=1}^{n} \boldsymbol{w_\ell}(t) \qquad (t=1,2,\ldots,\tau)$$

2.3.3　エネルギー需要の充足条件とエネルギー量の非負条件

エネルギー需要の充足条件は次式で表される．

$$\boldsymbol{D}(t) \leq \boldsymbol{S}(t) - \boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{y}(t)$$
$$(t = 1, 2, \ldots, \tau)$$

また，エネルギー量は非負であるから，次式が成立する．

$$\boldsymbol{S}(t) \geq \boldsymbol{0} \quad (t = 1, 2, \ldots, \tau)$$

$$\boldsymbol{S}(t) - \boldsymbol{X}(t) \geq \boldsymbol{0} \quad (t = 1, 2, \ldots, \tau)$$

$$\boldsymbol{Y}(t) - \boldsymbol{x}(t) \geq \boldsymbol{0} \quad (t = 1, 2, \ldots, \tau)$$

$\boldsymbol{X}(t)$, $\boldsymbol{Y}(t)$, $\boldsymbol{V_i}(t)$, $\boldsymbol{W_i}(t)$, $\boldsymbol{x}(t)$, $\boldsymbol{y}(t)$, $\boldsymbol{v_\ell}(t)$, $\boldsymbol{w_\ell}(t)$ $(i = 1, 2, \ldots, N, \ell = 1, 2, \ldots, n, t = 1, 2, \ldots, \tau)$ については，2.3.2 節および 2.3.4 節以降に述べる制約条件を満たすことにより，非負条件が満たされる．

2.3.4　機器の入出力エネルギーに関する制約条件

CGS 最適設計問題の部分問題である運用最適化問題を混合整数計画問題として解いた横山ら [44] や藤田ら [7] の定式化においては，配置場所 $P_i (i = 1, 2, \ldots, N)$ に配置された機器の入力エネルギーと出力エネルギーの関係は次の等式制約条件で表現できる．

$$\boldsymbol{W_i}(t) = \mathcal{A}^i \boldsymbol{V_i}(t) + \boldsymbol{\alpha^i} Z_i(t) \tag{2.1}$$

ここで $\boldsymbol{W_i}(t)$ は時刻 $t = 1, 2, \ldots, \tau$ における機器の出力エネルギー，$\boldsymbol{V_i}(t)$ は機器の入力エネルギー，$Z_i(t)$ は稼動・停止を表す 0-1 変数，$\mathcal{A}^i$ は機器により変化する定数行列，$\boldsymbol{\alpha^i}$ は機器により変化する定数ベクトルである．

また，機器の入力エネルギーの範囲は次式で表される．

$$\underline{\boldsymbol{V_i}} Z_i(t) \leq \boldsymbol{V_i}(t) \leq \overline{\boldsymbol{V_i}} Z_i(t) \tag{2.2}$$

ここで $\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ は機器により変化する定数ベクトルである．

CGS の運用最適化問題のみを解く場合，$\mathcal{A}^i$，$\boldsymbol{\alpha^i}$，$\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ は定数として扱えるが，本章のように機器の配置最適化問題と運用最適化問題を一つの問題として解く場合，$\mathcal{A}^i$，$\boldsymbol{\alpha^i}$，$\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ は機器の配置に依存する変数となる．よって式 (2.1) と式 (2.2) は，式の中に変数と変数の積を含むことになり通常の混合整数計画問題として扱えない．このため，従来手法 [44, 7] では，非線形最適化手法やヒューリスティック手法を用いており，必ずしも厳密解を得ることができない．本章では，式 (2.1)，式 (2.2) を修正し，混合整数計画問題の汎用ソルバが適用可能な定式化をおこなう．

式 (2.1)，式 (2.2) を通常の混合整数計画問題の形に帰着する方法としては，本章で提案する手法の他，式中の変数の積 $\mathcal{A}^i\boldsymbol{V_i}(t)(i=1,2,\ldots,N,t=1,2,\ldots,\tau)$，$\overline{\boldsymbol{V_i}}Z_i(t)(i=1,2,\ldots,N,t=1,2,\ldots,\tau)$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}Z_i(t)(i=1,2,\ldots,N,t=1,2,\ldots,\tau)$ をそれぞれ新しい変数に置き換える技法も考えられるが，各変数に対する物理的な意味づけが難しい上，煩雑になりがちであるという欠点がある．

以下に，本章で新しく提案する定式化手法を示す．

機器の入力エネルギーと出力エネルギーの関係　配置場所 $P_i(i=1,2,\ldots,N)$ に置かれた原動機 $g_j(j=1,2,\ldots,J)$ の出力エネルギー $\boldsymbol{W_i}(t)(i=1,2,\ldots,N,t=1,2,\ldots,\tau)$ を次式で表す．

$$\boldsymbol{W_i}(t)=\sum_{j=1}^{J}\{A^j\boldsymbol{R_{ij}}(t)+\boldsymbol{a^j}Z_{ij}(t)\} \tag{2.3}$$

ここで A^j は，原動機 g_j の機器特性を表現する一次式の定数項を表す $M\times M$ 行列，$\boldsymbol{a^j}$ は定数項を表す M 次元ベクトルである．ここで，式 (2.1) では $\mathcal{A}^i$，$\boldsymbol{\alpha^i}$ は変数であったが，式 (2.3) の A^j，$\boldsymbol{a^j}$ は定数であることに注意する．また，A^j，$\boldsymbol{a^j}$ は原動機 g_j の出力エネルギーが負にならないように定める必要がある．

$\boldsymbol{R_{ij}}(t)$ $(i=1,2,\ldots,N,j=1,2,\ldots,J,\ t=1,2,\ldots,\tau)$ は，配置場所 P_i に置かれた原動機 g_j に投入されるエネルギー量を表す M 次元ベクトルであり，P_i に g_j が置かれていない場合は $\mathbf{0}$ となる．機器の入力エネルギー $\boldsymbol{V_i}(t)$ と $\boldsymbol{R_{ij}}(t)$ の間には以下の関係がある．

$$\boldsymbol{V_i}(t)=\sum_{j=1}^{J}\boldsymbol{R_{ij}}(t)\quad(i=1,2,\ldots,N,t=1,2,\ldots,\tau)$$

エネルギー量は非負でなければならないので，$\boldsymbol{R_{ij}}(t)$ に関して以下の式が成り立つ．

$$\boldsymbol{R_{ij}}(t)\geq\mathbf{0}\quad(i=1,2,\ldots,N,j=1,2,\ldots,J,t=1,2,\ldots,\tau)$$

また，式 (2.1) の機器の稼動・停止を表す 0-1 変数 $Z_i(t)$ は，配置問題を扱うために，式 (2.3) では，$Z_{ij}(t)\quad(i=1,2,\ldots,N,j=1,2,\ldots,J,t=1,2,\ldots,\tau)$ と修正される．$Z_{ij}(t)$ の定義は以下のとおりである．

$$Z_{ij}(t)=\begin{cases}1 & P_i\text{に設置された } g_j \text{ が稼動}\\ 0 & P_i\text{に設置された } g_j \text{ が停止}\end{cases}$$
$$(i=1,2,\ldots,N,j=1,2,\ldots,J,t=1,2,\ldots,\tau)$$

ここで，配置場所 $P_i(i=1,2,\ldots,N)$ に原動機 $g_j(j=1,2,\ldots,J)$ が置かれていない場合は，当然 g_j は起動しないので，次式が成立する．

$$Z_{ij}(t)\leq\Gamma_{ij}\quad(i=1,2,\ldots,N,j=1,2,\ldots,J) \tag{2.4}$$

以上の議論は原動機に関するものであるが，排熱利用機器に関しても同様に定式化できる．

配置場所 $p_\ell(\ell=1,2,\ldots,n)$ に置かれた排熱利用機器 $h_k(k=1,2,\ldots,K)$ のエネルギー入力と出力の関係は式 (2.3) と同様に，次式で表される．

$$\boldsymbol{w_\ell}(t)=\sum_{k=1}^{K}\{B^k\boldsymbol{r_{\ell k}}(t)+\boldsymbol{b^k}z_{\ell k}(t)\}$$

ここで B^k は，排熱利用機器 h_k の機器特性を表現する一次式の定数項を表す $M \times M$ 行列，$\boldsymbol{b^k}$ は定数項を表す M 次元ベクトルである．

$\boldsymbol{r_{\ell k}}(t)$ $(\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K,\ t = 1,2,\ldots,\tau)$ は，配置場所 p_ℓ に置かれた排熱利用機器 h_k に投入されるエネルギー量を表す M 次元ベクトルであり，p_ℓ に h_k が置かれていない場合は $\boldsymbol{0}$ となる．また，B^k，$\boldsymbol{b^k}$ は排熱利用機器 h_k の出力エネルギーが負にならないように定める必要がある．機器の入力エネルギー $\boldsymbol{v_\ell}(t)$ と $\boldsymbol{r_{\ell k}}(t)$ の間には以下の関係がある．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v_\ell}(t) &= \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{r_{\ell k}}(t) \quad (\ell = 1,2,\ldots,n, t = 1,2,\ldots,\tau) \\ \boldsymbol{r_{\ell k}}(t) &\geq \boldsymbol{0} \quad (\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K, t = 1,2,\ldots,\tau) \end{aligned}$$

また，$z_{\ell k}(t)$ $(\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K, t = 1,2,\ldots,\tau)$ は以下のとおり定義される 0-1 変数である．

$$z_{\ell k}(t) = \begin{cases} 1 & p_\ell \text{に設置された } h_k \text{ が稼動} \\ 0 & p_\ell \text{に設置された } h_k \text{ が停止} \end{cases}$$
$$(\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K, t = 1,2,\ldots,\tau)$$

配置場所 $p_\ell(\ell = 1,2,\ldots,n)$ に排熱利用機器 $h_k(k = 1,2,\ldots,K)$ が置かれていない場合，h_k は起動しないので次式が成立する．

$$z_{\ell k}(t) \leq \gamma_{\ell k} \quad (\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K)$$

機器の入力エネルギーの範囲　式 (2.2) を配置問題を含む形に拡張する際，$\boldsymbol{V_i}(t)(i = 1,2,\ldots,N, t = 1,2,\ldots,\tau)$，$\boldsymbol{v_\ell}(t)(\ell = 1,2,\ldots,n, t = 1,2,\ldots,\tau)$ の範囲を決めるのではなく，$\boldsymbol{R_{ij}}(t)(i = 1,2,\ldots,N, j = 1,2,\ldots,J, t = 1,2,\ldots,\tau)$，$\boldsymbol{r_{\ell k}}(t)(\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K, t = 1,2,\ldots,\tau)$ の範囲を決めたほうが式が簡潔になる．

$\boldsymbol{L_j}(j = 1,2,\ldots,J)$ を原動機 g_j の入力エネルギーの下限，$\boldsymbol{U_j}(j = 1,2,\ldots,J)$ を原動機 g_j の入力エネルギーの上限，$\boldsymbol{l_k}(k = 1,2,\ldots,K)$ を排熱利用機器 h_k の入力エネルギーの下限，$\boldsymbol{u_k}(k = 1,2,\ldots,K)$ を排熱利用機器 h_k の入力エネルギーの上限とする．$\boldsymbol{L_j}$，$\boldsymbol{U_j}$，$\boldsymbol{l_k}$，$\boldsymbol{u_k}$ は M 次元の定数ベクトルである．式 (2.2) に対応する原動機の入力エネルギーの範囲は式 (2.5) となる．ここで，式 (2.2) の $\overline{\boldsymbol{V_i}}$，$\underline{\boldsymbol{V_i}}$ $(i = 1,2,\ldots,N)$ は変数であるが，式 (2.5) の $\boldsymbol{L_j}$，$\boldsymbol{U_j}$ $(j = 1,2,\ldots,J)$ は定数であることに注意する．

$$\boldsymbol{L_j} Z_{ij}(t) \leq \boldsymbol{R_{ij}}(t) \leq \boldsymbol{U_j} Z_{ij}(t) \tag{2.5}$$
$$(i = 1,2,\ldots,N, j = 1,2,\ldots,J, t = 1,2,\ldots,\tau)$$

同様に，排熱利用機器の入力エネルギーの範囲は次式となる．

$$\boldsymbol{l_k} z_{\ell k}(t) \leq \boldsymbol{r_{\ell k}}(t) \leq \boldsymbol{u_k} z_{\ell k}(t)$$
$$(\ell = 1,2,\ldots,n, k = 1,2,\ldots,K, t = 1,2,\ldots,\tau)$$

2.3.5　機器の配置に関する制約条件

1 つの配置場所における機器の台数の制約　配置場所 $P_i(i=1,2,\ldots,N)$ には，高々1 台の原動機が配置され，配置場所 $p_\ell(\ell=1,2,\ldots,n)$ には，高々1 台の排熱利用機器が配置されることから，次式が成り立つ．

$$0 \leq \sum_{j=1}^{J} \Gamma_{ij} \leq 1 \quad (i=1,2,\ldots,N) \tag{2.6}$$
$$0 \leq \sum_{k=1}^{K} \gamma_{\ell k} \leq 1 \quad (\ell=1,2,\ldots,n)$$

同値な機器配置の排除　ある配置場所 P_i，$P_{i'}$ と，ある原動機 g_j，$g_{j'}$ を考える．P_i に g_j を配置し，$P_{i'}$ に $g_{j'}$ を配置する機器配置と，P_i に $g_{j'}$ を配置し，$P_{i'}$ に g_j を配置する機器配置は同値である．この冗長性を排除するため，以下の制約式を追加する．

$$\Gamma_{ij'} + \Gamma_{i'j} \leq 1 \quad \text{if} \quad i < i',\ \ j < j'$$
$$(i=1,2,\ldots,N, i'=1,2,\ldots,N,$$
$$j=1,2,\ldots,J, j'=1,2,\ldots,J)$$

排熱利用機器についても，同様の制約式を追加する．

$$\gamma_{\ell k'} + \gamma_{\ell' k} \leq 1 \quad \text{if} \quad \ell < \ell',\ \ k < k'$$
$$(\ell=1,2,\ldots,n, \ell'=1,2,\ldots,n,$$
$$k=1,2,\ldots,K, k'=1,2,\ldots,K)$$

2.3.6　機器の起動に関する制約条件

配置場所 P_i に設置された原動機の起動を表現する 0-1 変数 $\Phi_i(t)$ の制約条件を以下の式 (2.7) のように定めると，原動機が起動する時刻には式 (2.7) の右辺第 1 項が 1，右辺第 2 項が 0 となるため，$\Phi_i(t)$ は 1 以上となる．原動機が稼動を続けている時刻，あるいは停止を続けている時刻は式 (2.7) の右辺第 1 項と右辺第 2 項の値が等しいので，$\Phi_i(t)$ は 0 以上となる．原動機が停止する時刻は，式 (2.7) の右辺第 1 項が 0，右辺第 2 項が 1 となるため，$\Phi_i(t)$ は -1 以上となる．目的関数式 (2.1) を最小化するためには $\Phi_i(t)$ の値は小さいほうがよい．よって，起動時刻のみ $\Phi_i(t)$ の値が 1 となる．

$$\Phi_i(t) \geq \sum_{j=1}^{J} Z_{ij}(t) - \sum_{j=1}^{J} Z_{ij}(t-1) \tag{2.7}$$
$$(i=1,2,\ldots,N, t=2,3,\ldots,\tau)$$

エネルギー需要は，一日あるいは一週間など，一定の期間で繰り返すパターンを持つことが多い．この繰り返しは，最終時刻 $t=\tau$ の次の時刻を $t=1$ とみなすことにより表現できる．$t=1$ の場合

の式 (2.7) の制約式は，次式で表される．

$$\Phi_i(1) \geq \sum_{j=1}^{J} Z_{ij}(1) - \sum_{j=1}^{J} Z_{ij}(\tau) \quad (i = 1, 2, \ldots, N)$$

同様に，配置場所 p_ℓ に設置された排熱利用機器の起動時刻を表現する変数 $\phi_\ell(t)$ は，以下の制約式を満たす．

$$\phi_\ell(t) \geq \sum_{k=1}^{K} z_{\ell k}(t) - \sum_{k=1}^{K} z_{\ell k}(t-1)$$

$$(\ell = 1, 2, \ldots, n, t = 2, 3, \ldots, \tau)$$

$$\phi_\ell(1) \geq \sum_{k=1}^{K} z_{\ell k}(1) - \sum_{k=1}^{K} z_{\ell k}(\tau) \quad (\ell = 1, 2, \ldots, n)$$

2.3.7　機器の起動回数の制限

原動機の起動および排熱利用機器の起動は期間内に高々1 回とする．この条件は次式で表される．この制約条件式は，期間中連続稼動，期間中連続停止，期間中 1 回の起動と停止という，3 つの稼動状態を表している．ただし，機器の設置コストのため，最適解においては期間中連続停止という状態にはなり得ない．

$$\sum_{t=1}^{\tau} \Phi_i(t) \leq 1 \quad (i = 1, 2, \ldots, N)$$
$$\sum_{t=1}^{\tau} \phi_\ell(t) \leq 1 \quad (\ell = 1, 2, \ldots, n)$$

期間内に一回の起動と停止があることは，起動時刻と停止時刻を設計変数にすることによっても定式化できるが，上記のように，起動の回数を数え，起動回数を制限するほうが変数が少なくなり，最適解を得るまでの計算時間を短縮することができる．

2.3.8　設計変数

本最適化問題の決定変数は，Γ_{ij}，$\gamma_{\ell k}$，$\boldsymbol{S}(t)$，$\boldsymbol{R_{ij}}(t)$，$\boldsymbol{r_{\ell k}}(t)$， $Z_{ij}(t)$，$z_{\ell k}(t)$，$\Phi_i(t)$，$\phi_\ell(t)$ である．

2.4　数値実験

本章で提案した定式化により，汎用の混合整数計画法ソルバを用いて現実的な CGS 設計問題の最適解が得られることを示すため，以下の数値実験を行った．

2.4.1　計算条件

エネルギーの種類　考慮するエネルギーの種類を $M = 6$ とした．エネルギーの種類は $E_1, E_2, \ldots, E_6$ であり，$E_1 =$ 電力，$E_2 =$ 都市ガス，$E_3 =$ 冷熱，$E_4 =$ 給湯，$E_5 =$ 排熱 (蒸気)，$E_6 =$ 排熱 (温水) とする．

エネルギー需要　本手法が実際の CGS 最適化問題に適用できることを確認するため，各時間のエネルギー需要として，一般的なエネルギー需要 [19] である，夏期の病院のエネルギー需要 (図 2.2)，ホテルのエネルギー需要 (図 2.3)，事務所の需要 (図 2.4) を選択し，それぞれのエネルギー需要に対してどのような CGS が設計されるかを確かめた．なお，図 2.4 中の矢印は，各エネルギー需要の大きさを図から読み取るにあたり，左右どちらの軸を参照すべきかを示す．

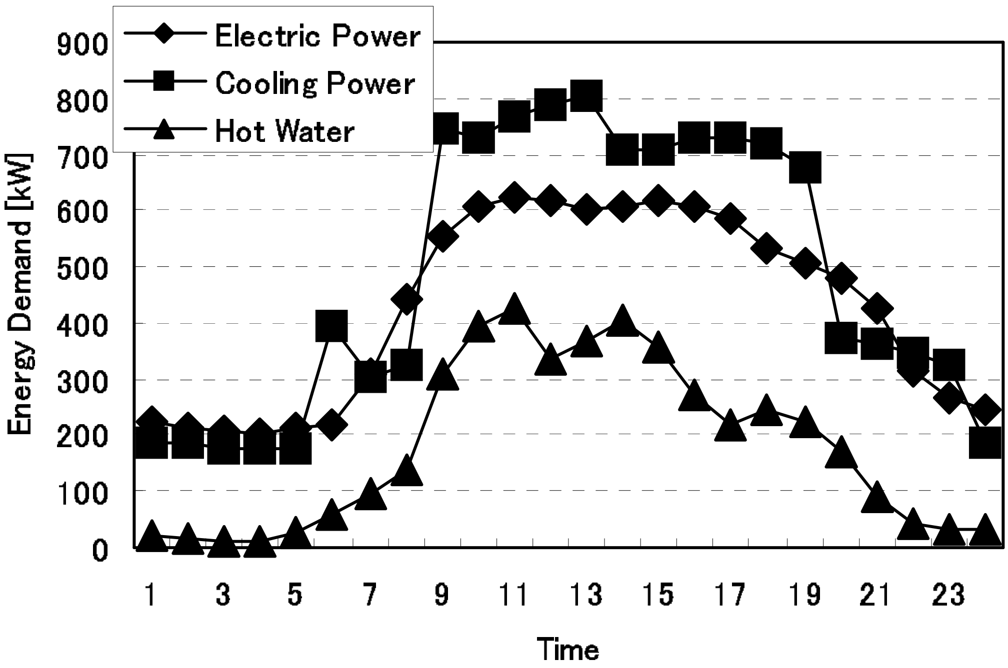

図 2.2 Hospital Energy Demand

エネルギーのコスト　各エネルギーのコストを表 2.1 に示す．

起動・停止のコスト　原動機の起動コストを $Q = 1500$，排熱利用機器の起動コストを $q = 1500$ とする．

原動機の候補　原動機の種類を $J = 10$ とする．前述の想定需要では，電力需要のピークが 600kW 〜 700kW 程度である．そこで，実在する原動機から，600kW 〜 700kW 程度の出力をもつもの，および，その半分の出力をもつものを中心に，表 2.2 の原動機を G の要素として選んだ．

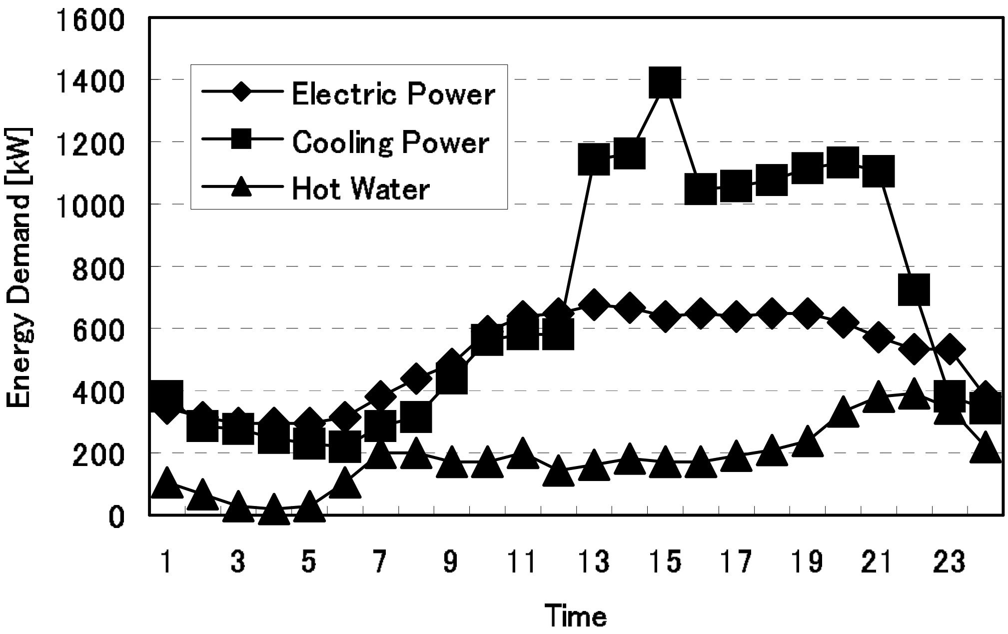

図 2.3 Hotel Energy Demand

表 2.1 Energy Costs

エネルギーの種類	コスト
E_1 (電力)	15
E_2 (都市ガス)	3.52
E_3 (冷熱)	5
E_4 (給湯)	4.14
E_5 (排熱 (蒸気))	4.14
E_6 (排熱 (温水))	4.14

排熱利用機器の候補　排熱利用機器の種類 $K = 9$ とする．表 2.2 の原動機の排熱出力は，100kW ～ 2000kW 程度である．実在する排熱利用機器から，この程度の排熱を利用するものを選択し，表 2.3 のように排熱利用機器の集合 H を定めた．

配置場所の数と時間ステップの数　問題の大きさと解が得られるまでの時間の関係を調べるため，原動機の配置場所の数 N，排熱利用機器の配置場所の数 n，時間ステップ数 τ を変化させて計算をおこなった．$N = 1, 2, 3$，$n = 1, 2, 3$，$\tau = 12, 24, 48$ とする．ここで，想定エネルギー需要図 2.2，図 2.3，図 2.4 の時間ステップ数は $\tau = 24$ である．$\tau = 12$ のときは，エネルギー需要データを時刻の小さい順番に 2 つずつ組にし，2 つのデータの平均値を新しいデータとすることにより，$\tau = 24$ のときのデータから，数値実験に必要なエネルギー需要データを作成した．また，$\tau = 48$ のときは，$\tau = 24$ の各時刻のデータを 2 回ずつ連続して並べることにより，必要なエネルギー需要データを作成した．

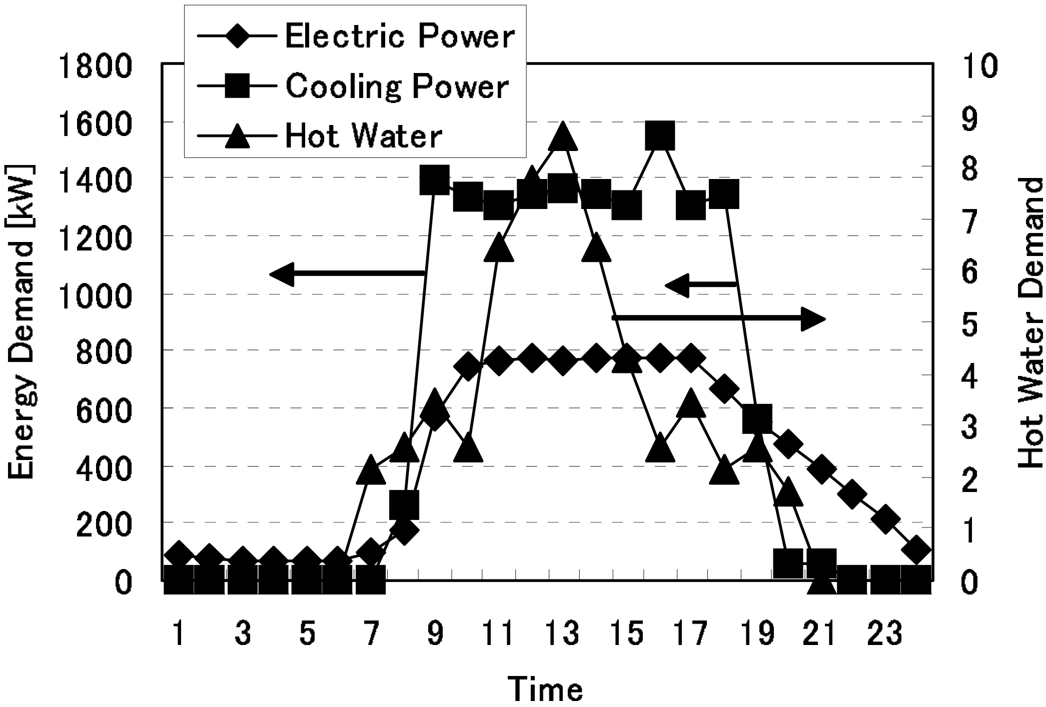

図 2.4 Office Energy Demand

パラメータとして変化させる数値実験の条件を表 2.4 にまとめる．

計算機，ソルバ　本数値実験では，IBM e-Server p670 (CPU: Power4 1.1GHz) を用いて計算をおこなった．また，混合整数計画問題のソルバとして (株) 数理システムの NUOPT Ver.8.1.2 を用いた．NUOPT は混合整数計画問題を線形緩和を用いた分枝限定法 [10] で解いている．NUOPT の分枝限定法では，擬コストに基づいて分枝する変数を決める戦略をとっている [21]．擬コストは計算開始時に全ての整数変数について計算され，擬コストが大きい変数ほど優先的に分枝される．分枝操作がおこなわれる度に，分枝がおこなわれた変数の擬コストが再計算され，当該変数の擬コストは，それまでに計算された擬コストの平均値に更新される．

2.4.2　計算結果

エネルギー需要を変えたときの影響　表 2.4 のケース 1,2,3(病院のエネルギー需要，ホテルのエネルギー需要，事務所のエネルギー需要) のそれぞれに対して，最適解を求めるのに要した計算時間，評価関数値，配置された原動機，配置された排熱利用機器を，表 2.5 に示す．表 2.5 の計算結果より，計算に必要な時間は，エネルギー需要の形によって極端に大きな差が無く，最大でも病院の需要に対する場合の 14218 秒であり，実用的な時間で解が得られたことが分かる．

病院と事務所のエネルギー需要では，配置場所に原動機が設置されない場合がある．これは，期間中の発電量が，機器の能力に対して小さい場合は，設置コストが運用利益を上回るため，機器が設置されないためである．

運用計画の検証　得られた CGS 運用計画が適切であるかを検証するため，ケース 2(ホテルのエネルギー需要) の各時刻の原動機の発電出力を図 2.5 に，冷房出力を出す排熱利用機器の出力を図 2.6 に，給湯出力を出す排熱利用機器の出力を図 2.7 に，ガスエンジン冷却水の排熱の利用状況を図 2.8 に，蒸気の形態の排熱の利用状況を図 2.9 に示す．

CGS の運用においては，原動機から発生する電力と排熱の両方に余剰が無いことが望ましい．図 2.5 より，発電される電力は常に電力需要以下であることがわかる．また，図 2.8 より，ガスエンジン冷却水の排熱は 11 時から 19 時の間に若干の余剰があるものの，ほぼ全量が排熱利用機器に使われていることがわかる．図 2.9 より，蒸気の形態の排熱はすべて排熱利用機器に使用されているが，図 2.7 をみると，p_1 に設置された排熱利用機器が需要を上回る給湯エネルギーを供給している．これは，原動機の排熱はすべて排熱利用機器に利用されたものの，排熱利用機器が過大な出力を出しているため，結局は排熱の一部が無駄になっていることを意味する．これは，今回採用したエネルギーのコスト係数 F(表 2.1) では，エネルギー E_2 のコストが安いため，一部の排熱を捨てても原動機を動かしたほうが利益が大きかったためと考えられる．

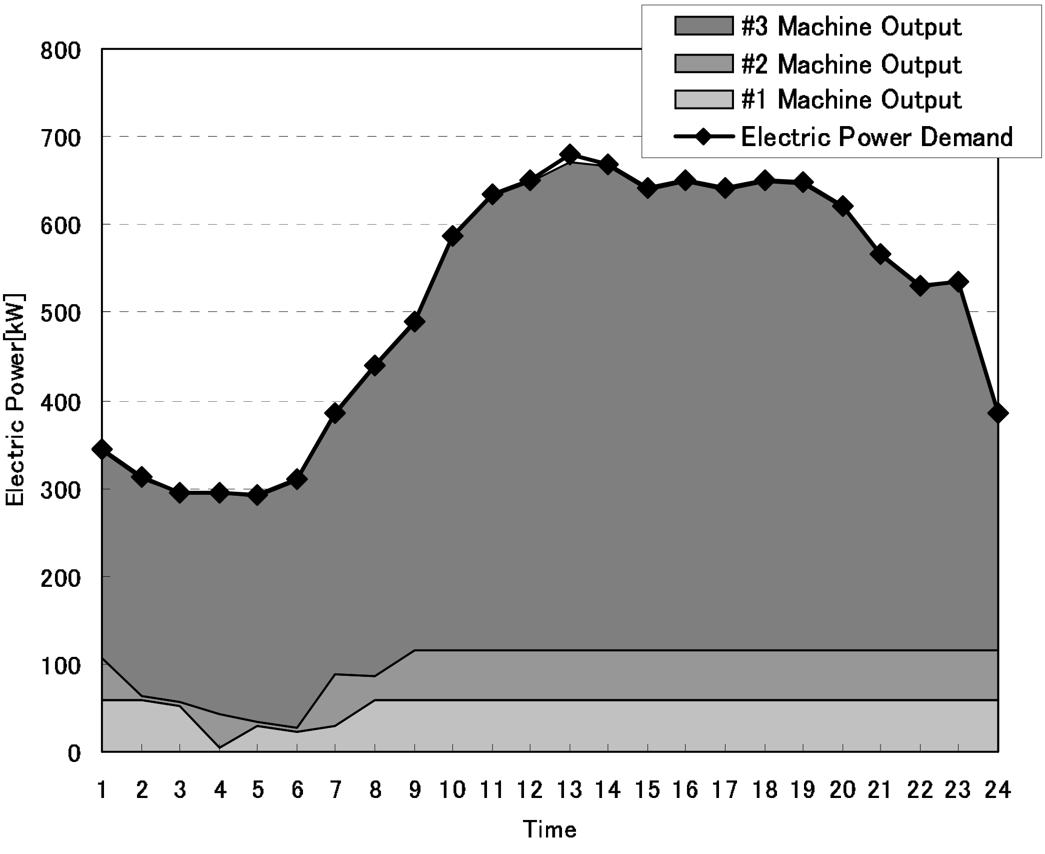

図 2.5 Electric Power Supply (Hotel)

配置場所の数と時間ステップの数が計算時間に与える影響　ホテルのエネルギー需要で，時間ステップ数を $\tau = 24$ に固定して，配置場所の数を $N = n = 3, N = n = 2, N = n = 1$ と変化させたケースの計算結果と，配置場所の数を $N = n = 3$ に固定して，時間ステップ数を $\tau = 12, 24, 48$ と変化させ

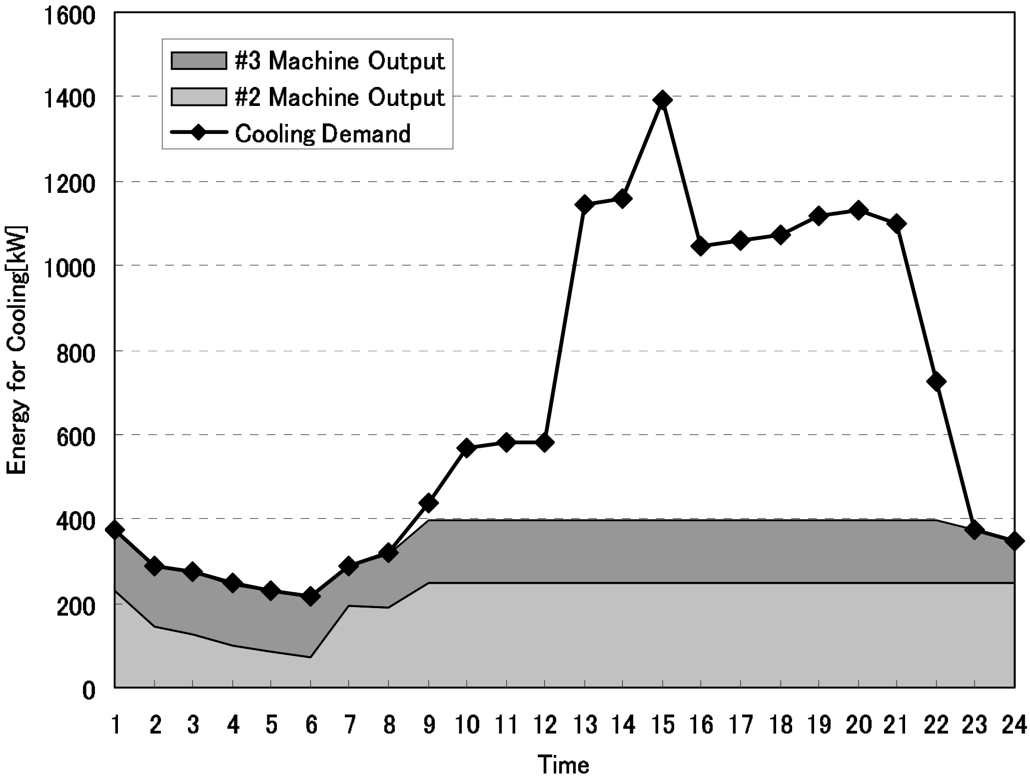

図 2.6 Energy Supply for Cooling (Hotel)

たケースの計算結果を図 2.10 に示す．図から，最適解を得るまでに必要な計算時間の対数が，変数の数の対数にほぼ比例することから，計算時間が変数の数の概ね定数乗となることが分かる．

2.5　考察

変数の数について　従来の CGS 最適運用問題定式化手法における式 (2.1) の $\boldsymbol{V_i}(t)$，$Z_i(t)(i=1,2,\ldots,N,t=1,2,\ldots,\tau)$ は，本章で提案する定式化手法における式 (2.3) では，$\boldsymbol{R_{ij}}(t)$，$Z_{ij}(t)(i=1,2,\ldots,N,j=1,2,\ldots,J,t=1,2,\ldots,\tau)$ に変更され，添字 j が追加されることにより大幅に変数の数が増えている．しかしながら式 (2.4)，式 (2.5)，式 (2.6) の制約条件より，$\boldsymbol{R_{ij}}(t)$，$Z_{ij}(t)$ はある 1 つの j を除いて，値が $\mathbf{0}$，0 となることから，変数の数の増加に対して，計算量の増加が少ないのではないかと推測される．

問題の規模について　2.4 節において，夏期の代表日 1 日 (時間ステップ数 $\tau=12,24,48$) に対する CGS の最適設計の数値実験について述べた．数値実験を実施した問題の規模は，横山ら [44] の代表日 12 日 (時間ステップ数 288)，藤田ら [7] の代表日 3 日 (時間ステップ数 72) より小さいが，より大きな計算資源を使用すれば，提案手法で時間ステップ数 72 の規模の問題が扱えると期待できる．なお，CGS 設計最適化問題を扱った過去の報告には，必要な計算資源に関する記載がないため，従来手法と提案手法が扱える問題の規模の比較は困難である．

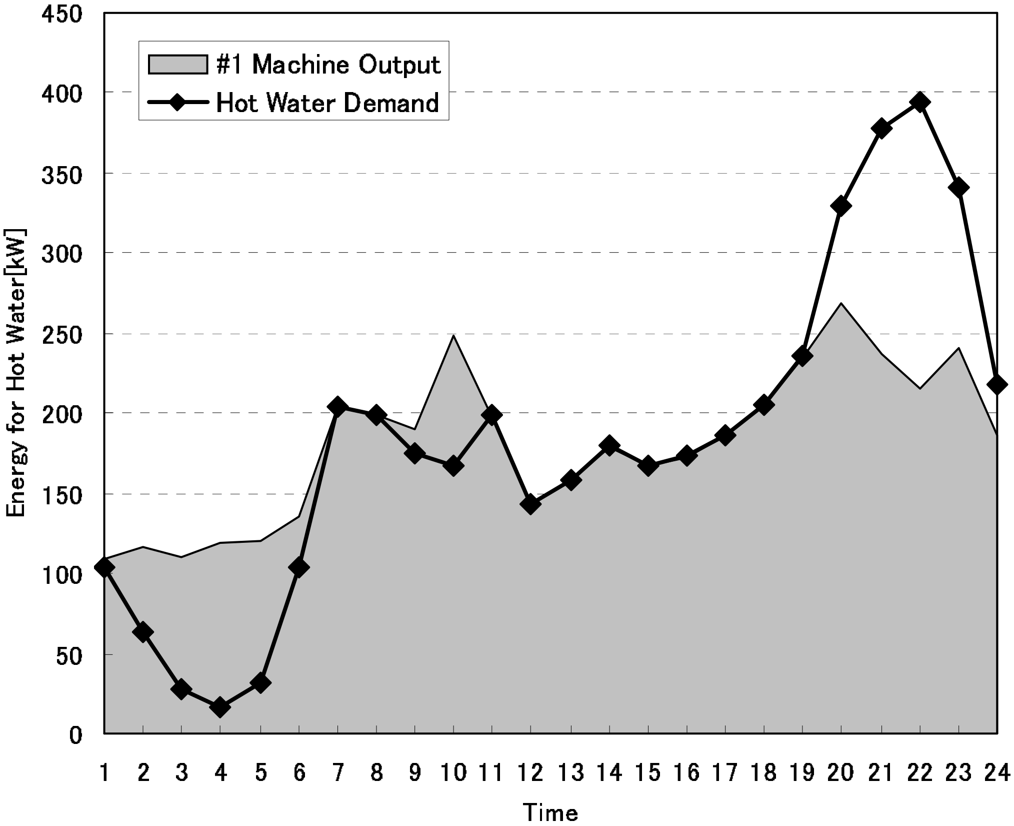

図 2.7 Energy Supply for Hot Water (Hotel)

提案手法の有用性について

- 通常，CGS の設計は専門家が表計算ソフトなどを用いておこなっている．図 2.3 のホテルのエネルギー需要に対して人が設計をおこなった場合，評価値は 211580 であり，提案手法で求めた最適解に対し，3.0% 悪い値であった．このように本手法を導入することにより，より優れた CGS が設計できると期待される．
- エネルギーのコスト係数 F，原動機の設置コスト $C_j(j = 1, 2, \ldots, J)$，排熱利用機器の設置コスト $c_k(k = 1, 2, \ldots, K)$ は，CGS 最適設計問題の解に大きな影響を与えるパラメータである．本章では詳細なパラメータ・スタディーを行わなかったが，これらのパラメータを少しずつ変えて，最適解のパラメータ・スタディーを実施することは，CGS の導入によりメリットが発生する範囲を知る上で有用である．例えば，ホテルのエネルギー需要に対する CGS を考えると，コスト係数 F のエネルギー E_2 のコストが 20%増加すれば，最初の計算結果 (表 2.5) で配置場所 P_1 と P_2 に設置されていた原動機 $g_4$2 台が設置されなくなり，80%増加するとすべての原動機が設置されなくなる．

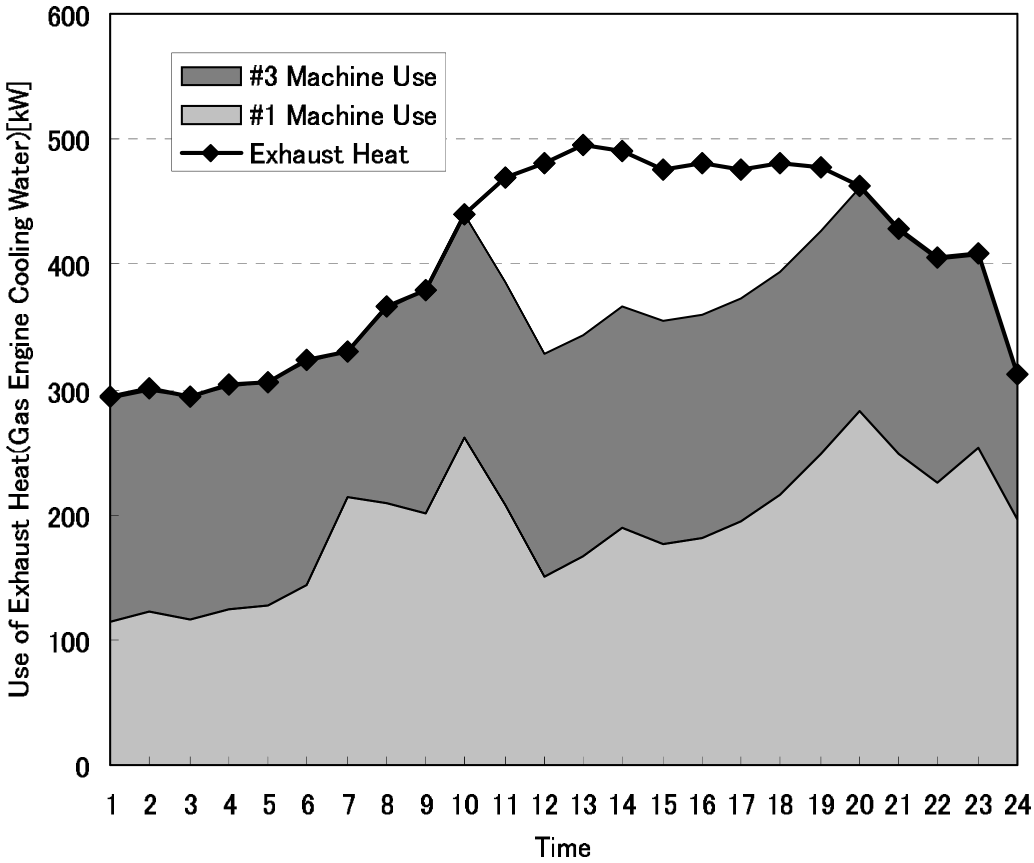

図 2.8 Use of Thermal Heat Energy from Gas Engine Cooling Water (Hotel)

2.6　おわりに

CGS の最適設計問題は，従来，機器配置最適化問題と運用最適化問題に分けて解くことが試みられていたが，本章では，一つの混合整数計画問題として定式化し，分枝限定法を用いて厳密解を求めた．計算実験では，24 時間のエネルギー需要に対する最適化を実施し，約 10000 秒程度という実用的な計算時間で最適解を求めることができた．また，病院，ホテル，事務所の現実的なエネルギー需要に対し，最適な CGS の設計を行い，考案した手法が実際の問題に対して有効であることを確認した．

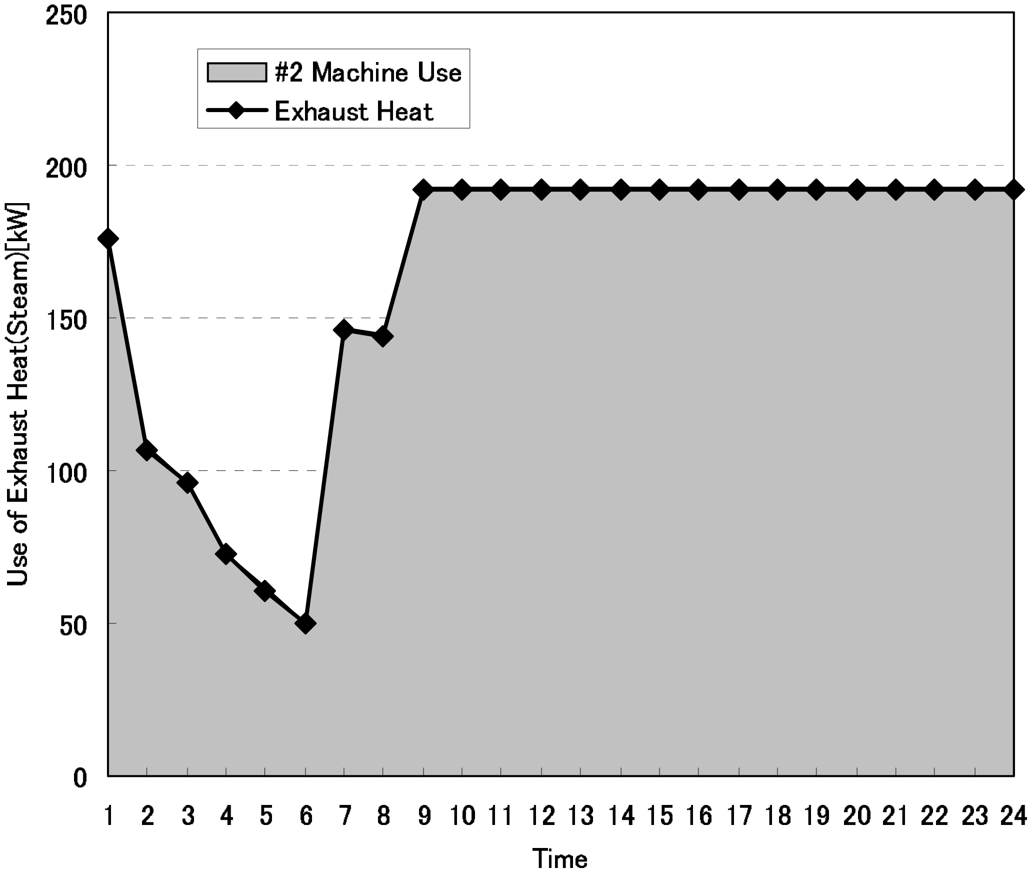

図 2.9 Use of Thermal Heat Energy of Steam (Hotel)

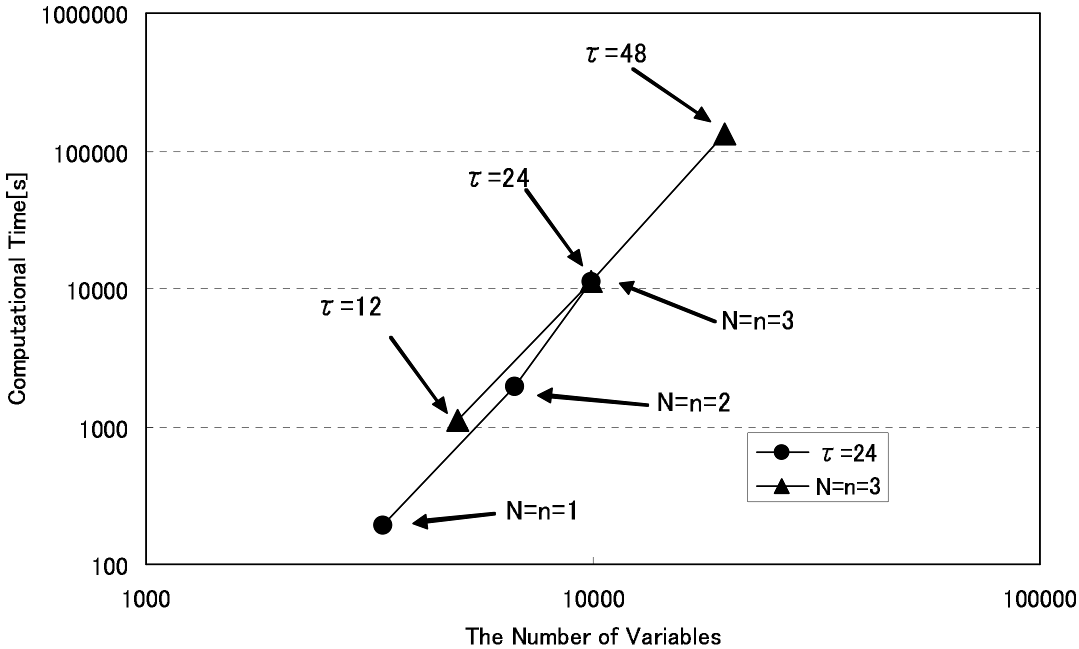

図 2.10 The Number of Variables vs Computational Time

表 2.2 Data of Generators

G	原動機の種類	発電出力 [kW]	排熱の種類	定格発電効率 [-]
g_1	ガスタービン	692	蒸気	0.215
g_2	ガスタービン	295	蒸気	0.184
g_3	ガスタービン	650	蒸気	0.235
g_4	ガスタービン	60	蒸気	0.273
g_5	ガスタービン	1090	蒸気	0.249
g_6	ガスエンジン	740	冷却水 *	0.40
g_7	ガスエンジン	280	冷却水 *	0.40
g_8	ガスエンジン	700	冷却水 *	0.337
g_9	ガスエンジン	350	冷却水 *	0.334
g_{10}	ガスエンジン	560	冷却水 *	0.40

G	定格排熱回収効率	最小入力値 [kW]	最大入力値 [kW]	設置コスト
g_1	0.543	714	3531	23067
g_2	0.57	475	1756	9833
g_3	0.518	2278	3029	21667
g_4	0.433	26	241	2000
g_5	0.481	3202	4797	36333
g_6	0.344	727	2028	24667
g_7	0.343	276	767	9333
g_8	0.463	1118	2273	23333
g_9	0.436	565	1150	11667
g_{10}	0.346	553	1535	18667

*冷却水: ガスエンジン冷却水の排熱

表 2.3 Data of Thermally-Activated Machines

H	排熱利用機器の種類	機器出力 [kW]	出力の種類	排熱の種類	H	効率	最小入力値 [kW]	最大入力値 [kW]	設置コスト
h_1	給湯用熱交換器	500	給湯	蒸気	h_1	0.95	0	526	1667
h_2	給湯用熱交換器	500	給湯	冷却水 *	h_2	0.95	0	526	1667
h_3	吸収式冷凍機	2110	冷熱	蒸気	h_3	1.274	164	1609	35167
h_4	吸収式冷凍機	176	冷熱	蒸気	h_4	0.995	16	172	2933
h_5	吸収式冷凍機	281	冷熱	蒸気	h_5	1.207	23	226	4683
h_6	吸収式冷凍機	1846	冷熱	冷却水 *	h_6	0.71	236	2528	30767
h_7	吸収式冷凍機	844	冷熱	冷却水 *	h_7	0.767	109	1068	14067
h_8	吸収式冷凍機	141	冷熱	冷却水 *	h_8	0.765	18	179	2350
h_9	吸収式冷凍機	105	冷熱	冷却水 *	h_9	0.705	14	145	1750

*冷却水: ガスエンジン冷却水の排熱

表 2.4 The Numbers of Locations and Time Steps

ケース番号	エネルギー需要の種類	N	n	τ	変数の数	整数変数の数 (内数)
1	Hospital	3	3	24	9921	1569
2	Hotel	3	3	24	9221	1569
3	Office	3	3	24	9921	1569
4	Hotel	2	2	24	6662	1046
5	Hotel	1	1	24	3403	523
6	Hotel	3	3	48	19785	3081
7	Hotel	3	3	12	4989	813

表 2.5 Computational Results

Case Number	Demand Type	Elapsed Time	Objective Value	P_1	P_2	P_3	p_1	p_2	p_3
1	Hospital	14218.73	167858.0	g_{10}	none	none	h_2	h_8	h_8
2	Hotel	11219.37	205228.6	g_4	g_4	g_{10}	h_2	h_5	h_8
3	Office	8089.75	186597.3	g_7	none	g_{10}	h_8	h_8	h_8

第 3 章

短時間における負荷変動を考慮したコージェネレーションシステムの運用最適化

3.1 はじめに

近年，新しい省エネルギー機器として固体高分子型燃料電池 (PEMFC:Proton Exchange Membrane Fuel Cell) が注目されている．家庭用電源への PEMFC の応用である家庭用燃料電池システムは，既に多くの一般家庭で実証実験が開始されており，近年中の実用化が計画されている．家庭用燃料電池システムの構成は，図 3.1 のとおりであり，燃料となる都市ガスを水素に変換し，発電セルで発電を行なう．都市ガスを水素に変換する過程や発電セルで発電を行なう過程で熱が発生するので，これは温水として取り出す．家庭用燃料電池システムの発電効率は約 35%，排熱回収効率 (発生温水の熱量と燃料発熱量の比) は約 45%であり，本システムによって省エネルギー効果をあげるためには，電力と温水の両方が無駄なく使えるような運用の最適化が不可欠である．家庭用燃料電池システムは，電力と温水を同時に取り出す一種のコージェネレーションシステム (CGS:CoGeneration System) であり，CGS の運用最適化問題については，伊東ら [12] をはじめ，数多くの研究成果が報告されている [43][1][27]．しかしながら，家庭用燃料電池システムの運用最適化問題には，家庭のエネルギー需要が予測困難であるという問題があり，本問題は完全に解決されている訳ではない．この問題に対する一つのアプローチとして，ルールベースの運転制御アルゴリズムがある．山岸ら [42] は，過去の給湯需要の平均値に基づく給湯需要の予測値から家庭用燃料電池システムの起動・停止を判定する手法を考案し，家庭用エネルギー需要の実測値を基にシミュレーションをおこない効果を検証した．また，桝本ら [23] も同様の手法を考案するなど，研究事例は多い．しかしながら，ルールベースの運転制御アルゴリズムは，計算機負荷が小さいという利点がある一方，経験則に基づくため，アルゴリズムの優劣を理論的に論じにくいという欠点がある．これに対し，倉石ら [20] は，エネルギー需要を確率的に捉え，動的計画法を用いてコストの期待値が最小となるように家庭用燃料電池システムの運転計画を策定する手法を提案している．彼らの手法では，5 分間隔のエネルギー需要データを用いて，10 分間隔の運転状態をコストの期待値が最小となるように定めている．しかしながら，山岸ら [42] や倉石ら [20] をはじめとする，従来の家庭用燃料電池システムの運用問題に関する研究では，1 分以下の短い間隔のエネルギー需要の変化は考慮されていない．ところが実際には，家庭用のエネルギー需要は，図 3.2，図 3.3 に示すように，分単位で変化している．よって，家庭用燃料電池システムの運転計

画は分単位のエネルギー需要を考慮して策定する必要があるが，短い時間間隔で運転計画を策定すると，計算負荷が膨大になり，運転計画手法の実用性が乏しくなる．故に，短い時間間隔のエネルギー需要の変化を考慮したうえで，ある程度長い時間間隔で運転計画を策定する必要がある．

本章では，時間ステップ毎に電力需要の確率分布を計算し，計算した確率分布から短い時間間隔でのエネルギー需要の変動を考慮するための制約条件を求め，元の運転計画問題に加えて解く手法を提案する．

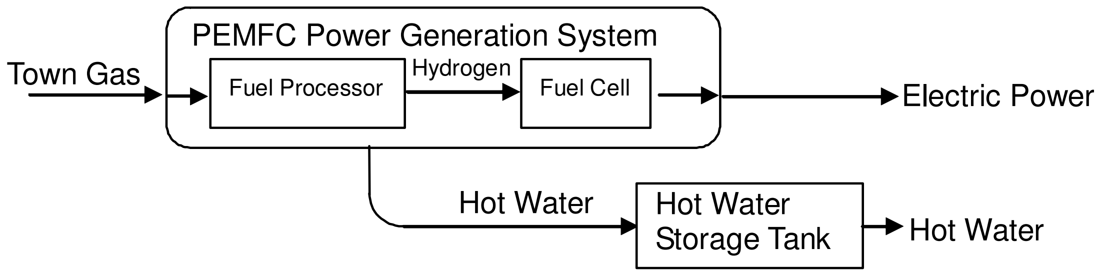

図 3.1 PEMFC Cogeneration System

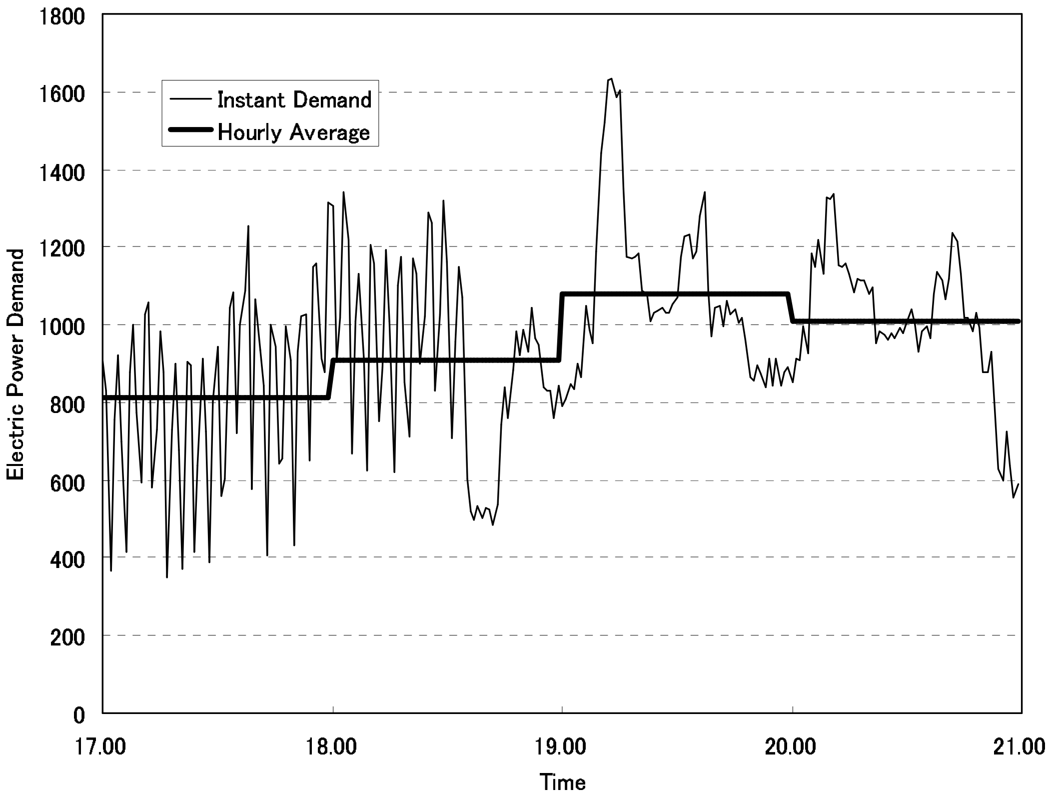

図 3.2 Electric Power Demand

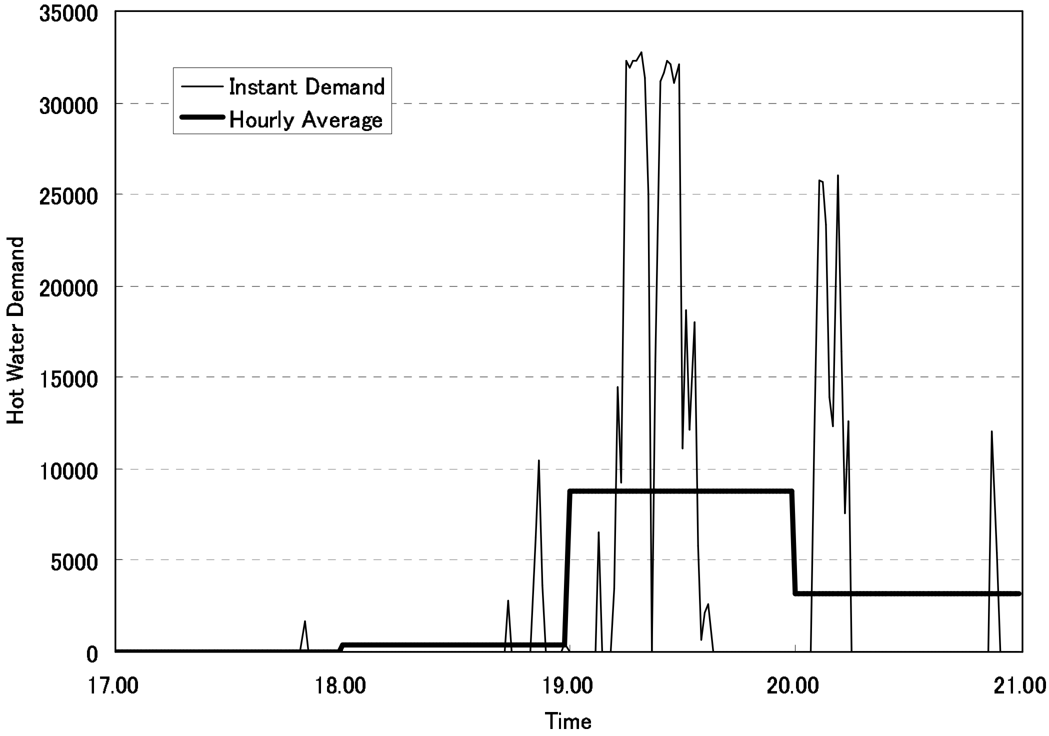

図 3.3 Hot Water Demand

3.2　家庭用燃料電池システム

3.2.1　システム構成

図 3.4 に家庭用燃料電池システムの構成を示す．図で $x(h)$ は時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ における燃料電池の都市ガス消費量，$y(h)$ はボイラの都市ガス消費量，$z(h)$ は商用電力の購入量，$\pi(h)$ は燃料電池からの温水出力，$q(h)$ は燃料電池からの電力出力，$\epsilon(h)$ は貯湯槽からの放熱，$p(h)$ は貯湯槽からの温水出力，$r(h)$ はボイラからの温水出力を表す．また，$e(h)$ は時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ における電力需要，$\theta(h)$ は温水需要である．

時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ に燃料電池が $q(h)$ の発電を行なうと，同時間ステップに都市ガスが $x(h)$ だけ消費され，温水出力 $\pi(h)$ が発生する．発電出力 $q(h)$ は同時間ステップのエネルギー需要 $e(h)$ を賄うために用いられるが，温水出力 $\pi(h)$ は一旦貯湯槽に蓄えられ，貯湯槽からは温水需要 $\theta(h)$ に応じた温水出力 $p(h)$ が出力される．また，貯湯槽の時間ステップ h における蓄熱量を $Q(h)$ とすると，$Q(h)$ の大きさに応じた放熱 $\epsilon(h)$ が発生する．燃料電池の発電出力 $q(h)$ で賄えない電力需要は商用電力 $z(h)$ で補償され，貯湯槽からの温水出力 $p(h)$ で賄えない温水需要はボイラ出力 $r(h)$ で補償される．

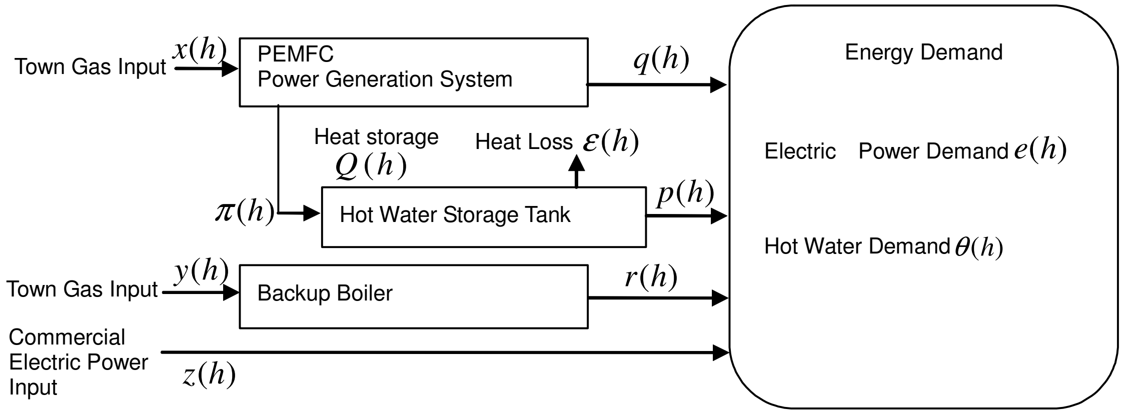

図 3.4 Energy Flow of PEMFC Cogeneration System

3.2.2　電力需要の挙動

図 3.5，図 3.6 に，ある家庭の 2006 年 1 月 31 日の 1 時間間隔のエネルギー需要を示す．また，図 3.7，図 3.8 に，同じ家庭，同じ日の 1 分毎のエネルギー需要を示す．従来の研究では，図 3.5，図 3.6 のように長い時間間隔のエネルギー需要データを元に，家庭用燃料電池システムの運転計画が策定されていたが，実際のエネルギー需要は図 3.7，図 3.8 のように短い時間間隔で大きく変動する．従来の手法では，正確なエネルギー需要の変化が考慮されていないため，得られた運転計画には改善の余地があると考えられる．

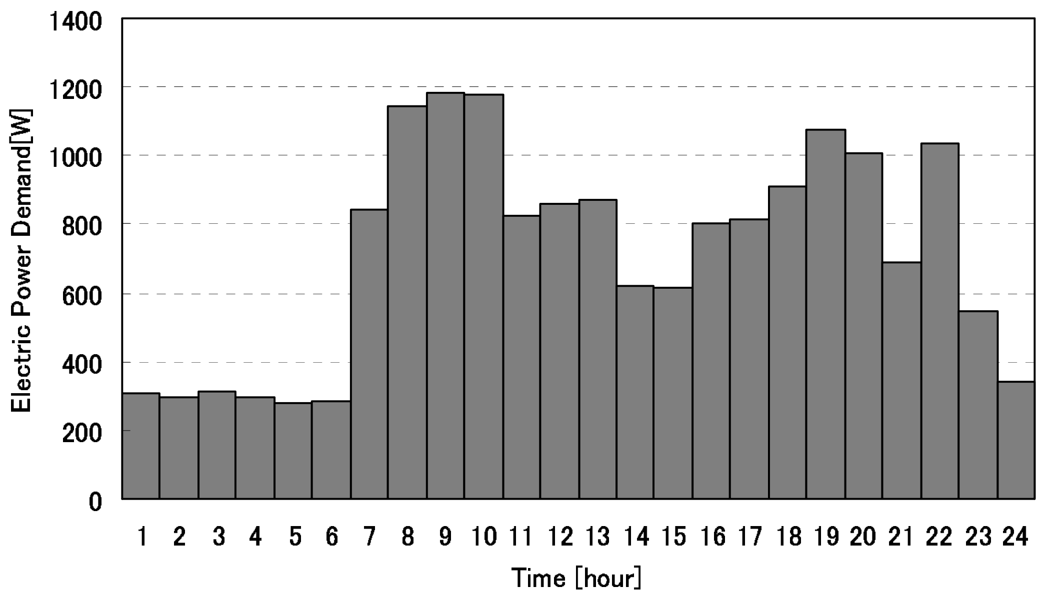

図 3.5 Average Electric Power Demand

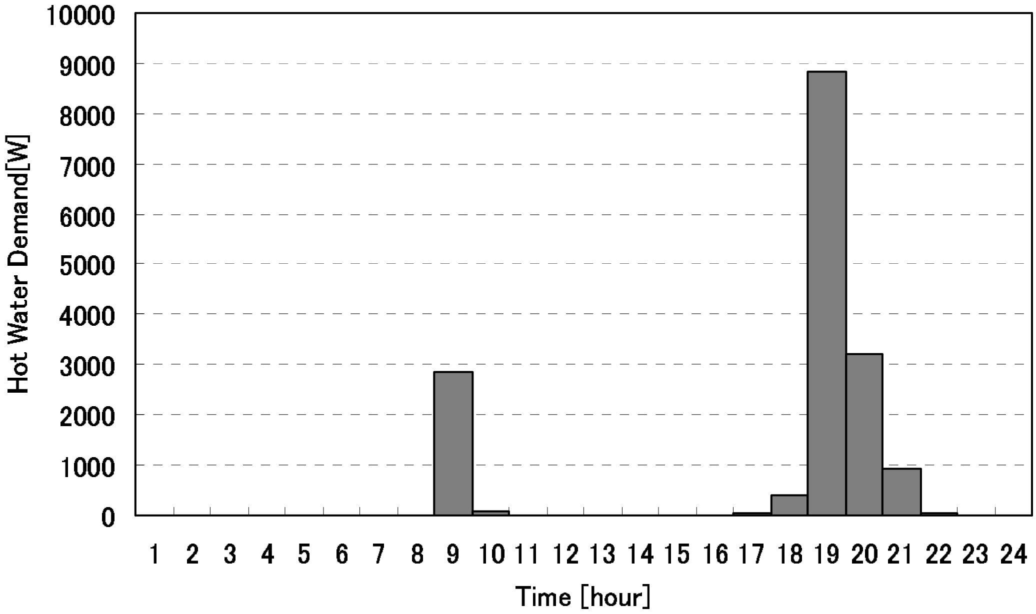

図 3.6 Average Hot Water Demand

3.2.3　短時間の負荷変動を考慮した発電計画

PEMFC の負荷追従速度は非常に速く，セルスタック本体は，家庭用の電力需要の変化に追従できる [9]．現状の家庭用燃料電池システムは負荷追従による発電出力の変化を 1W/sec 前後と低く抑えている [8] が，これは機器の保全が目的であり，理論的な限界値ではない．Obara[26] は改質器を含む家庭用燃料電池システムの動特性シミュレーションを実施している．また，家庭用ではないが Tsourapas ら [41] は，改質器の動特性をシミュレーションにより調べている．これらの報告によれば，改質器を設けたとしても燃料電池は 1 分単位の負荷変動に追従するのに十分な応答速度を持つ．

家庭用燃料電池が電力需要に追従することは，電力需要の充足に使われる有効な発電出力を増やし，エネルギー効率を向上させる点から重要であり，負荷追従速度を向上させるための技術開発もおこなわれていることから，本章では家庭用燃料電池システムの負荷追従速度が十分速く，家庭用の電力需要の変化に追従できるという立場をとる．

家庭用燃料電池システムでは，発電計画を立てずとも，電力需要に従った電主運転が可能である．しかしながら，単純な電主運転では温水排熱が余る可能性があり，余剰温水排熱が発生するなら発電をおこなわず商用電力から電力を購入したほうが合理的であるため，発電量の上限が設定できるようになっている．すなわち，家庭用燃料電池システムでは，任意の時間において発電出力の上限を設定した上で，電力需要に追従する運転が可能である．以後，この発電出力の上限を，**計画発電出力**と呼ぶことにする．計画発電出力を設定したとき，電力需要が計画発電出力を下回った場合は，発電出力は電力需要と等しくなり，電力需要が計画発電出力を上回った場合は発電出力は計画発電出力と同じになる (図 3.9)．家庭用燃料電池システムにおいて，計画発電出力の設定の如何で，余剰な温水が発

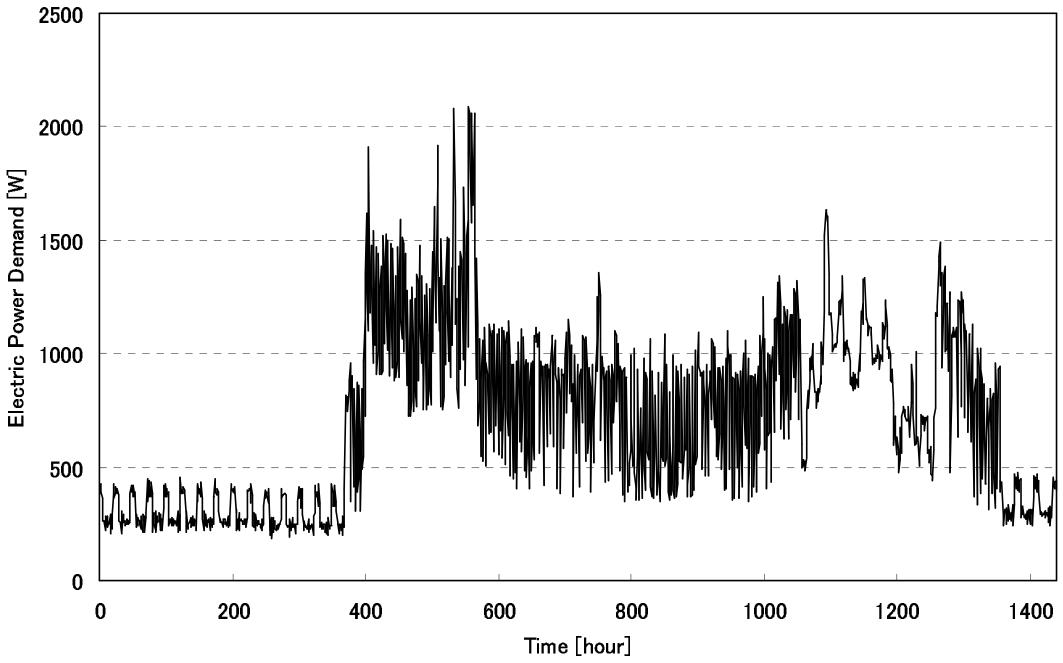

図 3.7 Instantaneous Electricity Power Demand

生することや，発電出力を抑えすぎたため商用電力やボイラ出力が増加し省エネルギー効果が小さくなることがある．したがって，計画発電出力を適正な値に設定することは重要である．一般に計画発電出力は離散時間で設定される．すなわち，ある幅を持った時間ステップに対し，各時間ステップ内では計画発電出力が一定となるように定める．なお，家庭のエネルギー需要の予測値を短い時間間隔で得ることは困難であり，また，時間ステップの数が多いと運転計画を立てるための計算負荷は膨大になるので，時間ステップは 1 時間程度にとられるのが普通である．一方，電力需要変動は 1 分以下の間隔で起こり，計画発電出力が発電出力の上限であることから，計画発電出力を積算した電力量と実際の発電量の間には差異が生じる．従来の研究では，この差異を無視して計画発電出力どおりに発電が可能であるという仮定のもとで計算を実施していたため，得られる解は，必ずしも望ましい計画発電出力といえない．この問題を解決する手法を，3.3 節以下に示す．

以上は，燃料電池の発電出力の上限の設定に関する議論であったが，燃料電池には発電出力の下限も存在し，稼動中は発電出力を下限以下にできない．よって，瞬間的に電力需要が発電の下限以下になっても，発電出力はそれに追従できない．しかしながら，常時稼動する家電や待機電力により，電力需要が燃料電池の発電出力の下限を下回ることは少なく，これを考慮する必要性は小さい．

なお，貯湯槽からの温水出力についても，貯湯槽が燃料電池の温水出力の変動と温水需要の変動を小さくする作用を持つため，一定時間の温水需要の平均値を用いて従来どおりの方法で運転計画を立てても問題がない．

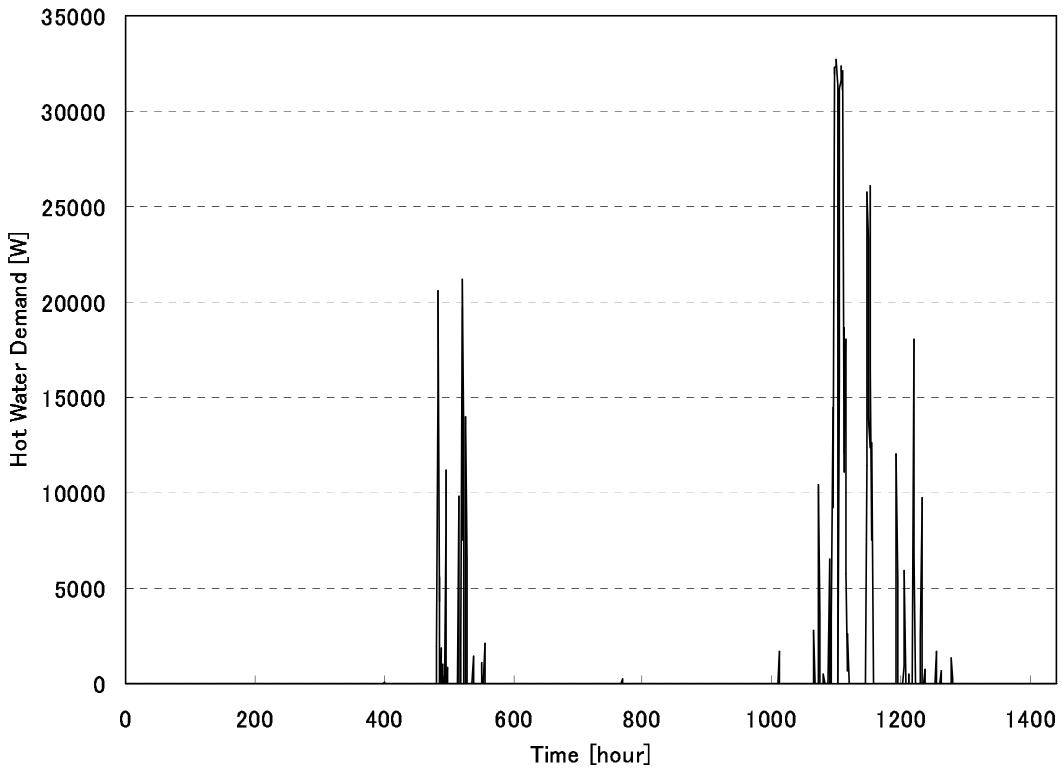

図 3.8 Instantaneous Hot Water Demand

3.2.4　運転計画問題

燃料電池に投入される都市ガス，ボイラに投入される都市ガス，商用電力，燃料電池の起動・停止・待機コストを最小化するように各時間ステップ $h(h = 1, 2, , \ldots, H)$ における燃料電池システムの計画発電出力 $\hat{q}(h)$ を決める問題を考える．本問題には次のような制約条件がある．

(a) 燃料電池の発電出力 $q(h)$ とガス消費量 $x(h)$ の関係を表す等式制約.

(b) 燃料電池の温水出力 $\pi(h)$ とガス消費量 $x(h)$ の関係を表す等式制約.

(c) ボイラの温水出力 $r(h)$ とガス消費量 $y(h)$ の関係を表す等式制約.

(d) 燃料電池の発電出力 $q(h)$ の上下限制約.

(e) 燃料電池の稼動・停止を表す 0-1 制約.

(f) 各時間ステップにおける電力需要 $e(h)$ と温水需要 $\theta(h)$ の充足を表す不等式制約.

(g) 計画発電出力 $\hat{q}(h)$ と発電出力 $q(h)$ の関係を示す等式制約条件.

制約条件 (a)〜(f) については 3.4 節で，(g) については 3.3 節で詳細を示す.

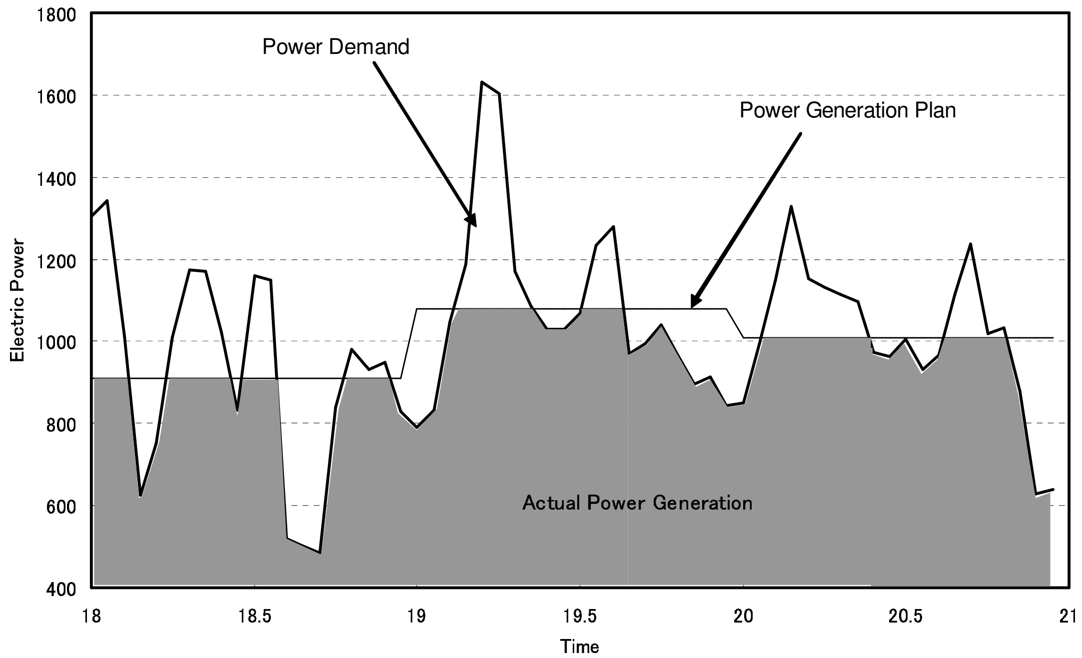

図 3.9 Power Generation Plan and Actual Power Generation

3.3 計画発電出力

本節では，1 時間程度の長い時間間隔に対して家庭用燃料電池システムの運転計画を立てる際に 1 分以下の短い時間間隔での電力需要の変動の影響を考慮するため，電力需要が短時間で変動するときの計画発電出力と実際の発電出力の関係を求め，発電出力の上限に関する制約条件を導出する．この制約条件は，長い時間間隔を用いた運転計画の精度を向上させるためのものであり，短い時間間隔による運転計画と長い時間間隔の運転計画を等価にするものではないことに注意する．

3.3.1 確率密度の算出

本章で提案する手法では，短い時間間隔での電力需要の変動を考慮するため，各時間ステップにおける電力需要を確率変数とみなす．時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ の電力需要を Ξ_h とおく．また，Ξ_h の実現値を ξ として，Ξ_h の確率密度を $\rho_h(\xi)$ で表す．$\rho_h(\xi)$ は，確率密度の定義より次式で表される．

$$\rho_h(\xi)\Delta\xi = Pr(\xi \leq \Xi_h \leq \xi + \Delta\xi) \tag{3.1}$$

ここで，$\Delta\xi$ は Ξ_h の級間隔であり，全ての h で一定とする．式 (3.1) の右辺は，時間ステップ h において，Ξ_h が $[\xi, \xi + \Delta\xi]$ の間の値を取る時間の割合 $\tau_h(\xi)$ と等しい．

$$Pr(\xi \leq \Xi_h \leq \xi + \Delta\xi) = \tau_h(\xi) \tag{3.2}$$

式 (3.1)，(3.2) より，確率密度は次式で計算できる．

$$\rho_h(\xi) = \frac{\tau_h(\xi)}{\Delta\xi} \tag{3.3}$$

例えば $\Delta\xi = 100[W]$ として，$\rho_h(\xi)$ を $[\xi, \xi + 100](\xi = 0, 100, \ldots, 2900)$ に対して値を計算すると，$\rho_h(\xi)$ は ξ に対して階段状に値が変化する関数となる．図 3.7 の電力需要 (平均値は図 3.5，図 3.6) について，時間ステップ $h = 6, 12, 18, 24$ の確率密度 $\rho_h(\xi)$ を式 (3.3) により求めたものを図 3.10，図 3.11，図 3.12，図 3.13 に示す．

ここで $\rho_h(\xi)$ は，運転計画を立てる日の電力需要と確率分布がほとんど同じと推定される日の電力需要から計算する必要がある．

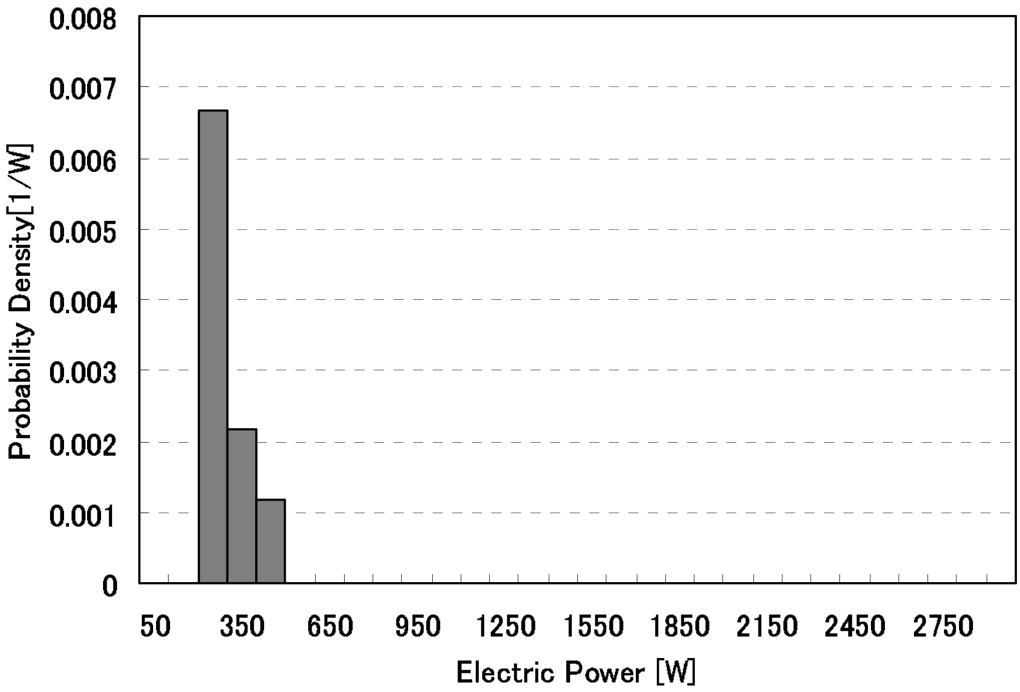

図 3.10 Probability Density of Electric Power Demand ($h = 6$)

3.3.2　計画発電出力と実際の発電出力

3.2.3 節で述べたとおり，各時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ の間の瞬時の燃料電池の発電出力は，電力需要が計画発電出力より大きいときは計画発電出力，小さいときは電力需要と等しくなる (図 3.9 の網掛け部)．各時間ステップ h における発電出力 $q(h)$ は，時間ステップ h の間の瞬時の発電出力の平均値となる．一方，燃料電池システムの制御に必要な値は，各時間ステップにおける発電出力の最大値である計画発電出力 (図 3.9 の階段状の発電出力) であり，計画発電出力と発電出力の関係を求める必要がある．時間ステップ h の計画発電出力を $\hat{q}(h)$ とおく．微小な時間で変動する電力需要を表現するための時刻を $t(1 \leq t \leq H)$ とする．t は実数とする．時刻 $t(h \leq t \leq h+1, h = 1, 2, \ldots, H)$ の電力需要 Ξ_h の実現値を $\xi(t)$ とおく．時間ステップ h における電力需要 $e(h)$ は，時間 $h \leq t \leq h+1$ の $\xi(t)$ の平均値であるから，次式で表される．

$$e(h) = \int_h^{h+1} \xi(t)dt = \int_0^{+\infty} \xi\rho_h(\xi)d\xi \tag{3.4}$$

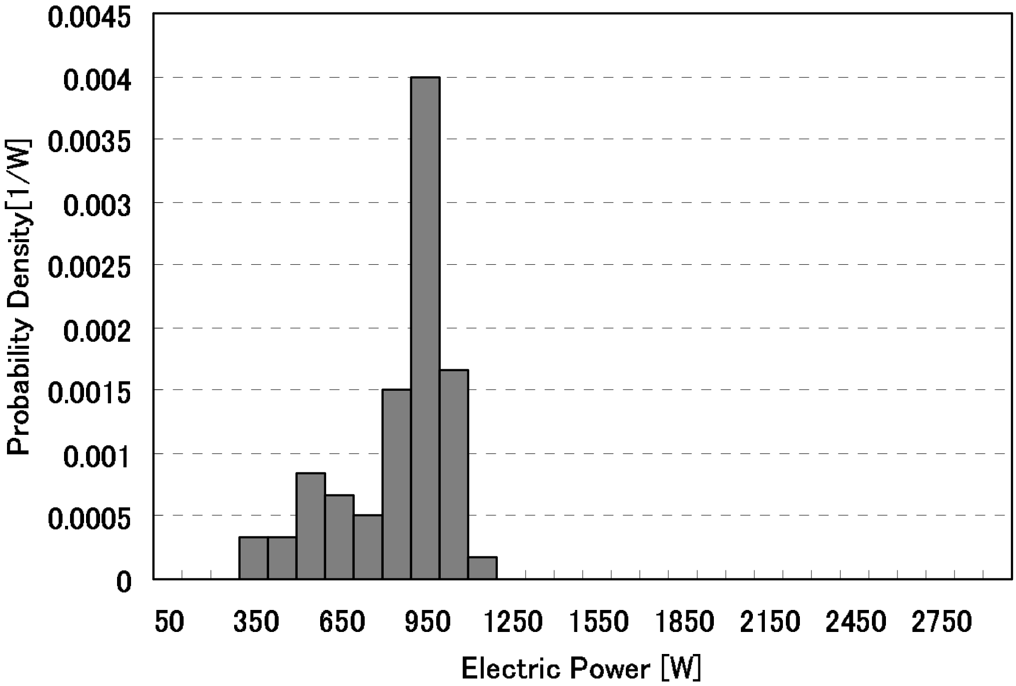

図 3.11 Probability Density of Electric Power Demand ($h = 12$)

ここで，$\rho_h(\xi)$ は，式 (3.3) で与えられる．また，電力需要が確率変数であるから，発電出力も確率変数である．時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ の発電出力を Λ_h とおき，時刻 $t(h \leq t \leq h+1, h = 1, 2, \ldots, H)$ の実現値を $\lambda(t)$ とおく．電力需要の実現値 $\xi(t)$ が計画発電出力 $\hat{q}(h)$ を下回ったときの発電出力の実現値は $\lambda(t) = \xi(t)$ であり，上回ったときの発電出力の実現値は $\lambda(t) = \hat{q}(h)$ であるから，時間 $h \leq t \leq h+1$ の間の発電出力 $\lambda(t)$ の平均値 $q(h)$ は次式で表される．

$$q(h) = \int_0^{\hat{q}(h)} \xi \rho_h(\xi) d\xi + \hat{q}(h) \int_{\hat{q}(h)}^{+\infty} \rho_h(\xi) d\xi \tag{3.5}$$

買電量も確率変数となり，これを $\Gamma_h(h = 1, 2, \ldots, H)$ とおく．時刻 $t(h \leq t \leq h+1, h = 1, 2, \ldots, H)$ の Γ_h の実現値を $\gamma(t)$ とおく．電力需要の実現値 $\xi(t)$ が計画発電量 $\hat{q}(h)$ を下回ったときの買電量の実現値は $\gamma(t) = 0$，上回った時の買電量の実現値は $\gamma(t) = \xi(t) - \hat{q}(h)$ であるから，時間 $h \leq t < h + 1$ の間の買電量の平均値 $z(h)$ は次式で表される．

$$z(h) = \int_{\hat{q}(h)}^{+\infty} (\xi - \hat{q}(h)) \rho_h(\xi) d\xi \tag{3.6}$$

式 (3.5) から，$q(h)$ と $\hat{q}(h)$ の関係は，図 3.14 のように表される．すなわち $q(h)$ と $\hat{q}(h)$ の間には単調増加の関係があり，常に $q(h) \leq \hat{q}(h)$ である．

燃料電池の最大出力を q_{max} とすると，$q(h)$ の上限は次式の右辺で与えられる．

$$q(h) \leq \int_0^{q_{max}} \xi \rho_h(\xi) d\xi + q_{max} \int_{q_{max}}^{+\infty} \rho_h(\xi) d\xi \tag{3.7}$$

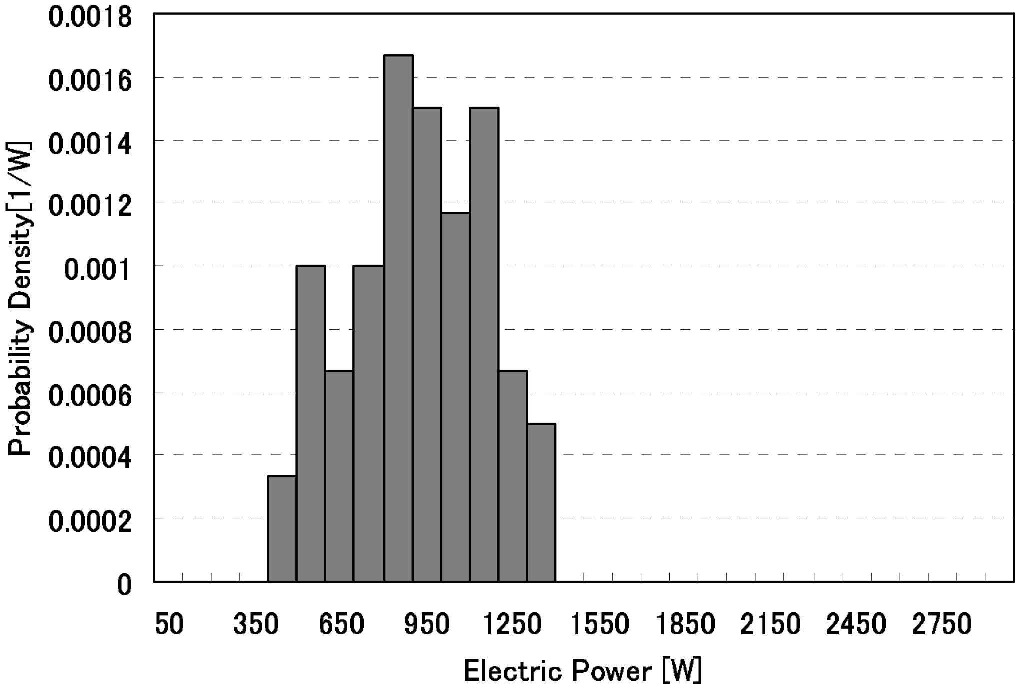

図 3.12 Probability Density of Electric Power Demand ($h = 18$)

図 3.7 の電力需要に対する $\rho_h(\xi)$ を用いて，$q_{max} = 1000[W]$ として，式 (3.7) より $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ の上限値を求めたものを図 3.15 に示す．

燃料電池システムの運転計画問題において，求めたいものは計画発電出力 $\hat{q}(h)$ である．しかしながら，問題の定式化にあたっては，燃料電池システムの発電出力 $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ の方が，ガス消費量 $x(h)$，買電量 $z(h)$ などの変数との物理的な関連があり使いやすい．そこで，家庭用燃料電池システムの運用最適化問題を解くにあたっては，式 (3.7) を制約条件に加えて問題を解き，得られた発電出力 $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ から，式 (3.5) により $\hat{q}(h)$ を計算すればよい．

3.4　混合整数計画問題としての定式化

3.3.2 節で述べた考え方を用いて，家庭用燃料電池システムの運用最適化問題を混合整数計画問題として定式化する．

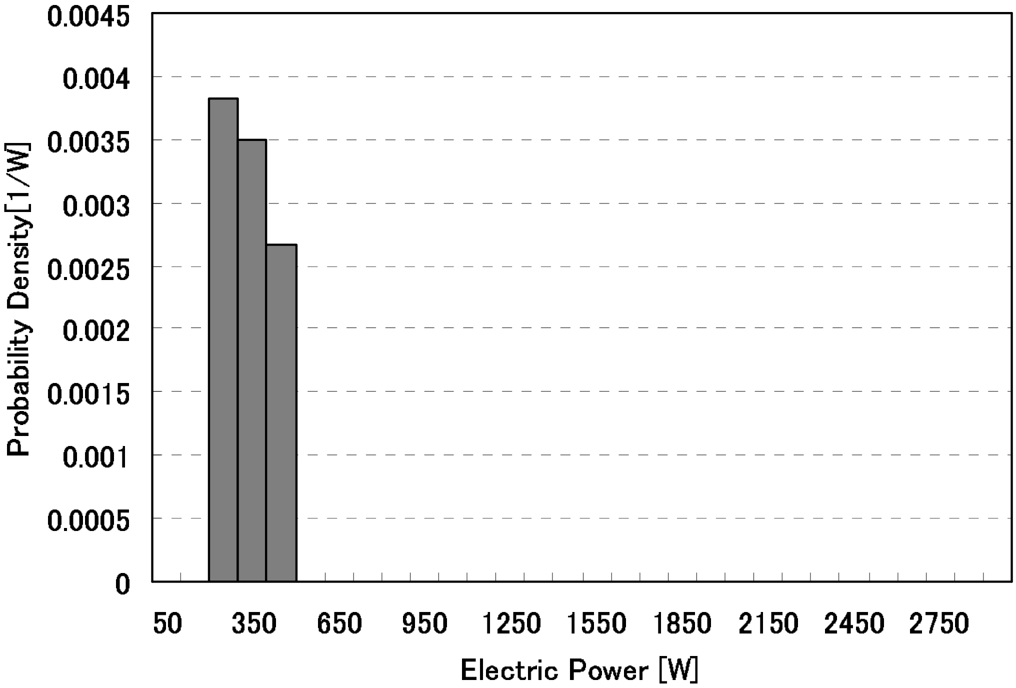

図 3.13 Probability Density of Electric Power Demand ($h = 24$)

3.4.1 エネルギーの非負条件

負のエネルギー量は存在しないことから，以下の制約条件が成立する．

$$\left.\begin{array}{l} x(h) \geq 0 \\ y(h) \geq 0 \\ z(h) \geq 0 \\ p(h) \geq 0 \end{array}\right\} (h = 1, 2, \ldots, H) \tag{3.8}$$

3.4.2 エネルギーの充足

家庭用燃料電池システムの発電出力 $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ と買電量 $z(h)$ により電力需要 $e(h)$ が充足される必要があることから，次式が成立する．

$$q(h) + z(h) \geq e(h) \tag{3.9}$$

式 (3.4)，式 (3.5)，式 (3.6) より，式 (3.9) が成立していることを確認できる．給湯需要 $\theta(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ は，貯湯槽からの温水出力 $p(h)$ とボイラ出力 $r(h)$ により充足される必要があるから，次式が成立する．

$$p(h) + r(h) \geq \theta(h) \tag{3.10}$$

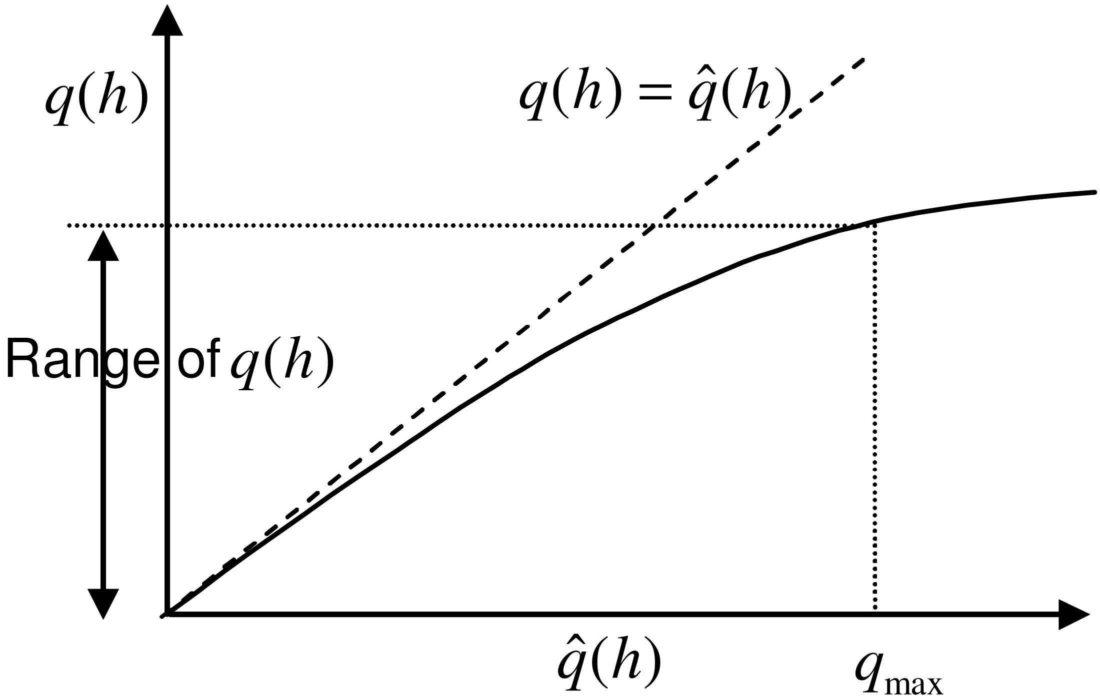

図 3.14 Average Output of Fuel Cell

3.4.3　燃料電池入力の範囲

燃料電池入力の下限を x_{min}，燃料電池入力の上限を x_{max} とする．時間ステップ $h(h=1,2,\ldots,H)$ における燃料電池の運転状態を表す 0-1 変数を $\delta(h)$ とすると，ガス消費量 $x(h)$ に対して次式が成り立つ．

$$x_{min}\delta(h) \leq x(h) \leq x_{max}\delta(h) \tag{3.11}$$

3.4.4　機器の特性

燃料電池のガス消費量 $x(h)$ と温水出力 $\pi(h)$ の関係は，次式で表されるものとする．

$$\pi(h) = ax(h) + \pi_0\delta(h) \tag{3.12}$$

ここで，a は正の定数，π_0 は定数であり，$ax_{min}+\pi_0 \geq 0$ を満たすように定める．燃料電池のガス消費量 $x(h)$ と発電量 $q(h)$ の関係は，次式で表されるものとする．

$$q(h) = bx(h) + q_0\delta(h) \tag{3.13}$$

ここで，b は正の定数，q_0 は定数であり，$bx_{min}+q_0 \geq 0$ を満たすように定める．ボイラのガス消費量 $y(h)$ と温水出力 $r(h)$ の関係は，次式で表されるものとする．

$$r(h) = cy(h) \tag{3.14}$$

ここで c は正の定数である．

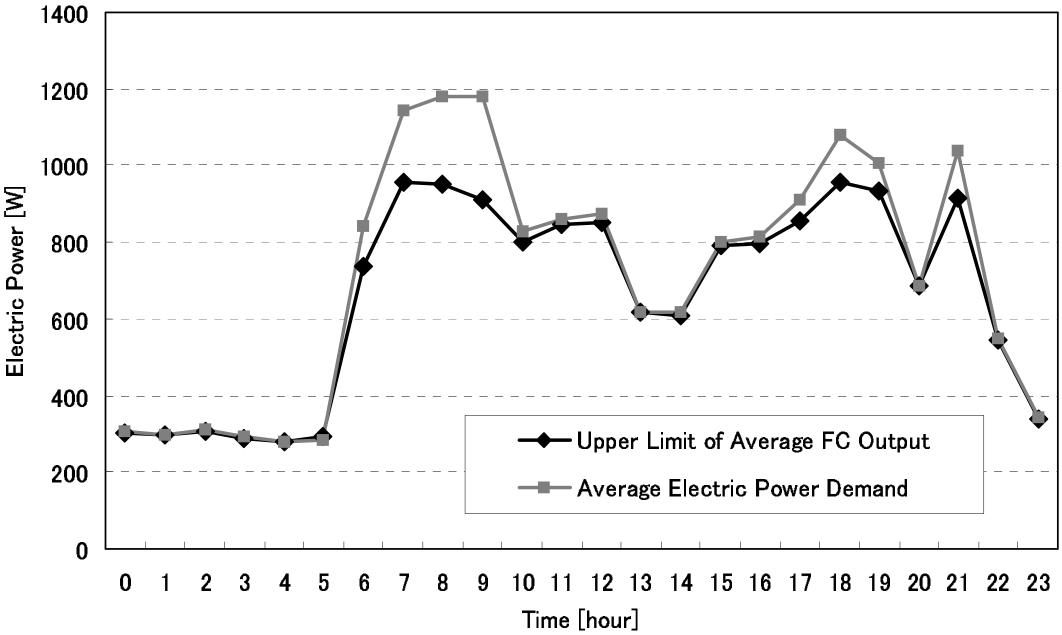

図 3.15 Upper Limit of Average FC Output

3.4.5　起動・停止変数の定義

燃料電池が起動した時間ステップに 1，それ以外の時間ステップに 0 となる変数を $\alpha(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ とする．$\alpha(h)$ に関して次式が成立する．

$$\alpha(h) \geq 0 \tag{3.15}$$

$$\delta(h) - \delta(h-1) \leq \alpha(h) \tag{3.16}$$

燃料電池が停止した時間ステップに 1，それ以外の時間ステップに 0 となる変数を $\beta(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ とする．$\beta(h)$ に関して次式が成立する．

$$\beta(h) \geq 0 \tag{3.17}$$

$$\delta(h-1) - \delta(h) \leq \beta(h) \tag{3.18}$$

なお，$\delta(h)$ が 0-1 変数であること，$\alpha(h)$ と $\beta(h)$ が式 (3.15)〜式 (3.18) を満たすこと，さらに最適化問題の性質から，$\alpha(h)$，$\beta(h)$ は 0-1 変数でなく，連続変数として取り扱うことができる．

3.4.6　蓄熱

時間ステップ $h = 1$ の貯湯槽の蓄熱量を Q_0 とする．

$$Q(1) = Q_0 \tag{3.19}$$

貯湯槽に関する熱収支から次式が成り立つ．

$$Q(h+1) = Q(h) + \pi(h) - p(h) - \epsilon(h) \tag{3.20}$$

放熱量 $\epsilon(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ は蓄熱量 $Q(h)$ に比例するとみなせるので，ある正の定数 η に対して，次式が成立する．

$$\epsilon(h) = \eta Q(h) \tag{3.21}$$

貯湯槽の蓄熱量には制限があることから，次式が成立する．

$$Q_{min} \leq Q(h) \leq Q_{max} \tag{3.22}$$

ただし，$0 \leq Q_{min} \leq Q_{max}$ である．

3.4.7　短時間における電力需要の変動の考慮

いま，定式化している問題での時間ステップの大きさを 1 時間とする．また，エネルギー需要は，大きさが 1 分の短い時間ステップで変化するものとする．式 (3.8)，(3.9)，(3.10)，(3.11)，(3.12)，(3.13)，(3.14)，(3.19)，(3.20)，(3.21)，(3.22) に示す制約条件は短い時間ステップを用いて問題を定式化した場合でも成立する．しかし電力需要に関しては，長い時間ステップの問題において制約条件が満たされても，短い時間ステップの問題では制約条件が満たされる保証はない．このため，長い時間ステップを用いて問題を定式化すると，1 分単位では電力需要に関する制約条件を満たせず，計画通りに運転できない時間が発生するので，計画と実際の運転の間に差異が生じる．そこで，短時間での電力需要の変動のため長い時間ステップにおいて発電出力の上限が下がる効果を考慮して導かれた制約条件 (3.7)を $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ に対して課す．

3.4.8　評価関数

以上の制約条件のもとで，以下の評価関数を最小化する．C_1 を単位ガス量あたりのコスト，C_2 を単位電力量あたりのコスト，C_3 を FC が 1 回起動するときに必要なコスト，C_4 を FC が 1 回停止するときに必要なコスト，C_5 を単位時間燃料電池が停止しているときの待機コストとする．ここでコストは経済的なコストに限らず，係数の値を適当に定めることにより，エネルギー的なコスト，環境的なコスト (CO_2 排出量など) も扱える．評価関数は次式で表される．

$$C_1 \sum_{h=0}^{H} x(h) \ + \ C_1 \sum_{h=0}^{H} y(h) \ + \ C_2 \sum_{h=0}^{H} z(h) \ + \ C_3 \sum_{h=0}^{H} \alpha(h) \ + \ C_4 \sum_{h=0}^{H} \beta(h) \ + \ C_5 \sum_{h=0}^{H} (1 - \delta(h))$$

3.5　数値実験

家庭用燃料電池システムの運転計画問題を，式 (3.7) の制約条件を含む混合整数計画問題として定式化して解く手法の効果を確かめるため，現実のデータを用いて数値実験をおこなった．本数値実験では，以下の 3 つの手法を比較する．

手法1 家庭用燃料電池システムの運転最適化問題を，式 (3.7) の制約条件を含む混合整数計画問題として定式化して解く．得られた平均発電出力 $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ から，式 (3.5) により計画発電出力 $\hat{q}(h)$ を求める (本章で提案する運転計画法).

手法2 式 (3.7) の制約条件を考慮せず混合整数計画問題を解き，得られた発電出力 $q(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ をそのまま計画発電出力 $\hat{q}(h)$ とする (従来の大型 CGS の運転計画法).

手法3 事前に運転計画を立てず，発生した電力需要に合わせて発電をおこなう．ただし，蓄熱量が Q_{max} になれば運転を停止し，蓄熱量が Q_{max} を下回れば運転を再開する (家庭用燃料電池システムの従来の運転方法).

手法1と手法2については，求めた計画発電出力 $\hat{q}(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ に基づき，燃料電池の運転を1分刻みでシミュレーションすることにより，運転コストを算出した．また，手法3についても，同じ時間刻みの電力需要追従運転のシミュレーションにより，運転コストを算出した．3つの手法に対する運転コストを比較することにより，それぞれの手法の優劣を論じることにする．

手法3で燃料電池を運転すると，蓄熱量が Q_{max} に達した後に少ない給湯需要が発生した際，短時間に燃料電池が起動・停止してしまい，起動停止コストが発生する．燃料電池の運転を再開するルールを工夫することにより，このコストを小さくすることが可能であると思われるが，どのようなルールを採用すればよいかを議論することは本章の範囲を超えるため，数値実験では単純なルールを用いる手法3を採用した．

3.5.1 計算条件

コスト係数

コスト係数 C_1，C_2，C_3，C_4，C_5 を $C_1 = 3,600$[J / W] ，$C_2 = 10,286$ [J / W]，$C_3 = 4,000,000$ [J]，$C_4 = 150,000$[J]，$C_5 = 250,000$ [J] と定める．

機器の性能に関する定数

式 (3.12) における係数 a，π_0 を $a = 0.55$，$\pi_0 = -300$，式 (3.13) における係数 b，q_0 を $b = 0.35$，$q_0 = -75$，式 (3.14) における係数 c を $c = 0.75$ とする．式 (3.11) における燃料電池の最小入力，最大入力を $x_{min} = 1070[W]$，$x_{max} = 3070[W]$ とする．

蓄熱に関する定数

式 (3.19) における初期蓄熱量の値を $Q_0 = 0[J]$ とする．式 (3.22) における蓄熱量の最小値，最大値を $Q_{min} = 0[J]$，$Q_{max} = 30,000,000[J]$ とする．式 (3.21) における放熱割合を $\eta = 2.8 \times 10^{-6}[1/s]$ とする．

表 3.1 Reduction Rate of Operating Costs

Month	Method 2 - Method 1 [%]	Method 3 - Method 1[%]
Feb,2006	2.71	3.24
Mar	1.92	4.85
Apr	1.31	4.59
May	1.94	1.91
Jun	1.60	4.24
Jul	1.05	6.44
Aug	0.36	6.88
Sep	1.12	6.94
Oct	1.35	4.03
Nov	1.52	5.41
Dec	2.06	3.75
Jan,2007	1.25	3.64
Annual Average	1.52	4.66

エネルギー需要

ある家庭の 1 日のエネルギー需要に対して運転計画を策定した．時間ステップの大きさは 1 時間であり，時間ステップの数は $H = 24$ である．2006 年 2 月 1 日から 2007 年 1 月 31 日までの 365 日の各日について計算をおこない，結果を集計した．

また，エネルギー需要の確率的性質は完全に予測できるものとして，電力，給湯需要の各時間ステップにおける平均値および式 (3.3) により計算される確率密度を，計画を立てる日のエネルギー需要データから計算した．

混合整数計画問題のソルバ

本数値実験において，混合整数計画問題のソルバとして (株) 数理システムの NUOPT 8.1.2 を用いた．

3.5.2　計算結果

本章で提案する手法 (手法 1)，大型 CGS の運転最適化に用いられている運転計画法を家庭用燃料電池システムに適用した手法 (手法 2)，運転計画を立てず電力需要を追従する運転 (手法 3) の評価値 (運転コスト) の各月ごとの総計を図 3.16 に示す．ほぼ全ての月において，手法 3 の運転コストが最も大きく，手法 1 の運転コストが最も小さいことがわかる．手法 1 の手法 2，手法 3 に対する運転コストの削減率を表 3.1 に示す．手法 2 に対して年平均 1.5%，手法 3 に対して年平均 4.6%運転コスト

が削減できることが分かった．

また，手法1により求めた，ある1日の燃料電池の発電パターンを図3.17に示す．図で丸プロットは，時間ステップ $h(h = 1, 2, \ldots, H)$ を1時間毎とする運転計画問題を解くことにより得た燃料電池の発電出力 $q(h)$ である．太い実線は燃料電池の計画発電出力 $\hat{q}(h)$ である．細い実線は，計画発電出力 $\hat{q}(h)$ を用いて時間間隔が1分刻みの燃料電池の運転シミュレーションをおこない，得られた発電出力を1時間毎に平均した値である．細い実線と丸プロットが一致していることから，大きな時間ステップを用いて運転計画問題を解いたときの想定どおりの発電出力が得られていることが分かる．

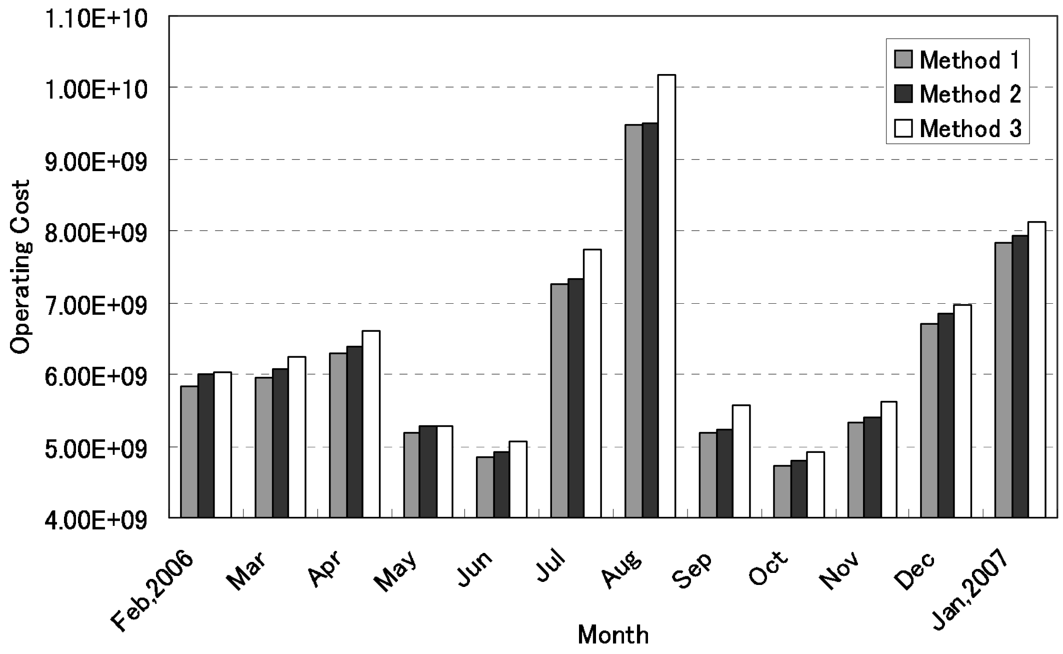

図 3.16 Monthly Sum of Daily Operating Costs

3.6 おわりに

本章で提案する家庭用燃料電池システム運転最適化手法により，単純な電力需要追従運転に比べ4.6%，従来の大型CGSに用いられている運転最適化手法をそのまま家庭用燃料電池システムに適用した手法に比べ1.5%，エネルギー消費量が削減されることが分かった．また，本章で提案する手法は，元の問題に制約条件を1つ加えるだけで電力需要の微小変動を考慮することができるため汎用性が高いという利点がある．例えば，ルールベースの運転最適化アルゴリズムにおいても，3.3.2節の考え方を用いて燃料電池の発電出力の上限値を定めればアルゴリズムの性能が向上する可能性があると考えられる．

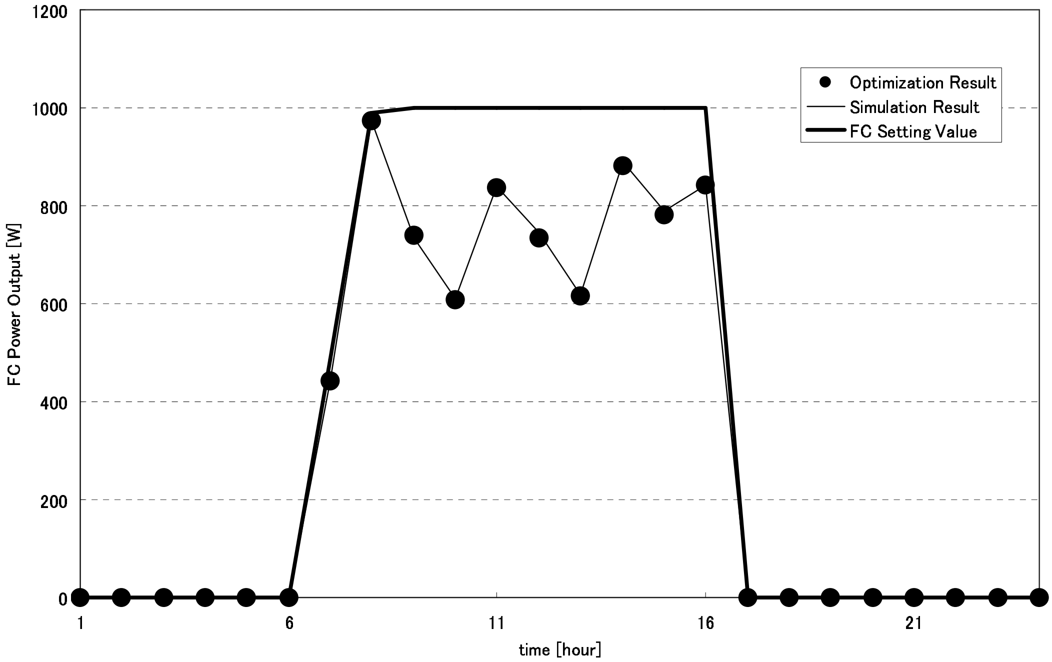

図 3.17 Fuel Cell Electric Power Output

第 4 章

不確定なエネルギー需要を考慮したコージェネレーションシステムの運用最適化

4.1　はじめに

コージェネレーションシステム (Cogeneration system:CGS) は，発電設備を電力需要地に設置し，電力と熱エネルギーを同時に取り出すシステムであり，近年，省エネルギーへの関心の高まりから注目されている．CGS は，同時に発生する電力と熱エネルギーの両方を有効に利用する場合に，本来の省エネ性が発揮されることから，CGS の運転計画問題は重要な問題であり，過去に多くの研究 [15][43][14][1][16] が報告されている．伊藤ら [12] は，一種の CGS である地域冷暖房システムの運転計画問題を数理計画法で解く方法を報告している．また，小原ら [27] は，燃料電池を含む CGS の運転計画問題を遺伝的アルゴリズムにより解く手法を提案している．

これらを含む従来の研究において，電力需要，熱需要などのエネルギー需要は，確定値として扱われ，確定的なエネルギー需要に対する最適な運転計画を策定している．しかしながら，現実にはエネルギー需要は不確定であり，運転計画策定時に前提としたエネルギー需要が，運転時に出現することは限らない．エネルギー需要の不確実性は，特に家庭のエネルギー需要で顕著であることから，家庭用燃料電池に代表される家庭用 CGS においては考慮されるべきである．この課題に対し，倉石ら [20] は，エネルギー需要を確率的に捉え，動的計画法を用いてコストの期待値が最小となるように家庭用燃料電池システムの運転計画を策定する手法を提案した．しかしながら，動的計画法は，離散的に有限個の値をとる設計変数しか扱うことができず，また，設計変数の取りうる値の数が増えると，計算負荷が指数関数的に増加するという問題がある．実際，倉石らの研究では，CGS の運転状態を，稼動と停止の 2 つの状態に限定して，運転計画を策定している．

不確実性を含む最適化問題を扱う手法は，確率動的計画法以外にもいくつかのアプローチが考えられており，代表的なものにリコース問題として扱うアプローチと機会制約条件計画問題として扱うアプローチがある [11]．最適化問題に確率変数が含まれる場合，確率変数の実現値次第で，制約条件が満たされない場合がありえる．リコース問題として扱うアプローチでは，制約条件が侵された場合の補償コストを目的関数に加える手法をとる．また，機会制約条件計画問題として扱うアプローチでは，制約条件が満たされる確率が一定以上となることを要求する．

発電所の建設計画問題や発電機の起動停止問題に，このような確率計画法を適用する応用事例は椎

名 [33] により報告されているが，CGS 運用計画問題に確率計画法を適用した事例は著者らの知るかぎり見当たらない．また，CGS 運用計画問題は，熱需要の考慮や，契約電力内での買電など，発電機の起動停止問題に無い要素を含んでおり，発電機の起動停止問題の手法をそのまま適用できない．

本章では，CGS の運転計画問題をリコースと機会制約条件の両方を含む問題として扱うことを提案する．エネルギー需要が，CGS から発生する電力と排熱を超える場合，エネルギー需要の不足分は買電とバックアップボイラにより賄われるが，このコストを制約条件が満たされない場合の補償コストと考えると，CGS の運転計画問題はリコース問題として扱うことができる．また，CGS の運転計画で実用上問題となる契約受電量による買電量の制限は，買電量が契約受電量以下となる確率を一定以上とする機会制約条件として扱うことができる．提案する手法では，契約受電量は定数とすることも最適化問題の設計変数とすることも可能であり，本章では，契約受電量に対するコストを目的関数に入れ，契約受電量の最適化も同時におこなっている．

買電量が契約受電量以下となる確率を信頼度の指標とする考え方自体は，発電所の建設や補修計画において電力不足確率 (Loss of Load Probability : LOLP) が考慮されることと同じである [2]．しかしながら，LOLP を考慮した運転計画に関する報告は，椎名 [32] による発電機起動停止問題への応用のみであり，本章で扱う CGS の運転計画問題のように，発電機を運転すべきか，契約電力を増やすべきかという問題を扱った事例は見当たらない．

本章で提案する手法により，エネルギー需要の不確実性を考慮した CGS 運転最適化問題は，目的関数が凸関数の混合整数計画問題に帰着することができる．ただし，目的関数が非線形になるため，目的関数が凸関数であることを利用して区分線形関数近似を行った．これにより，本最適化問題は，混合整数計画問題に帰着され，汎用ソルバで解くことが可能となり，実用的意義が大きい．最後に，実際の家庭のエネルギー需要データを用いた数値実験をおこない，提案する手法を用いることにより，従来のエネルギー需要を確定的に捉える手法に比べて，より優れた CGS 運転計画が策定できることを確認した．

なお，本章で提案する手法の考え方は，家庭用 CGS から大規模 CGS まで適用できるものであるが，運転計画において特に需要の不確実性が問題になるのは，家庭用 CGS である．本章では，貯湯槽を有し，排熱を給湯用途に利用する家庭用 CGS を対象にして議論を進める．

4.2　コージェネレーションシステムの運転計画問題について

本章で対象とする CGS のシステム構成およびエネルギーの流れを，図 4.1 に示す．本システム構成は，家庭用 CGS では一般的なものであり，原動機 (燃料電池やガスエンジン) に燃料 (都市ガス) が投入され，電力と温水が取り出される．温水は貯湯槽に貯められた後，給湯用途に使われる．発電で賄えない電力需要は，商用電力の購入により充足される．また，貯湯槽からの給湯出力の不足分は．バックアップボイラにより賄われる．

図 4.1 で，時刻 $h = 1, 2, \dots, H$ における燃料投入量は $x(h)$，原動機の発電量は $q(h)$，原動機の温水出力は $\pi(h)$ で表されている．また，貯湯槽の蓄熱量は $Q(h)$，貯湯槽からの出湯量は $p(h)$ で表されている．

電力需要を $e(h)$ とし，原動機の発電量 $q(h)$ が $e(h)$ を上回る余剰発電量を $z^+(h)$，発電量 $q(h)$ で

賄えない電力量を $z^-(h)$ で表す．発電量の不足分 $z^-(h)$ は商用電源系統により賄われる．同様に，給湯需要を $\theta(h)$ とし，貯湯槽からの出湯量 $p(h)$ が $\theta(h)$ を上回る余剰給湯量を $y^+(h)$，出湯量 $p(h)$ で賄えない給湯需要を $y^-(h)$ で表す．出湯量の不足分 $y^-(h)$ はボイラにより賄われる．実際の CGS では，余剰給湯はおこなわれず，原動機から出る排熱温水が貯湯槽の容量を超えるなどの理由で熱を捨てる場合，ラジエーターで放熱される．本章では，ラジエーターでの放熱を，エネルギーの放出量が同じ余剰給湯に置き換え，モデルを簡単にしている．

本章で扱う運転計画問題では，最小化対象は運用コストであり，以下の項目を考慮する．

- CGS が発電時に消費する燃料に対するコスト：燃料投入量 $x(h)$ に比例する．
- CGS が起動時に消費する燃料に対するコスト (起動コスト)：燃料投入量が $x(h-1)=0$ から $x(h)>0$ となる時刻 h に発生する．
- CGS が停止時に消費する燃料に対するコスト (停止コスト)：$x(h-1)>0$ から $x(h)=0$ となる時刻 h に発生する．
- CGS が待機時 (停止しないが発電をしない状態) に消費する燃料に対するコスト (待機コスト)：$x(h)=0$ の時刻 h に発生する．
- 契約電力に対するコスト：契約受電量 (買電量の最大値) に比例する．
- 商用電力の購入に対するコスト: 発電により電力需要を賄えないときに発生する償還コスト．
- バックアップボイラによる給湯出力に対するコスト： 貯湯槽からの出湯により給湯需要を賄えないときに発生する償還コスト．

また，本章では CGS の特性を以下のようにモデル化する．

- 発電機の発電出力および排熱出力と燃料消費量の関係を一次関数で近似する．
- 発電機は，最大出力と最小出力を持つ．
- 貯湯槽において，毎時，蓄熱量に対して一定割合の放熱が発生する．
- 貯湯槽は，最大蓄熱量と最小蓄熱量を持つ．

さらに，本章では，各時刻において買電量 $z^-(h)$ が契約受電量 I を超える確率を一定以下に保つ機会制約条件を考慮している．

4.3 定式化

4.3.1 エネルギー量をあらわす変数の定義

時刻 $h=1,2,\ldots,H$ の電力需要を示す確率変数を $\tilde{e}(h)$，給湯需要を示す確率変数を $\tilde{\theta}(h)$ とする．$\tilde{e}(h)$ の実現値を $e(h)$，$\tilde{\theta}(h)$ の実現値を $\theta(h)$ とする．CGS の発電出力 $q(h)$ の電力需要の実現値 $e(h)$

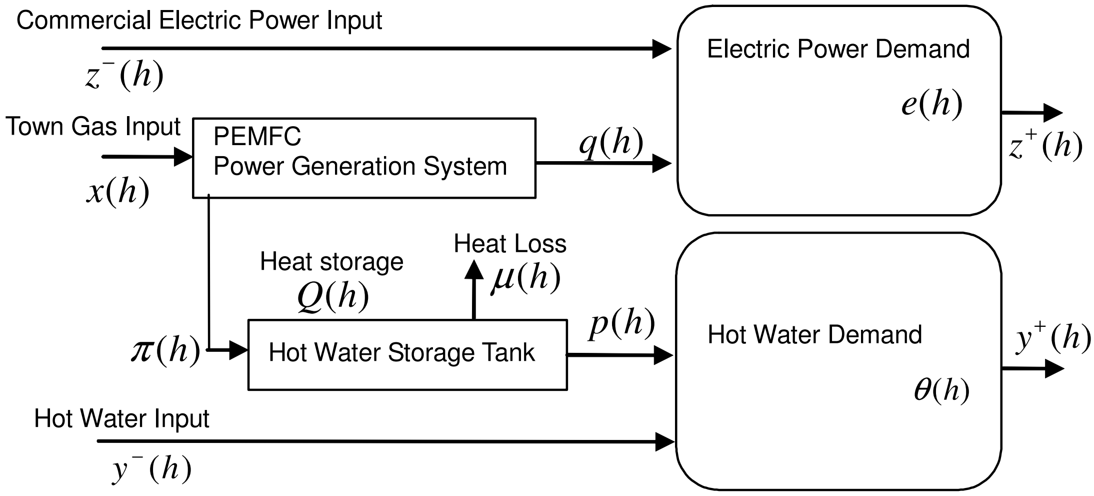

図 4.1 Energy Flow of Household Cogeneration System

に対する不足分を $z^-(h)$，余剰分を $z^+(h)$ で表す．$z^-(h)$ は商用電力から供給され，$z^-(h)$ に商用電力の単価をかけたものが償還コストである．余剰分 $z^+(h)$ のコストは 0 とする．$z^+(h)$，$z^-(h)$ $(h=1,2,\ldots,H)$ は次の制約条件を満たす．

$$q(h) - e(h) = z^+(h) - z^-(h) \tag{4.1}$$

$$z^+(h) \geq 0 \qquad z^-(h) \geq 0 \tag{4.2}$$

$$z^+(h) = 0 \ \text{ or } \ z^-(h) = 0 \tag{4.3}$$

CGS の給湯出力 $p(h)$ の給湯需要の実現値 $\theta(h)$ に対する余剰分を $y^+(h)$，不足分を $y^-(h)$ で表す．$y^-(h)$ はバックアップボイラから供給される．$y^-(h)$ に給湯の単価をかけたものが償還コストである．$y^+(h)$ のコストは 0 とする．$y^+(h)$，$y^-(h)$ $(h=1,2,\ldots,H)$ は次の制約条件を満たす．

$$p(h) - \theta(h) = y^+(h) - y^-(h) \tag{4.4}$$

$$y^+(h) \geq 0 \qquad y^-(h) \geq 0 \tag{4.5}$$

$$y^+(h) = 0 \ \text{ or } \ y^-(h) = 0 \tag{4.6}$$

ここで，$e(h)(h=1,2,\ldots,H)$，$\theta(h)(h=1,2,\ldots,H)$ が確率変数の実現値であるから，$z^+(h)$，$z^-(h)$，$y^+(h)$，$y^-(h)$ も確率変数の実現値である．これらに対応する確率変数を $\tilde{z}^+(h)$，$\tilde{z}^-(h)$，$\tilde{y}^+(h)$，$\tilde{y}^-(h)$ とする．

負のエネルギー量は存在しないことから，設計変数 $x(h)$，$p(h)$，$q(h)$，$\pi(h)$，$\mu(h)$ $(h=1,2,\ldots,H)$ についても以下の制約条件が成立する．

$$
\begin{aligned}
&x(h) \geq 0 \quad p(h) \geq 0 \\
&q(h) \geq 0 \quad \pi(h) \geq 0 \\
&\mu(h) \geq 0 \\
&\qquad\qquad (h = 1, 2, \ldots, H)
\end{aligned} \tag{4.7}
$$

4.3.2 CGS 入力の範囲

CGS への入力の下限を x_{min}，CGS への入力の上限を x_{max} とする．時刻 $h = 1, 2, \ldots, H$ における CGS の運転状態を表す 0-1 変数を $\delta(h)$ とすると，燃料投入量 $x(h)$ に対して次式が成り立つ．

$$x_{min}\delta(h) \leq x(h) \leq x_{max}\delta(h) \tag{4.8}$$

ただし，$0 \leq x_{min} \leq x_{max}$ とする．

4.3.3 機器の特性

CGS の燃料投入量 $x(h)$ と温水出力 $\pi(h)$ の関係は，次式で表されるものとする．

$$\pi(h) = ax(h) + \pi_0\delta(h) \tag{4.9}$$

ここで，a と π_0 は定数であり，特に $a > 0$ とする．CGS の燃料投入量 $x(h)$ と発電量 $q(h)$ の関係は，次式で表されるものとする．

$$q(h) = bx(h) + q_0\delta(h) \tag{4.10}$$

ここで，b と q_0 は定数であり，特に $b > 0$ とする．

4.3.4 起動・停止変数の定義

CGS が起動した時刻に 1，それ以外の時刻に 0 となる変数を $\alpha(h)(h = 1, 2, \ldots, H)$ とする．$\alpha(h)$ に関して次式が成立する．

$$\alpha(h) \geq 0 \tag{4.11}$$

$$\delta(h) - \delta(h-1) \leq \alpha(h) \tag{4.12}$$

ただし，$\delta(0) = 0$ である．

すなわち，CGS が起動する時刻には，式 (4.12) において $\delta(h-1) = 0, \delta(h) = 1$ となるため，$1 \leq \alpha(h)$ となる．CGS が稼動，あるいは停止を続けている時刻は $\delta(h) = \delta(h-1)$ なので，$0 \leq \alpha(h)$ となる．CGS が停止する時刻には，$\delta(h-1) = 1, \delta(h) = 0$ となるため，$-1 \leq \alpha(h)$ となる．$\alpha(h)$ に正の定

数をかけたものが起動コストとなることから，コストを最小にしようとすると，$\alpha(h)$ はできるだけ小さいほうがよい．よって，$\alpha(h)$ は，起動時刻のみ $\alpha(h)=1$，他の時刻は $\alpha(h)=0$ となる．なお，$\alpha(h)$ は連続変数として扱うことができる．

CGS が停止した時刻に 1，それ以外の時刻に 0 となる変数を $\beta(h)(h=1,2,\ldots,H)$ とする．変数 $\alpha(h)$ と同様に，$\beta(h)$ に関して次式が成立する．

$$\beta(h) \geq 0 \tag{4.13}$$

$$\delta(h-1) - \delta(h) \leq \beta(h) \tag{4.14}$$

なお，$\beta(h)$ も連続変数として扱うことができる．

4.3.5　蓄熱

放熱量 $\epsilon(h)(h=1,2,\ldots,H)$ は蓄熱量 $Q(h)$ に比例するとみなせるので，ある定数 η に対して，次式が成立する．

$$\mu(h) = \eta Q(h) \tag{4.15}$$

ただし，$0<\eta<1$ とする．

貯湯槽に関する熱収支から次式が成り立つ．

$$\begin{aligned} Q(h+1) &= Q(h) + \pi(h) - p(h) - \mu(h) \\ &= (1-\eta)Q(h) + \pi(h) - p(h) \end{aligned} \tag{4.16}$$

貯湯槽の蓄熱量には制限があることから，次式が成立する．

$$Q_{min} \leq Q(h) \leq Q_{max} \tag{4.17}$$

ここで，Q_{min}，Q_{max} は，$0 \leq Q_{min} < Q_{max}$ を満たす定数である．

時刻 $h=1$ の貯湯槽の蓄熱量を Q_{min} とする．

$$Q(1) = Q_{min} \tag{4.18}$$

4.3.6　買電量に関する機会制約条件

買電量には契約電力の制限があり，これを超える電力は供給されない．健全に電力が供給される確率を，ある一定値 γ 以上としたいというニーズがある．利用可能な商用電力の最大値，すなわち契約電力量を I とおく．電力の供給不良を起こさないためには次式が成立する必要がある．本章では，最適運転計画と同時に，最適な契約電力量も求めるため，I は設計変数となることに注意する．

$$\tilde{z}^-(h) \leq I \quad (h=1,2,\ldots,H) \tag{4.19}$$

ここで，$\tilde{z}^{-}(h)$ は確率変数であるから，各時刻 h に γ 以上の確率で健全に電力を供給することを表す次の条件を考える．

$$\Pr\{\tilde{z}^{-}(h) \leq I\} \geq \gamma \qquad (h = 1, 2, \ldots, H) \tag{4.20}$$

時刻 h の $\tilde{e}(h)$ の確率分布関数を $F_h(e)$ と表す．式 (4.20) の制約条件を確率変数を含まない形に変換することを考える．次のように，事象 A_h，B_h，C_h $(h = 1, 2, \ldots, H)$ を定める．

$$\begin{aligned} A_h: &\quad z^{-}(h) \leq I \\ B_h: &\quad e(h) - q(h) \leq 0 \\ C_h: &\quad e(h) - q(h) > 0 \end{aligned}$$

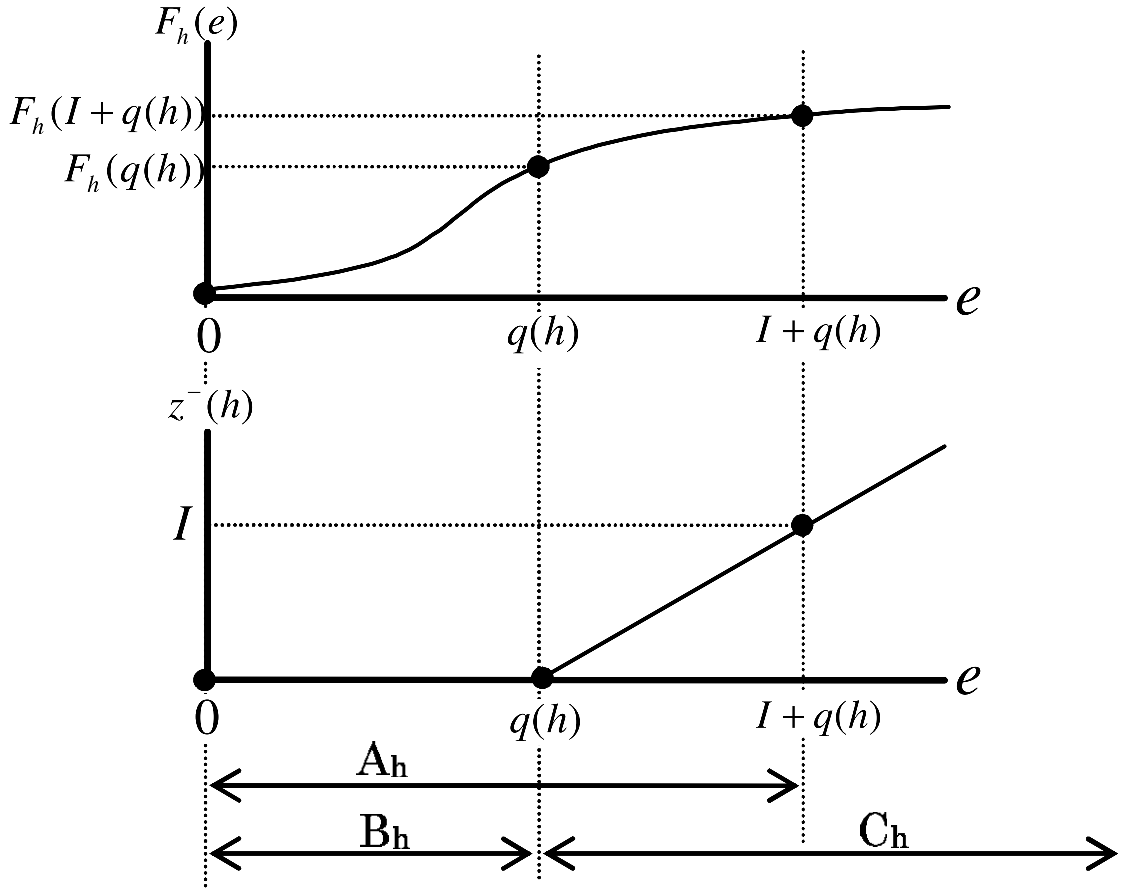

図 4.2 Electric Power Demand Probability Destribution and Power Buy

$z^{-}(h)$ は，図 4.2(下) に示すように，$e \leq q(h)$ で $z^{-}(h) = 0$，$e > q(h)$ で $z^{-}(h) = e - q(h)$ となる単調増加関数であるから，事象 A_h が発生することと，$e \leq I + q(h)$ は同値である．

よって，式 (4.20) の機会制約条件は，次式で表される．

$$F_h(I + q(h)) \geq \gamma \tag{4.21}$$

F_h の逆関数を F_h^{-1} とすれば，式 (4.20) の機会制約条件は，次式の確定条件で表すことができる．

$$I + q(h) \geq F_h^{-1}(\gamma) \tag{4.22}$$

4.3.7　契約電力逸脱に対するペナルティー

買電量が契約電力を超え，供給不良が起きた際に，不足電力に応じたペナルティーを課す場合には，本問題は契約電力量の逸脱量に対する償還請求費用を考えるリコース問題となり，4.3.1 節で述べた買電量やバックアップボイラの出力に対する償還費用と同様の考え方で定式化できる．すなわち，次式により定義される $z'^{-}(h)(h=1,2,\ldots,H)$ を実現値に持つ確率変数 $\tilde{z}'^{-}(h)$ の期待値の項を目的関数に加えればよい．

$$I + q(h) - e(h) = z'^{+}(h) - z'^{-}(h) \tag{4.23}$$

$$z'^{+}(h) \geq 0 \qquad z'^{-}(h) \geq 0 \tag{4.24}$$

$$z'^{+}(h) = 0 \ \ \text{or} \ \ z'^{-}(h) = 0 \tag{4.25}$$

4.3.8　目的関数

本問題では次式に示す目的関数を最小化する．

$$\begin{aligned} & C_1 \sum_{h=1}^{H} x(h) + C_2 \sum_{h=1}^{H} \alpha(h) + C_3 \sum_{h=1}^{H} \beta(h) \\ + \ & C_4 \sum_{h=1}^{H} (1 - \delta(h)) + C_5 I \\ + \ & \mathbb{E}[C_6 \sum_{h=1}^{H} \tilde{z}^{-}(h) + C_7 \sum_{h=1}^{H} \tilde{y}^{-}(h)] \\ + \ & \mathbb{E}[C_8 \sum_{h=1}^{H} \tilde{z}'^{-}(h)] \end{aligned} \tag{4.26}$$

ここで，$\mathbb{E}$ は期待値を表す．C_1 は単位ガス量あたりのコスト，C_2 は CGS が 1 回起動するときに必要なコスト，C_3 は CGS が 1 回停止するときに必要なコスト，C_4 は単位時間 CGS が停止しているときの待機コストである．C_5 は契約電力量に対するコスト， C_6 は単位電力量あたりのコスト，C_7 は単位給湯量あたりのコスト係数である．

なお，C_8 は供給不良の際の不足電力に対するコスト係数であるが， 家庭用途では，契約電力の逸脱に対して，経済的にも，エネルギー消費量に対しても定量的なペナルティーを考慮できないため，$C_8 = 0$ とする．

4.4　数値実験

4.4.1　目的関数の期待値項の関数形

式 (4.26) の目的関数は期待値の項を含むため，このままの形で最適解を求めることは困難である．本節では，電力需要と給湯需要の確率分布を近似し，目的関数の期待値項の具体的な関数形を求める．

本章では，電力需要と給湯需要の確率密度関数を図 4.3 のような三角形の形をした関数で近似することにする．給電が可能な確率を非常に高く設定する必要がある場合，分布の裾野が重要であり三角形では表現できないが，系統電源ほど給電可能な確率を高く設定する必要のない場合は，このような形の関数でも十分な近似ができると考えられる．

時刻 $h = 1, 2, \ldots, H$ における電力需要 $\tilde{e}(h)$ の確率密度関数を $f_h(e)$ 給湯需要 $\tilde{\theta}(h)$ の確率密度関数を $g_h(\theta)$ とする．$f_h(e)$ と $g_h(\theta)$ の近似式は，それぞれ式 (4.27)，式 (4.29) のようになる．

電力需要：

$$f_h(e) = \begin{cases} 0: & 0 \le e < \underline{\epsilon}_h \\ \frac{\Delta_h}{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h}(e - \underline{\epsilon}_h): & \underline{\epsilon}_h \le e < \epsilon_h \\ -\frac{\Delta_h}{\overline{\epsilon}_h - \epsilon_h}(e - \overline{\epsilon}_h): & \epsilon_h \le e < \overline{\epsilon}_h \\ 0: & \overline{\epsilon}_h \le e \end{cases} \tag{4.27}$$

ただし，Δ_h，ϵ_h は次式を満たす正数である．

$$\frac{(\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h)\Delta_h}{2} = 1 \tag{4.28}$$

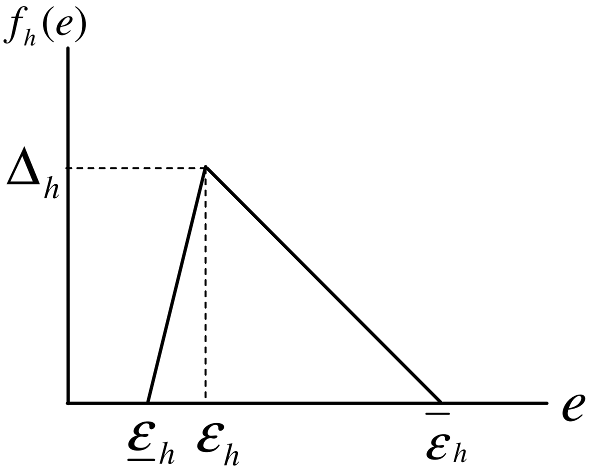

図 4.3 Probability Density Function Approximation

給湯需要：

$$g_h(\theta) = \begin{cases} 0: & 0 \le \theta < \underline{\zeta}_h \\ \frac{D_h}{\zeta_h - \underline{\zeta}_h}(\theta - \underline{\zeta}_h): & \underline{\zeta}_h \le \theta < \zeta_h \\ -\frac{D_h}{\overline{\zeta}_h - \zeta_h}(\theta - \overline{\zeta}_h): & \zeta_h \le \theta < \overline{\zeta}_h \\ 0: & \overline{\zeta}_h \le \theta \end{cases} \tag{4.29}$$

ただし，D_h，ζ_h は次式を満たす正数である．

$$\frac{(\overline{\zeta}_h - \underline{\zeta}_h)D_h}{2} = 1 \tag{4.30}$$

このように確率密度関数を近似し，評価関数の期待値の項を解析的に求める．評価関数の期待値の項は，次式のように分解できる．

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[C_6 \sum_{h=1}^{H} \tilde{z}^-(h) + C_7 \sum_{h=1}^{H} \tilde{y}^-(h)] \\ = \; & C_6 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] + C_7 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{y}^-(h)] \end{aligned} \tag{4.31}$$

まず，$C_6 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)]$ を具体的に求める．式 (4.1)，式 (4.2)，式 (4.3) より，次式が成立する．

$$z^+(h) = \begin{cases} 0 : & e(h) \geq q(h) \\ q(h) - e(h) : & e(h) < q(h) \end{cases} \tag{4.32}$$

$$z^-(h) = \begin{cases} e(h) - q(h) : & e(h) \geq q(h) \\ 0 : & e(h) < q(h) \end{cases} \tag{4.33}$$

$\mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)]$ は，式 (4.33) により定義された $z^-(h)$ と，式 (4.27) により定義される確率密度関数の積を積分することにより，次式のとおり求められる．

(1) $0 \leq q(h) < \underline{\epsilon}_h$ のとき．

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] &= \int_{\underline{\epsilon}_h}^{\epsilon_h} (e - q(h)) \frac{\Delta_h}{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h} (e - \underline{\epsilon}_h) de \\ &\quad + \int_{\epsilon_h}^{\bar{\epsilon}_h} -(e - q(h)) \frac{\Delta_h}{\bar{\epsilon}_h - \epsilon_h} (e - \bar{\epsilon}_h) de \\ &= -\frac{1}{6} \Delta_h (\bar{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h)(3q(h) - \epsilon_h - \underline{\epsilon}_h - \bar{\epsilon}_h) \end{aligned} \tag{4.34}$$

(2) $\underline{\epsilon}_h \leq q(h) < \epsilon_h$ のとき．

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] &= \int_{q(h)}^{\epsilon_h} (e - q(h)) \frac{\Delta_h}{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h} (e - \underline{\epsilon}_h) de + \int_{\epsilon_h}^{\bar{\epsilon}_h} -(e - q(h)) \frac{\Delta_h}{\bar{\epsilon}_h - \epsilon_h} (e - \bar{\epsilon}_h) de \\ &= \frac{\epsilon_h - q(h)}{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h} \Delta_h \{ \frac{1}{3} (\epsilon_h^2 + \epsilon_h q(h) + q(h)^2) - \frac{q(h) + \underline{\epsilon}_h}{2} (\epsilon_h + q(h)) + \underline{\epsilon}_h q(h) \} \\ &\quad - \Delta_h \{ \frac{1}{3} (\bar{\epsilon}_h^2 + \bar{\epsilon}_h \epsilon_h + \epsilon_h^2) - \frac{q(h) + \bar{\epsilon}_h}{2} (\bar{\epsilon}_h + \epsilon_h) + q(h) \bar{\epsilon}_h \} \end{aligned}$$

(3) $\epsilon_h \leq q(h) < \bar{\epsilon}_h$ のとき．

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] &= \int_{q(h)}^{\bar{\epsilon}_h} -(e - q(h)) \frac{\Delta_h}{\bar{\epsilon}_h - \epsilon_h} (e - \bar{\epsilon}_h) de \\ &= -\frac{\bar{\epsilon}_h - q(h)}{\bar{\epsilon}_h - \epsilon_h} \Delta_h \{ -\frac{1}{6} (\bar{\epsilon}_h^2 + \bar{\epsilon}_h q(h) + q(h)^2) + \frac{\bar{\epsilon}_h q(h)}{2} \} \end{aligned} \tag{4.35}$$

(4) $\bar{\epsilon}_h < q(h) \leq q_{max}$ のとき．

$$\mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] = 0 \tag{4.36}$$

ここで、q_{max} は，式 (4.10) と式 (4.8) により，$q_{max} = bx_{max} + q_0$ となる．

式 (4.34)〜式 (4.36) より，$\mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)]$ は $q(h)$ の区分的3次凸関数である．$\mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] = \Phi_h(q(h))$ とおくと，$C_6 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)]$ は式 (4.37) のようにあらわされる．

$$C_6 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{z}^-(h)] = C_6 \sum_{h=1}^{H} \Phi_h(q(h)) \tag{4.37}$$

同様に，評価関数の期待値の項 $C_7 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{y}^-(h)]$ は以下のように具体的に求められる．

式 (4.38)〜式 (4.41) により，$\Omega_h(p)$ を定義する．

(1) $0 \le p(h) < \underline{\zeta}_h$ のとき．

$$\Omega_h(p) = -\frac{1}{6} D_h(\overline{\zeta}_h - \underline{\zeta}_h)(3p(h) - \zeta_h - \underline{\zeta}_h - \overline{\zeta}_h) \tag{4.38}$$

(2) $\underline{\zeta}_h \le p(h) < \zeta_h$ のとき．

$$\begin{aligned}\Omega_h(p) \quad = \quad & \frac{\zeta_h - p(h)}{\zeta_h - \underline{\zeta}_h} D_h\{\frac{1}{3}(\zeta_h^2 + \zeta_h q(h) + p(h)^2) \\ & -\frac{p(h) + \underline{\zeta}_h}{2}(\zeta_h + p(h)) + \underline{\zeta}_h p(h)\} \\ & -D_h\{\frac{1}{3}(\overline{\zeta}_h^2 + \overline{\zeta}_h \zeta_h + \zeta_h^2) \\ & -\frac{p(h) + \overline{\zeta}_h}{2}(\overline{\zeta}_h + \zeta_h) + p(h)\overline{\zeta}_h\}\end{aligned} \tag{4.39}$$

(3) $\zeta_h \le p(h) < \overline{\zeta}_h$ のとき．

$$\Omega_h(p) = -\frac{\overline{\zeta}_h - p(h)}{\overline{\zeta}_h - \zeta_h} D_h\{-\frac{1}{6}(\overline{\zeta}_h^2 + \overline{\zeta}_h p(h) + p(h)^2) + \frac{\overline{\zeta}_h p(h)}{2}\} \tag{4.40}$$

(4) $\overline{\zeta}_h < p(h) \le p_{max}$ のとき．

$$\Omega_h(p) = 0 \tag{4.41}$$

ここで，p_{max} は十分大きな数である．評価関数の期待値の項は次式で表される．

$$C_7 \sum_{h=1}^{H} \mathbb{E}[\tilde{y}^-(h)] = C_7 \sum_{h=1}^{H} \Omega_h(p(h)) \tag{4.42}$$

以上により，式 (4.26) の評価関数は次式であらわされる．

$$\begin{aligned} & C_1 \sum_{h=1}^{H} x(h) + C_2 \sum_{h=1}^{H} \alpha(h) + C_3 \sum_{h=1}^{H} \beta(h) \\ + \quad & C_4 \sum_{h=1}^{H} (1 - \delta(h)) + C_5 I \\ + \quad & C_6 \sum_{h=1}^{H} \Phi_h(q(h)) + C_7 \sum_{h=1}^{H} \Omega_h(p(h))\end{aligned} \tag{4.43}$$

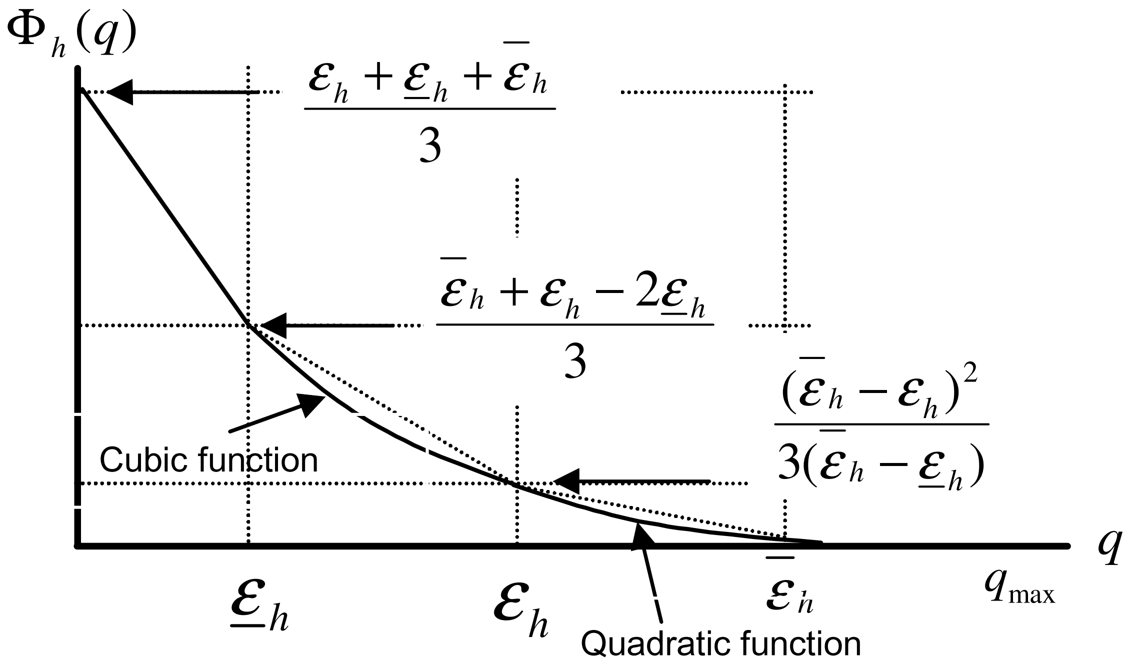

図 4.4 Form of Expectation Term of Evaluation Function

さらに, いま考えている CGS 運転最適化問題を，汎用の MIP ソルバで解くため，式 (4.43) 中の $\Phi_h(q)$，$\Omega_h(p)$ を区分的線形関数で表現することを考える．関数 $\Phi_h(q)$ は図 4.4 の太線のような単調減少の凸関数である．そのとき，図 4.4 に示すように，$q = 0, \underline{\epsilon}_h, \epsilon_h, \bar{\epsilon}_h, q_{max}$ の 5 点において関数 $\Phi_h(q)$ と一致する区分的に線形な凸関数 $\hat{\Phi}_h(q)$ が次式で定義され，$\Phi_h(q)$ は $\hat{\Phi}_h(q)$ によって良く近似できることが知られている [3].

$$
\begin{aligned}
\hat{\Phi}_h(q) \quad = \quad & \min\{\sum_{i=1}^{5} \lambda_h^i \phi_h^i | q = \sum_{i=1}^{5} \lambda_h^i u_h^i, \\
& \sum_{i=1}^{5} \lambda_h^i = 1, \lambda_h^i \geq 0 \\
& (i = 1, 2, \ldots, 5)\}
\end{aligned}
\tag{4.44}
$$

ただし，$\phi_h^i (i = 1, 2, \ldots, 5)$ と，$u_h^i (i = 1, 2, \ldots, 5)$ は以下で定義される．

$$
\begin{aligned}
\phi_h^1 &= \frac{\epsilon_h + \underline{\epsilon}_h + \bar{\epsilon}_h}{3}, \quad \phi_h^2 = \frac{\bar{\epsilon}_h + \epsilon_h - 2\underline{\epsilon}_h}{3}, \\
\phi_h^3 &= \frac{(\bar{\epsilon}_h - \epsilon_h)^2}{3(\bar{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h)}, \quad \phi_h^4 = 0, \quad \phi_h^5 = 0
\end{aligned}
\tag{4.45}
$$

$$
\begin{aligned}
u_h^1 &= 0, \quad u_h^2 = \underline{\epsilon}_h, \quad u_h^3 = \epsilon_h, \\
u_h^4 &= \bar{\epsilon}_h \quad u_h^5 = q_{max}
\end{aligned}
\tag{4.46}
$$

ここで $\Phi_h(q)$ が凸関数であるという前提は重要である．実際，$\Phi_h(q)$ が凸関数でないときでも，$\hat{\Phi}_h(q)$ は常に凸関数となるので，一般の場合には両者の隔たりは大きくなりうる．

同様に，$\Omega_h(p)$ の区分的線形近似関数 $\hat{\Omega}_h(p)$ は次式で表される．

$$\begin{aligned}\hat{\Omega}_h(p) &= \min\{\sum_{i=1}^{5} s_h^i \omega_h^i | p = \sum_{i=1}^{5} s_h^i v_h^i, \\ &\quad \sum_{i=1}^{5} s_h^i = 1, s_h^i \geq 0 \\ &\quad\quad (i = 1, 2, \ldots, 5)\}\end{aligned} \tag{4.47}$$

ここで，$\omega_h^i (i = 1, 2, \ldots, 5)$ と，$v_h^i (i = 1, 2, \ldots, 4)$ は以下で定義される．

$$\begin{aligned}\omega_h^1 &= \frac{\zeta_h + \underline{\zeta}_h + \overline{\zeta}_h}{3}, \quad \omega_h^2 = \frac{\overline{\zeta}_h + \zeta_h - 2\underline{\zeta}_h}{3}, \\ \omega_h^3 &= \frac{(\overline{\zeta}_h - \zeta_h)^2}{3(\overline{\zeta}_h - \underline{\zeta}_h)}, \quad \omega_h^4 = 0, \quad \omega_h^5 = 0\end{aligned} \tag{4.48}$$

$$\begin{aligned}v_h^1 &= 0, \quad v_h^2 = \underline{\zeta}_h, \quad v_h^3 = \zeta_h \\ v_h^5 &= \overline{\zeta}h, \quad v_h^5 = p_{max}\end{aligned} \tag{4.49}$$

$\Phi_h(q)$ と $\Omega_h(p)$ の代わりに，それぞれ式 (4.44)〜式 (4.46) と式 (4.47)〜式 (4.49) で定義される関数 $\hat{\Phi}_h(q)$ と $\hat{\Omega}_h(p)$ を用いると，いま考えている CGS 運転最適化問題は混合整数計画問題になる．さらに，変数 $q(h)$，$p(h)$ の代わりに，$\lambda_h^i (i = 1, 2, \ldots, 5)$，$s_h^i (i = 1, 2, \ldots, 5)$ が変数となる．

4.4.2 機会制約条件の具体化

電力需要の確率密度関数が式 (4.27) で与えられるとすると，電力需要の確率分布関数 $F_h(e)$ は，確率密度関数を積分することにより，式 (4.50)〜式 (4.53) のように求められる．

(1) $0 \leq e < \underline{\epsilon}_h$ のとき．

$$F_h(e) = 0 \tag{4.50}$$

(2) $\underline{\epsilon}_h \leq e < \epsilon_h$ のとき．

$$\begin{aligned}F_h(e) &= \int_{\underline{\epsilon}_h}^{e} \frac{\Delta_h}{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h}(e - \underline{\epsilon}_h) de \\ &= \frac{\Delta_h (e - \underline{\epsilon}_h)^2}{2(\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h)}\end{aligned} \tag{4.51}$$

(3) $\epsilon_h \leq e < \overline{\epsilon}_h$ のとき．

$$\begin{aligned}F_h(e) &= \int_{\underline{\epsilon}_h}^{\epsilon_h} \frac{\Delta_h}{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h}(e - \underline{\epsilon}_h) de \\ &\quad + \int_{\epsilon_h}^{e} \{-\frac{\Delta_h}{\overline{\epsilon}_h - \epsilon_h}(e - \overline{\epsilon}_h)\} de \\ &= -\frac{(e - \epsilon_h)(e + \epsilon_h - 2\overline{\epsilon}_h)}{(\overline{\epsilon}_h - \epsilon_h)(\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h)} + \frac{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h}{\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h}\end{aligned} \tag{4.52}$$

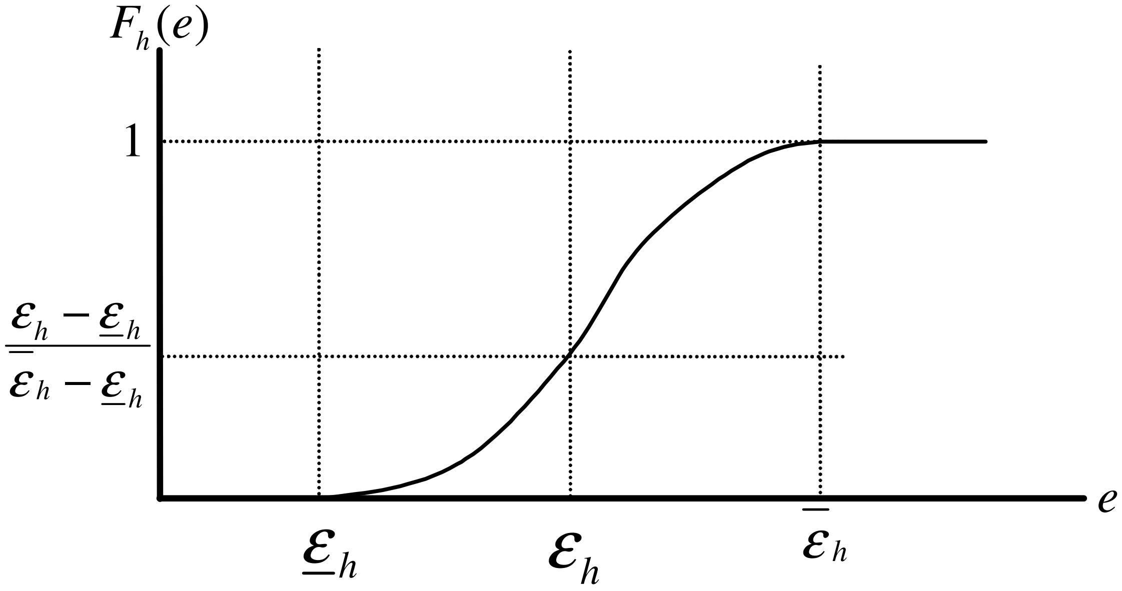

図 4.5 Distribution Function of Electricity Demand

(4) $\overline{\epsilon}_h \leq e$ のとき．

$$F_h(e) = 1 \tag{4.53}$$

図 4.5 に $F_h(e)$ のグラフを示す．

式 (4.22) の機会制約条件は，式 (4.50)〜式 (4.53) から，$F_h^{-1}(\gamma)$ を具体的に求めることにより，以下の式 (4.54)，式 (4.55) で表される．

(1) $0 < \gamma < \frac{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h}{\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h}$ のとき．

$$I + q(h) \geq \underline{\epsilon}_h + \sqrt{\gamma(\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h)(\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h)} \tag{4.54}$$

(2) $\frac{\epsilon_h - \underline{\epsilon}_h}{\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h} \leq \gamma < 1$ のとき．

$$I + q(h) \geq \overline{\epsilon}_h - \sqrt{(\overline{\epsilon}_h - \underline{\epsilon}_h)(\overline{\epsilon}_h - \epsilon_h)(1 - \gamma)} \tag{4.55}$$

4.4.3　想定エネルギー需要

本章で提案する手法では，各時刻 $h = 1, 2, \ldots, H$ における電力需要と給湯需要の確率密度分布が既知である必要がある．すなわち，過去の電力需要と給湯需要の実績から，運転計画を策定する日の電力需要と給湯需要の確率密度分布を推定する必要がある．これは電力需要と給湯需要の予測の問題であり，詳細な議論は本章の範囲を超える．そこで，本章では，電力需要と給湯需要の確率密度分布が比較的容易に得られる場合を想定して，数値実験をおこなった．

本章の数値実験では，一日の電力需要と給湯需要のパターンをいくつかのグループに分類し，当該日の需要がどのグループに属するかを予測して，CGS の運転計画を策定することを想定している．特に，各グループにおいては，電力需要と給湯需要の統計処理が行われ，その結果，需要の確率密度分

布が得られているものとする．このとき，当該日の需要がどのグループに属するかが分かれば当該日の需要の確率密度分布が分かる．当該日の電力需要と給湯需要がどのグループに属するかの予測は，例えば，その家の住人自身がグループの選択を行うという方法で可能である．

数値実験で用いた電力需要と給湯需要のデータは，電力需要，給湯需要ともに中庸な，ある家庭の 2005 年 1 月 22 日から 2006 年 3 月 7 日の 410 日間の実測値である．一日の一時間毎の電力需要と給湯需要を連結し，24 個の電力需要と 24 個の給湯需要の計 48 個の要素を持つベクトルを作った．本章では 410 日分の需要データを用いているので，410 個のベクトルが存在する．このベクトルを，完全連結法によりクラスター間の距離を定義したクラスター分析により，4 つのグループに分類した．グループ数は，極端にメンバーが少ないグループができないように，かつ，グループ数ができるだけ多くなるように調整してきめた．

このようにして，生成した 4 つのグループのうち，特徴がはっきりしている一つのグループを数値実験に用いた．本グループに属するメンバーの数は 120 である．本グループに属する全てのメンバーの電力需要の形を図 4.6 に，給湯需要の形を図 4.7 に示す．また，電力需要の出現頻度，確率密度，近似確率密度を図 4.8〜図 4.31 に示す．給湯需要の出現頻度，確率密度，近似確率密度を図 4.32〜図 4.55 に示す．

提案手法の効果に対して，年間を通しての評価を行うには，需要パターンのすべてのグループに対する数値実験を行う必要があるが，上記のグループ以外の 3 つのグループにおいては，需要パターンにあまりはっきりとした特徴が認められなかった．このことは数値実験用のデータを作るために用いたクラスター分析の手法に改善の余地があることを示唆している．しかしながら，上に示した実験結果から，提案手法を用いて需要パターンのタイプに応じた CGS の運用計画を策定することにより，年間を通しても一定の効果をあげることができると期待される．

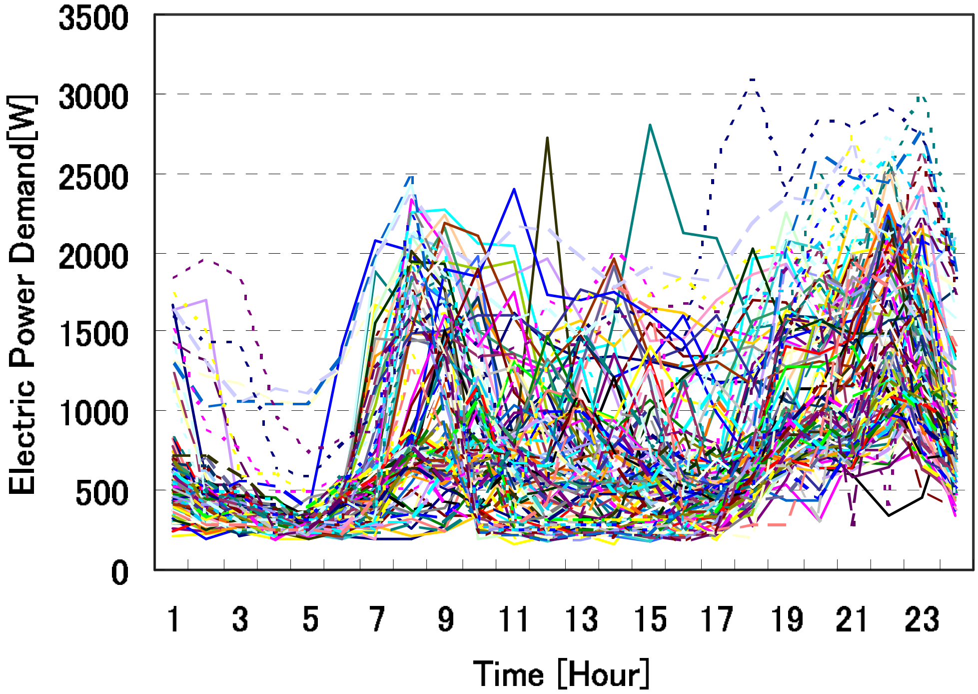

図 4.6 Electric Power Demands

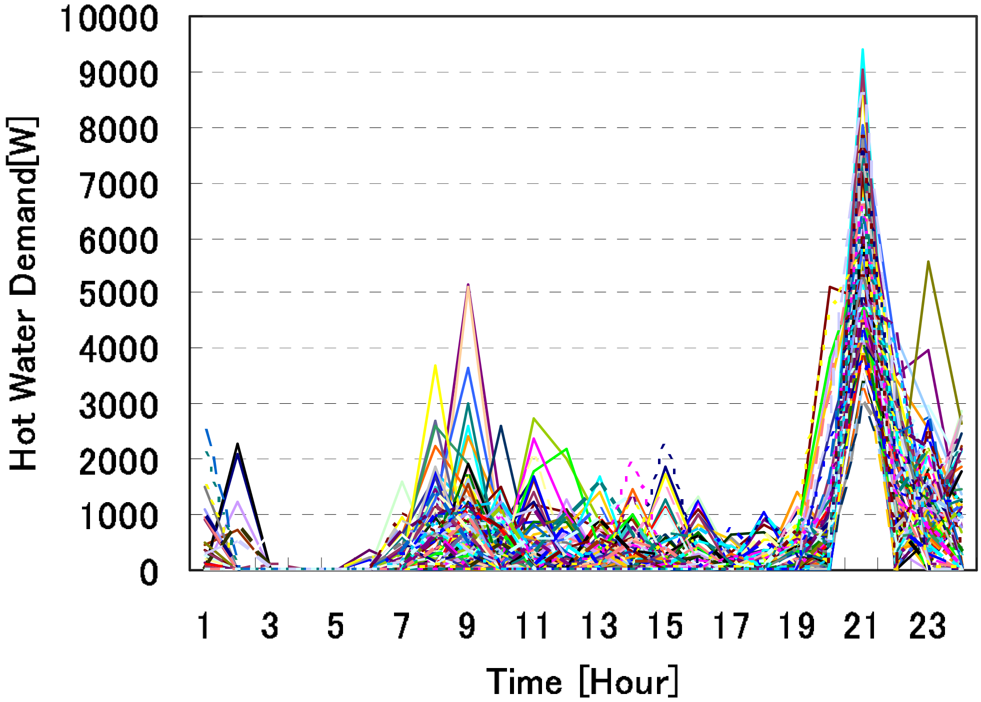

図 4.7 Hot Water Demands

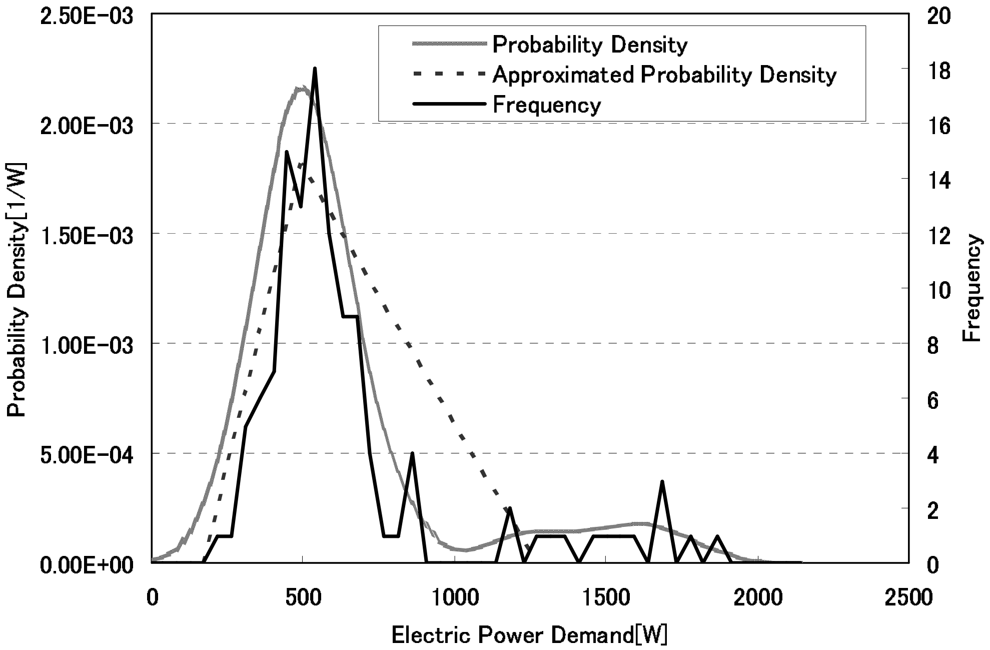

図 4.8 Electric Power Demand of 1 O’Clock

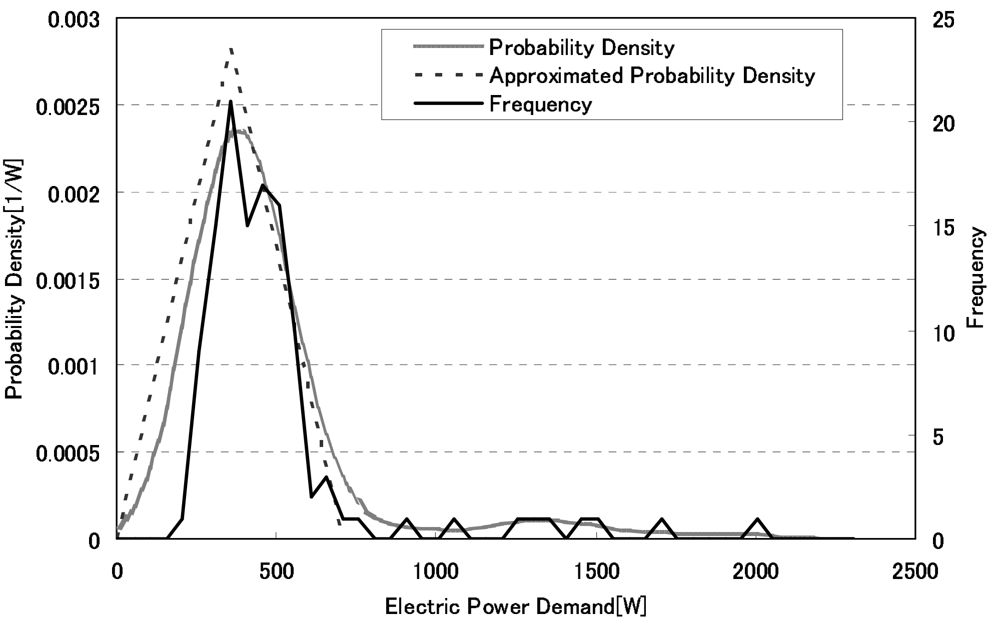

図 4.9 Electric Power Demand of 2 O’Clock

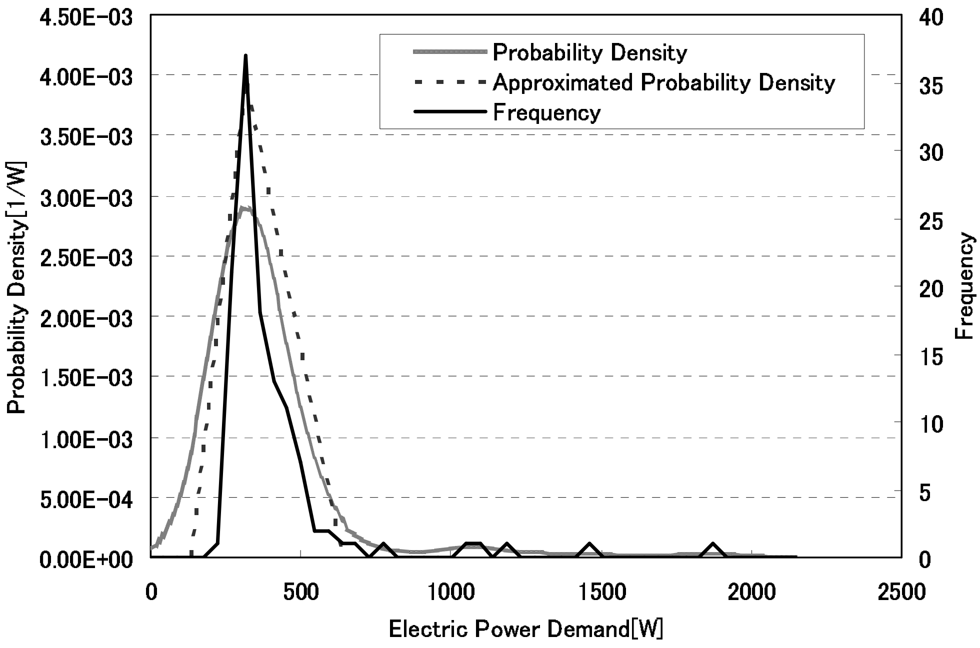

図 4.10 Electric Power Demand of 3 O'Clock

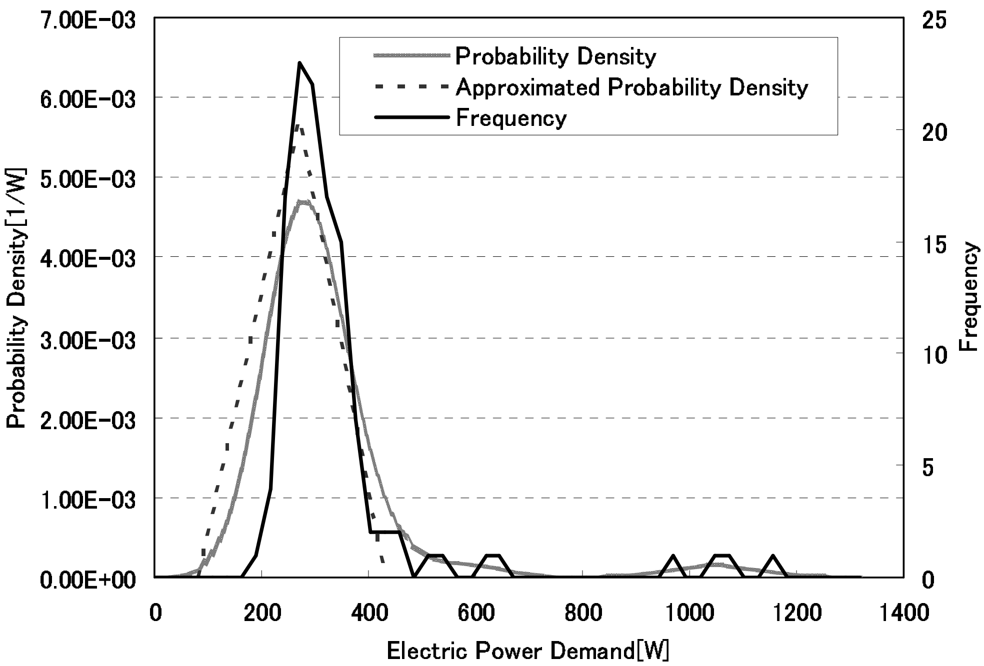

図 4.11 Electric Power Demand of 4 O'Clock

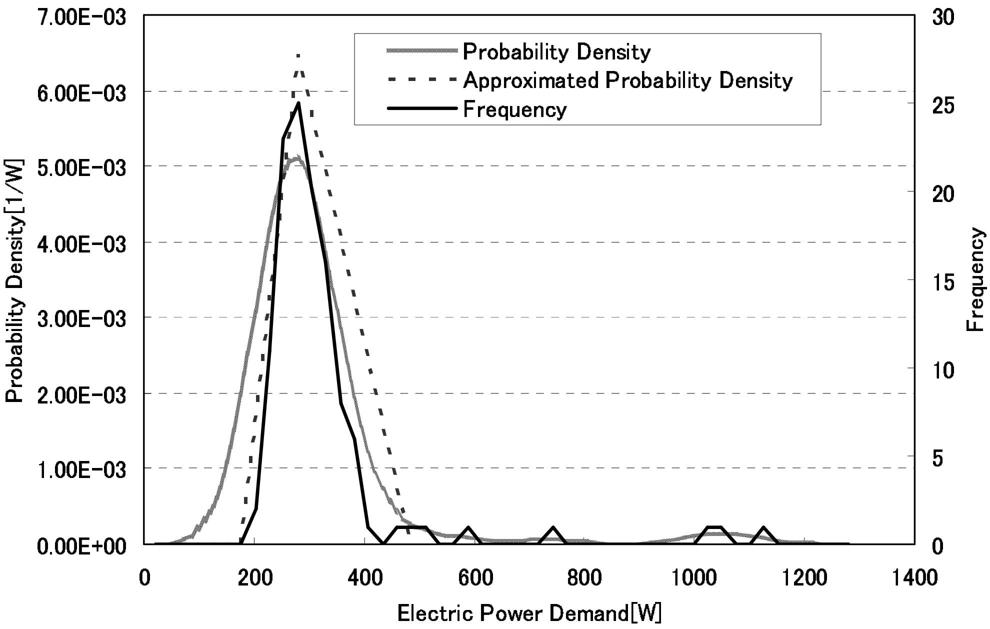

図 4.12 Electric Power Demand of 5 O'Clock

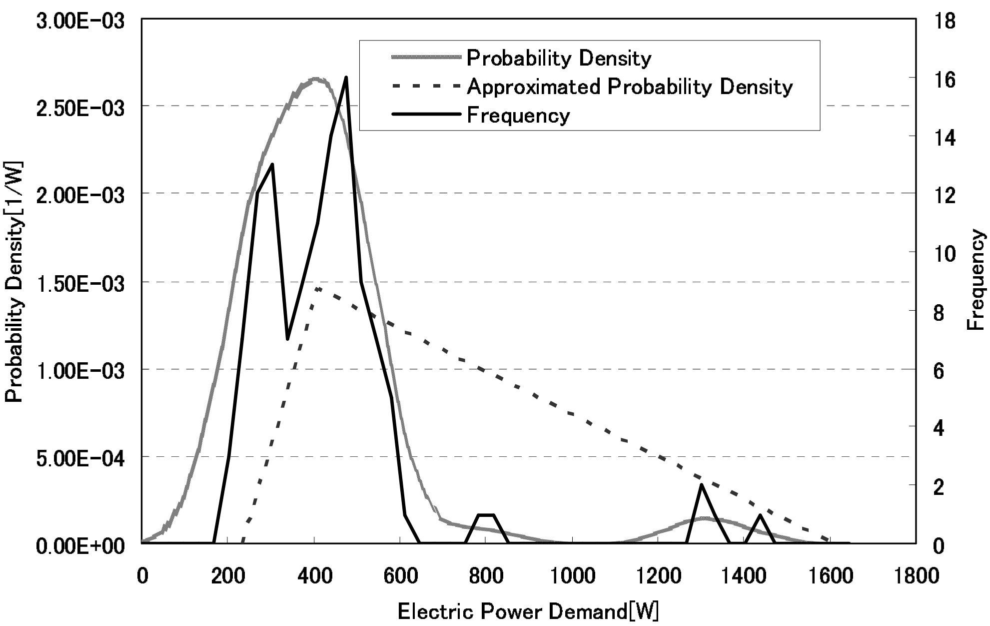

図 4.13 Electric Power Demand of 6 O'Clock

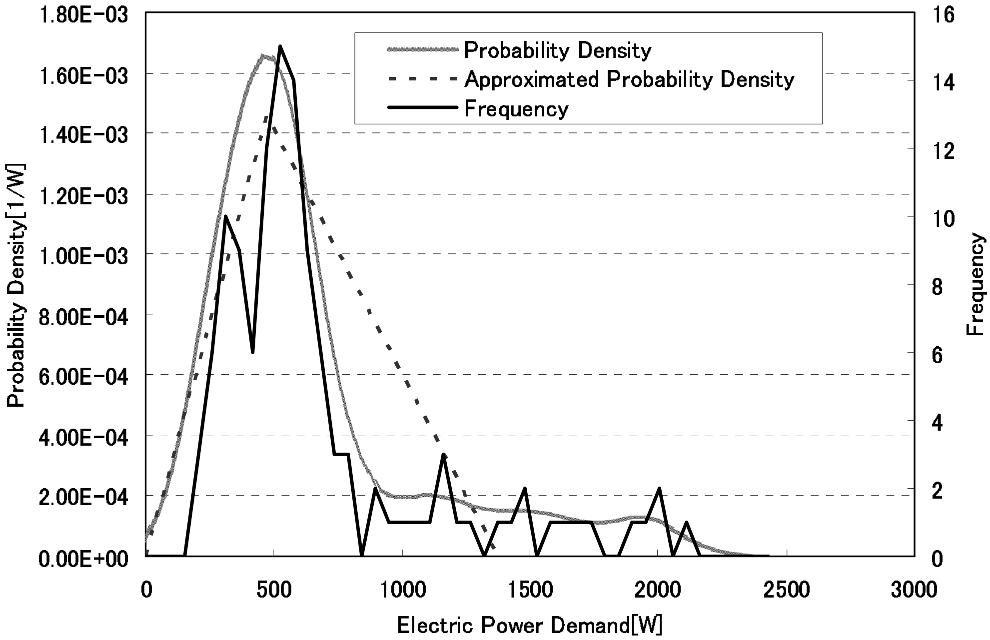

図 4.14 Electric Power Demand of 7 O'Clock

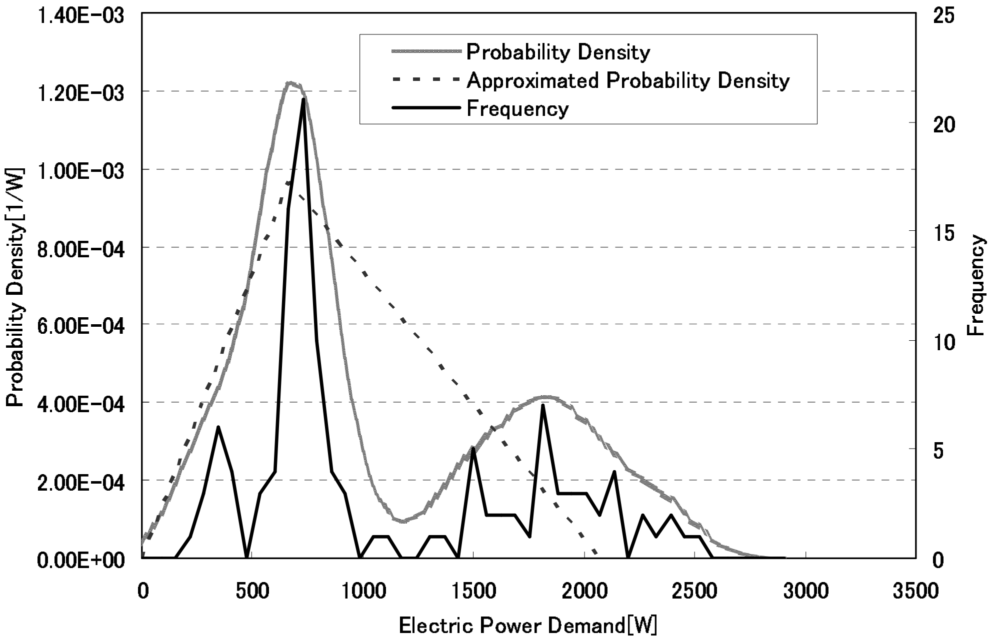

図 4.15 Electric Power Demand of 8 O'Clock

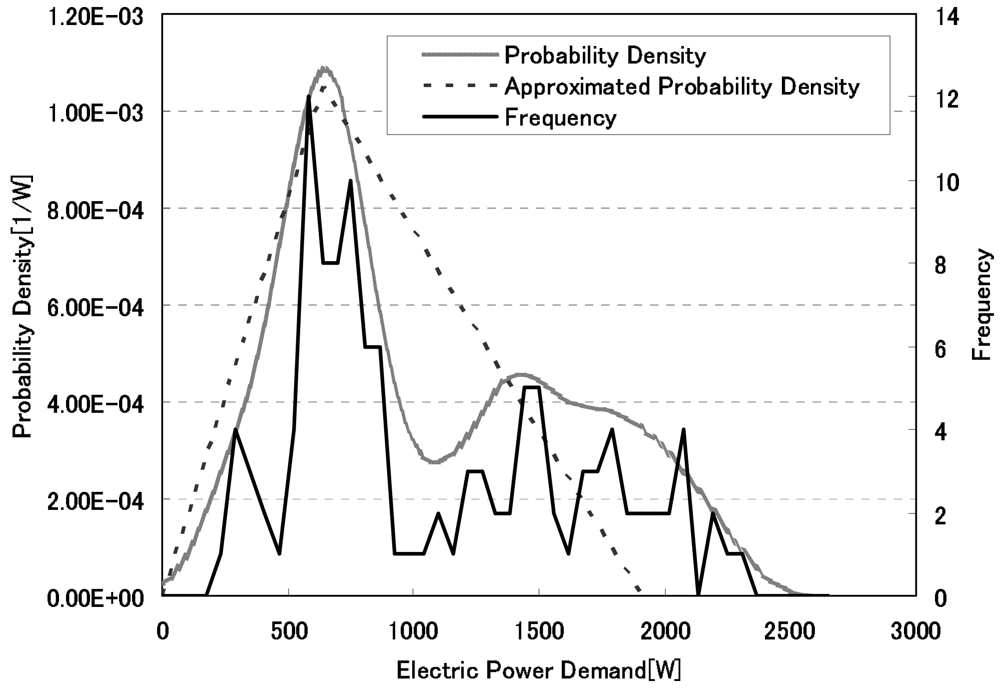

図 4.16 Electric Power Demand of 9 O'Clock

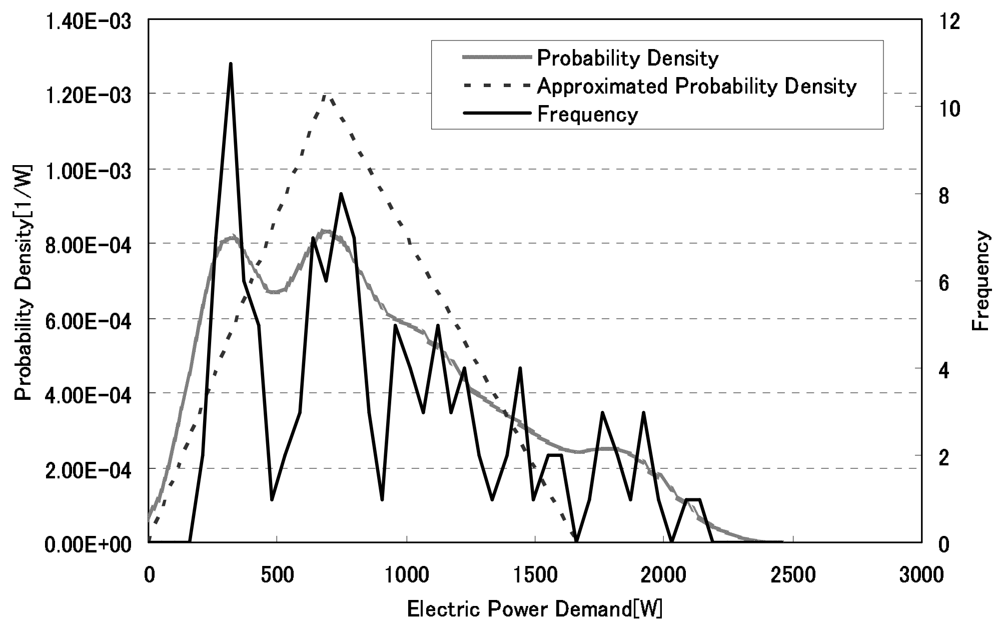

図 4.17 Electric Power Demand of 10 O'Clock

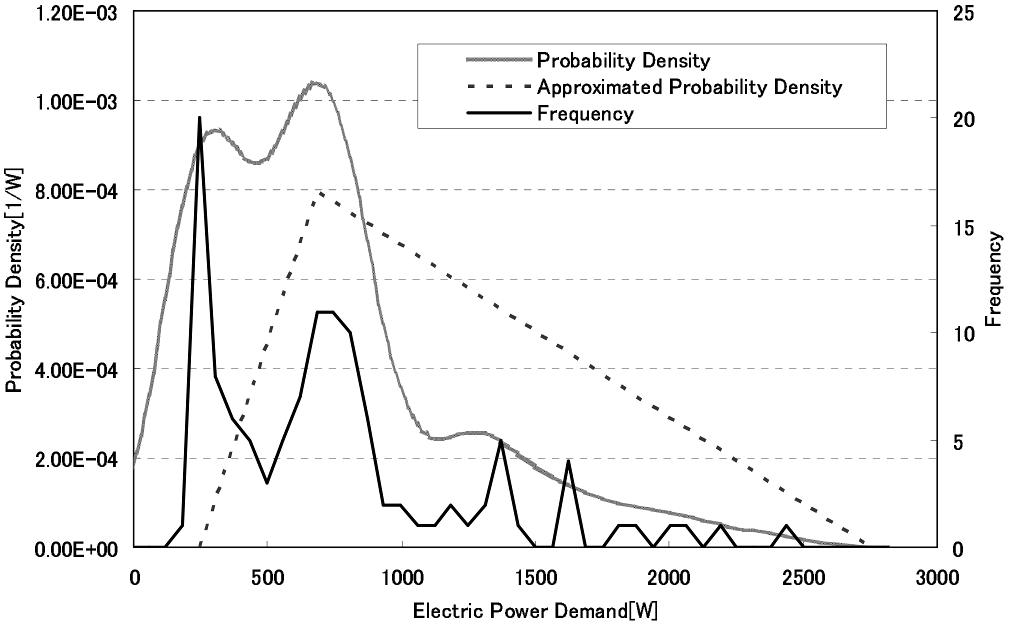

図 4.18 Electric Power Demand of 11 O'Clock

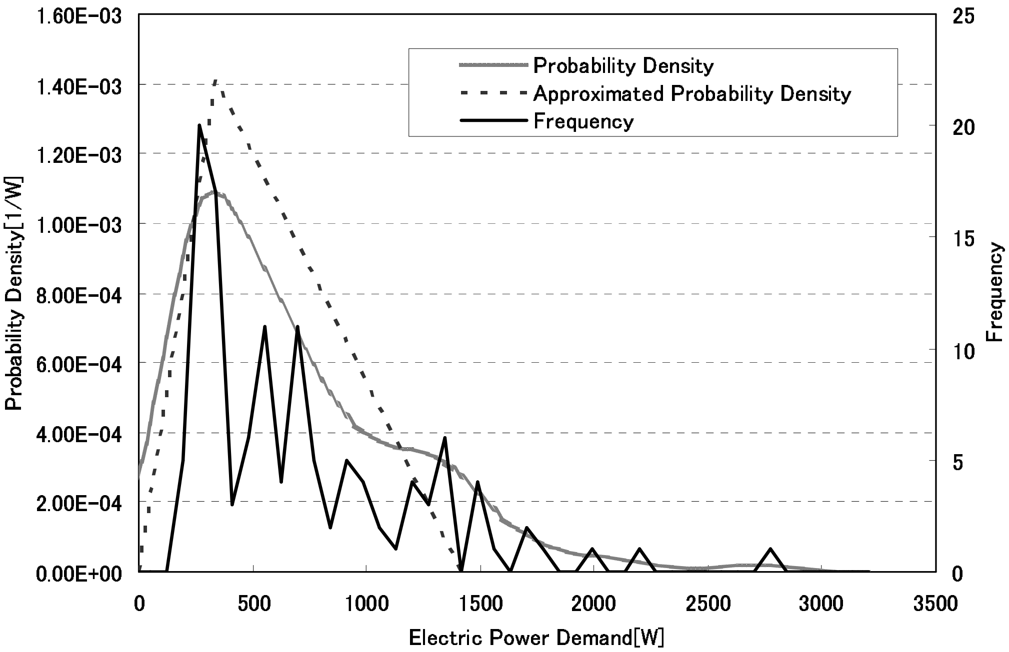

図 4.19 Electric Power Demand of 12 O'Clock

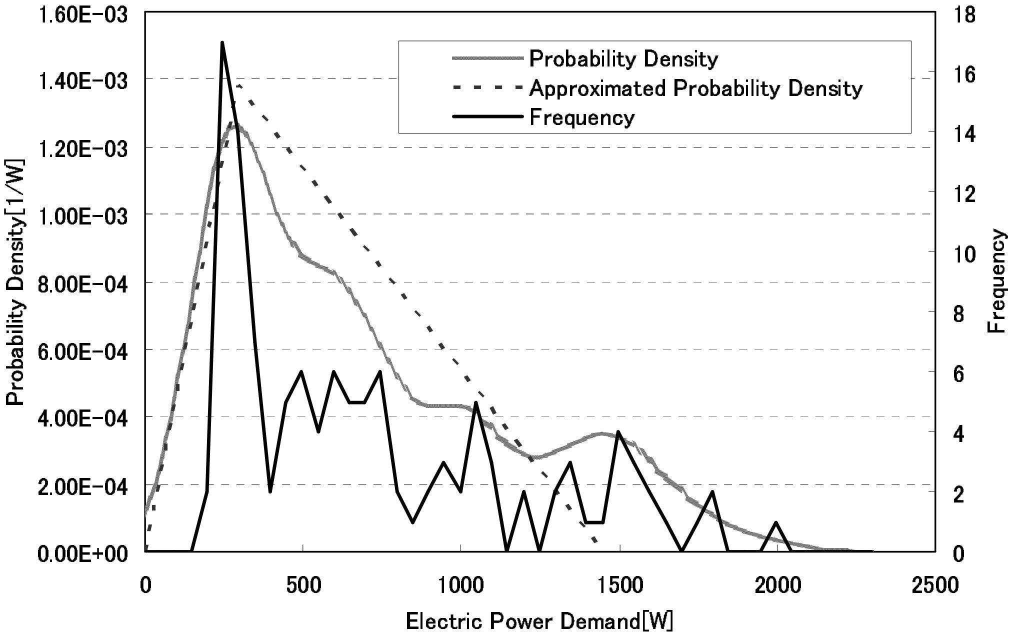

図 4.20 Electric Power Demand of 13 O’Clock

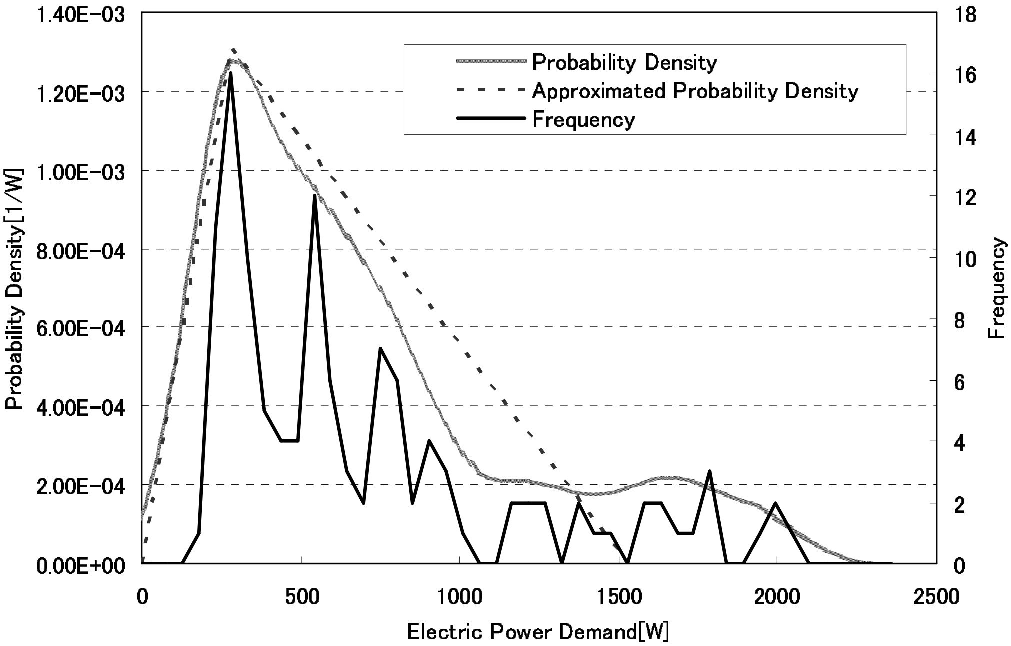

図 4.21 Electric Power Demand of 14 O’Clock

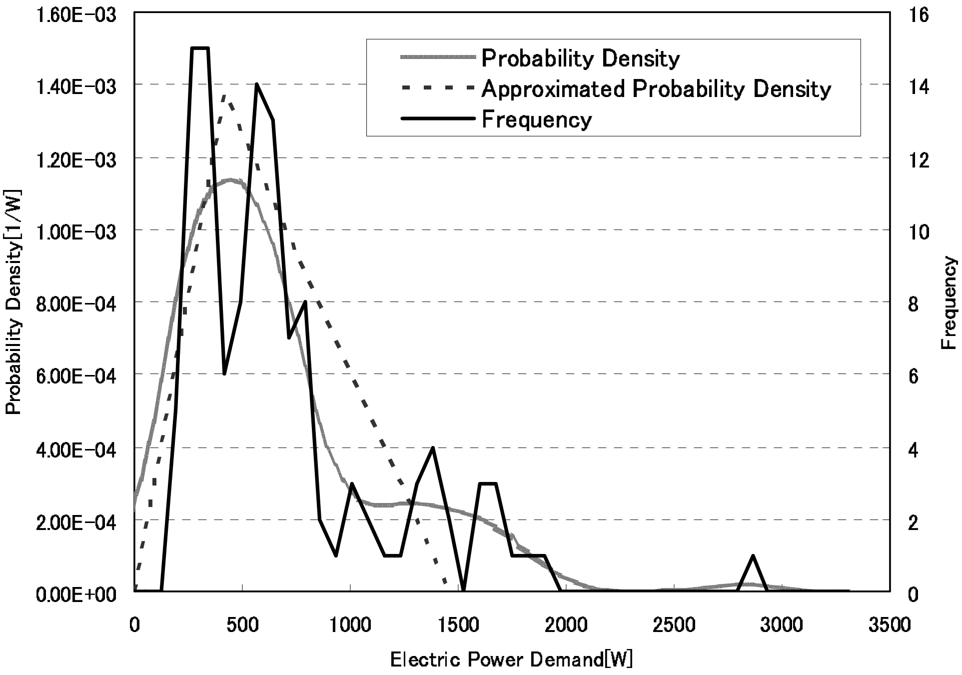

図 4.22 Electric Power Demand of 15 O'Clock

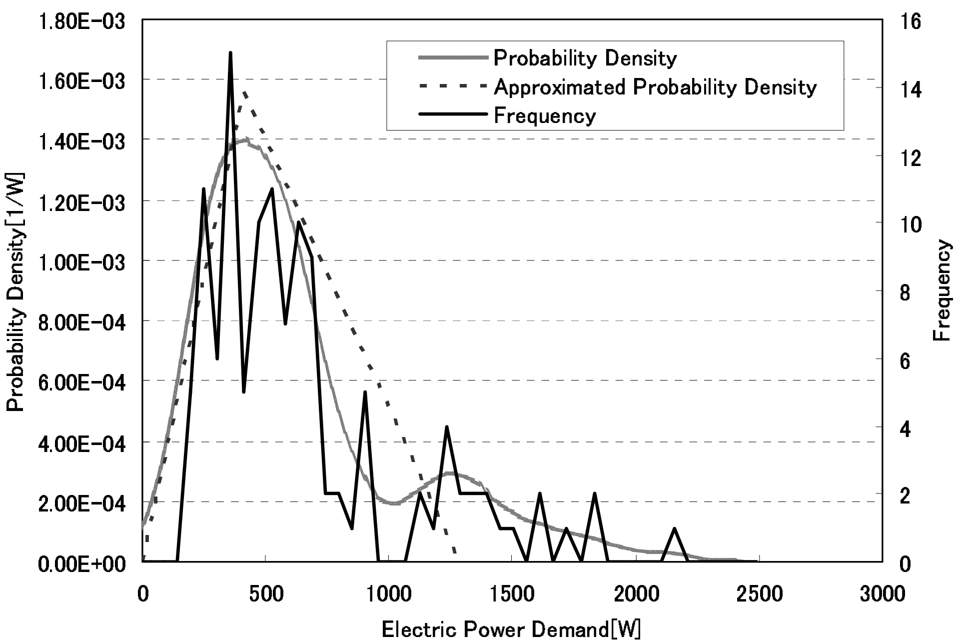

図 4.23 Electric Power Demand of 16 O'Clock

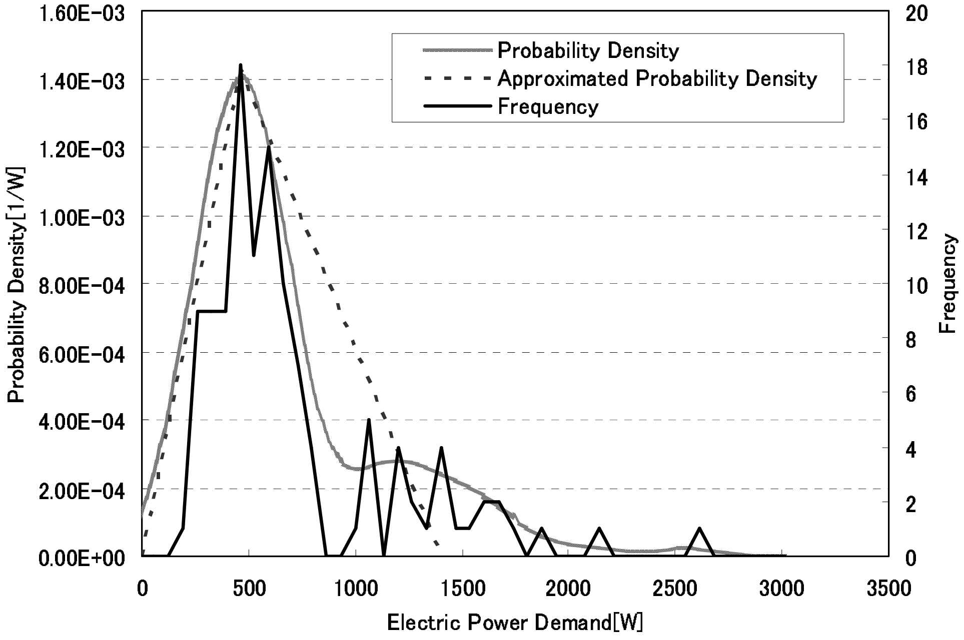

図 4.24 Electric Power Demand of 17 O'Clock

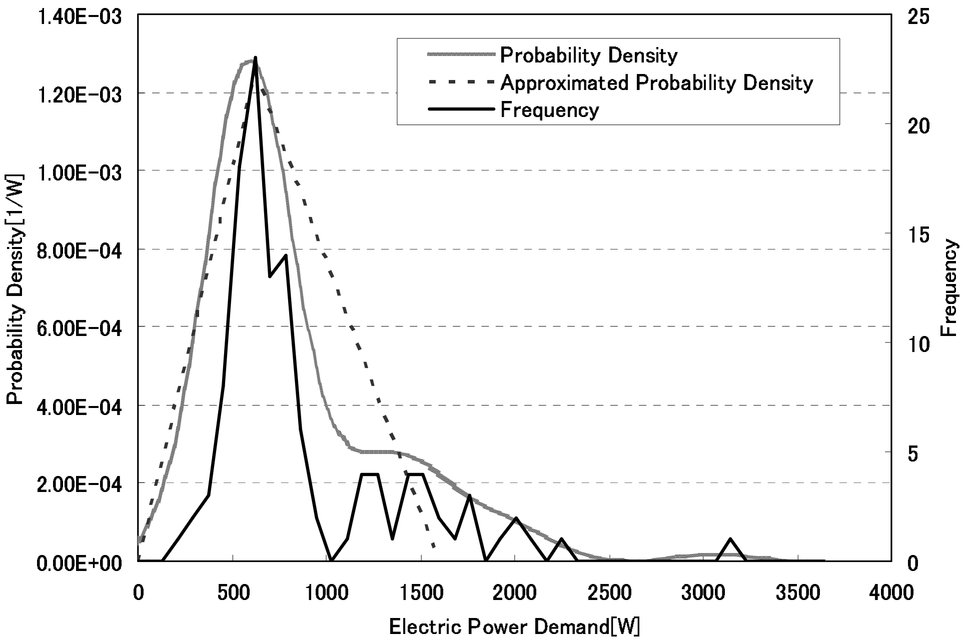

図 4.25 Electric Power Demand of 18 O'Clock

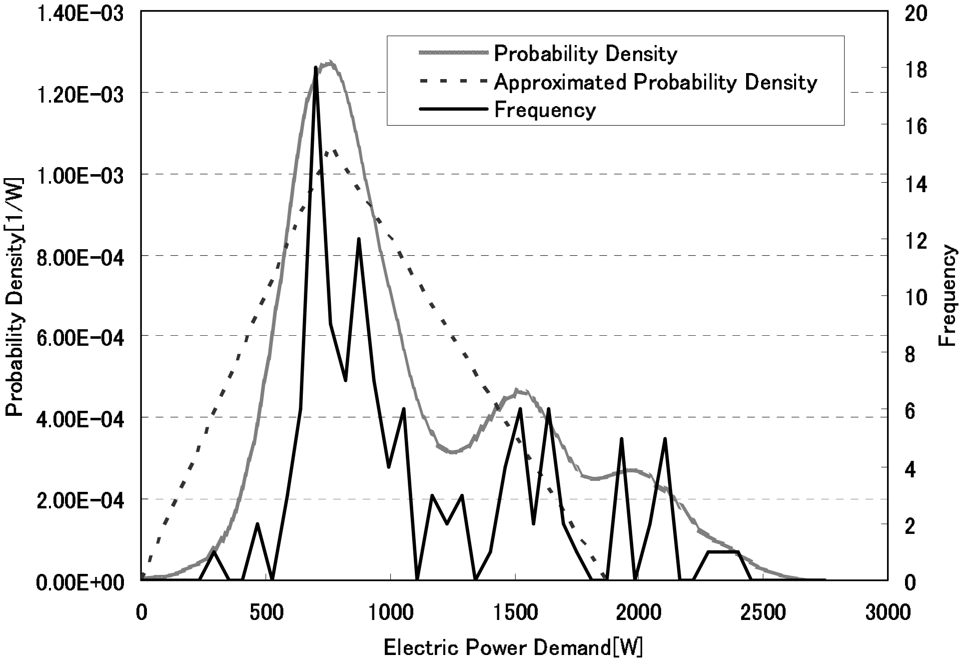

図 4.26 Electric Power Demand of 19 O'Clock

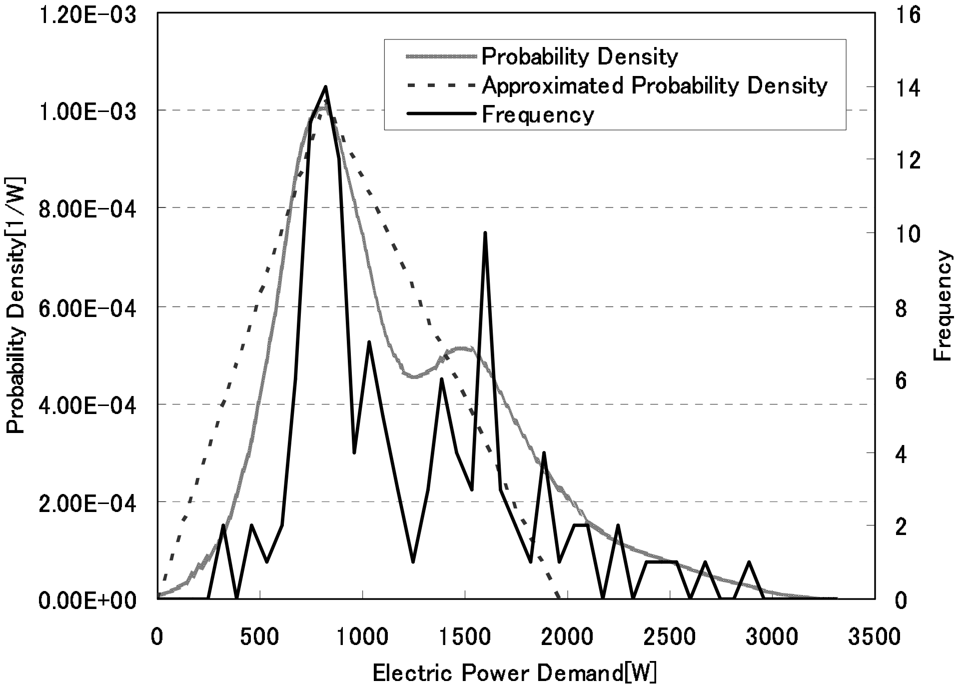

図 4.27 Electric Power Demand of 20 O'Clock

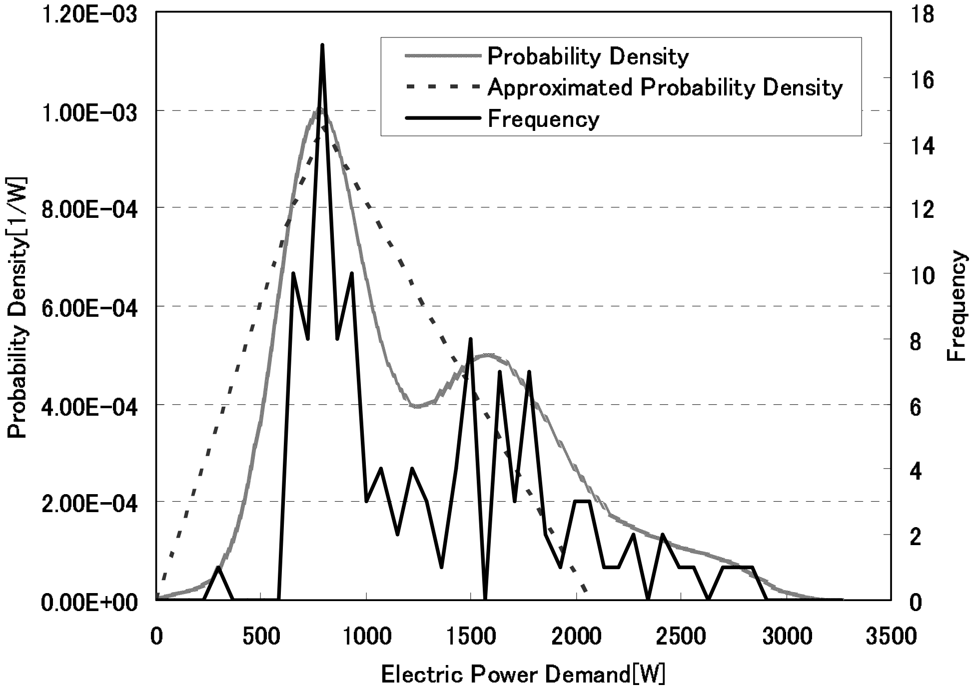

図 4.28 Electric Power Demand of 21 O’Clock

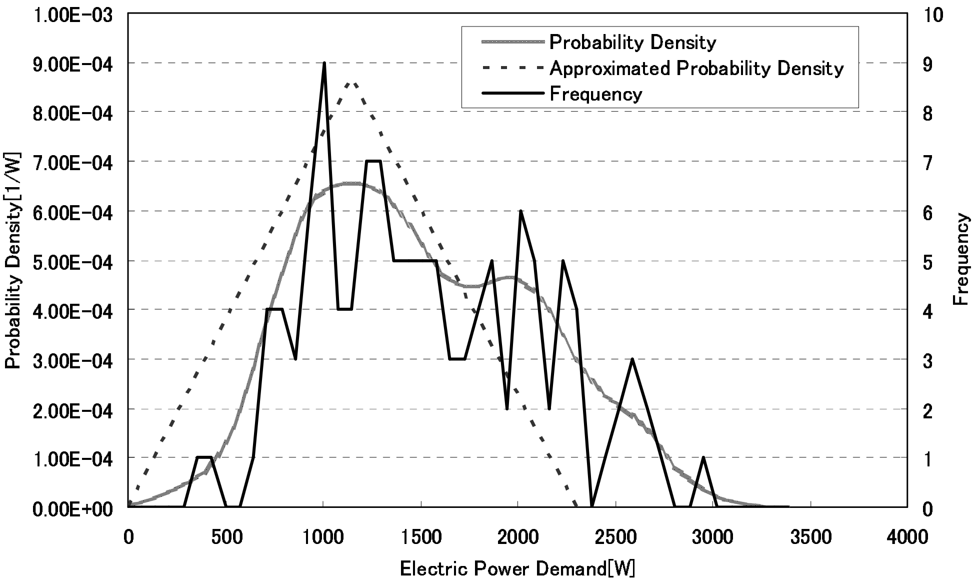

図 4.29 Electric Power Demand of 22 O’Clock

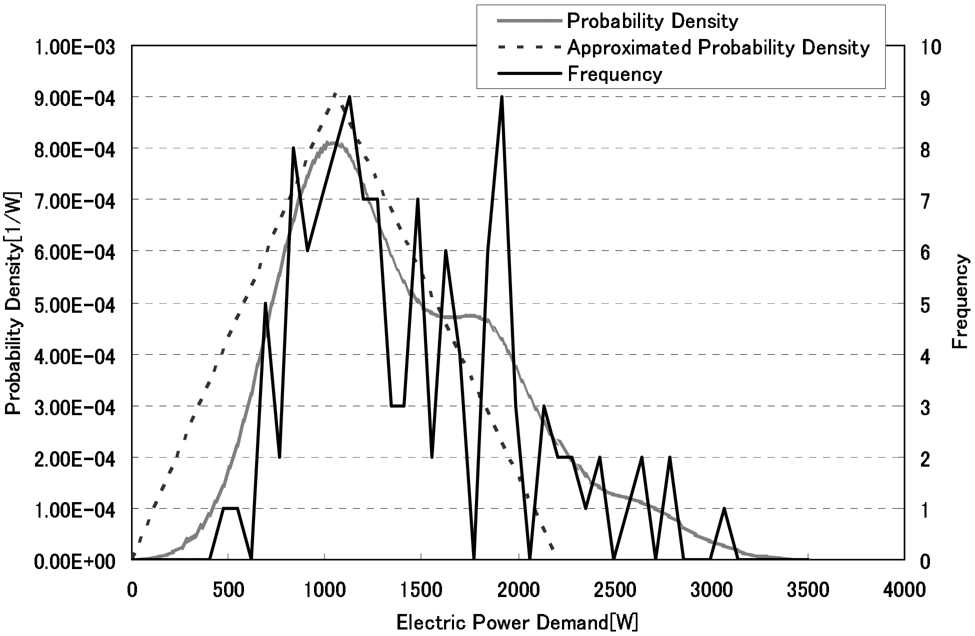

図 4.30 Electric Power Demand of 23 O'Clock

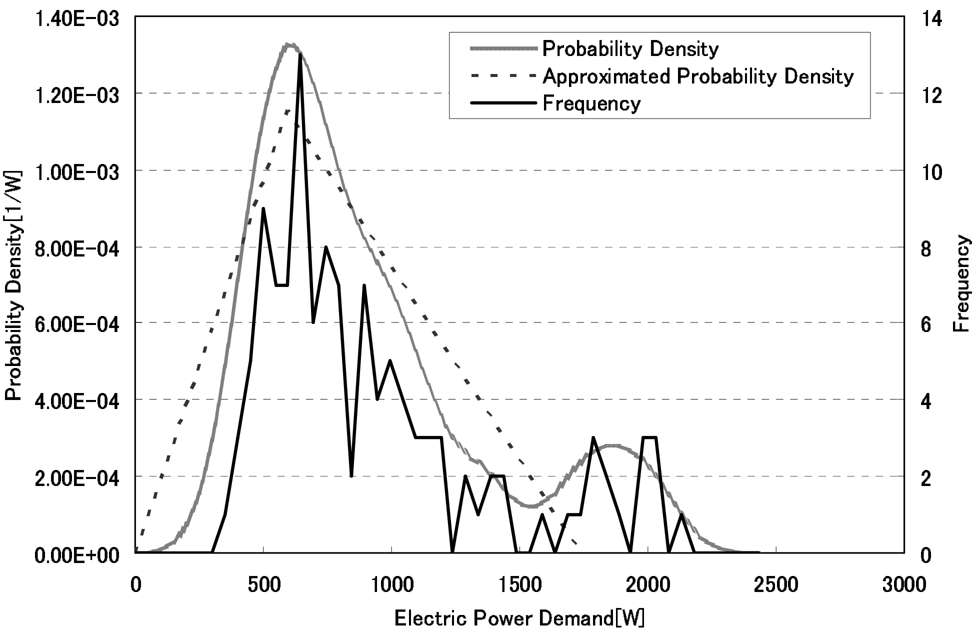

図 4.31 Electric Power Demand of 24 O'Clock

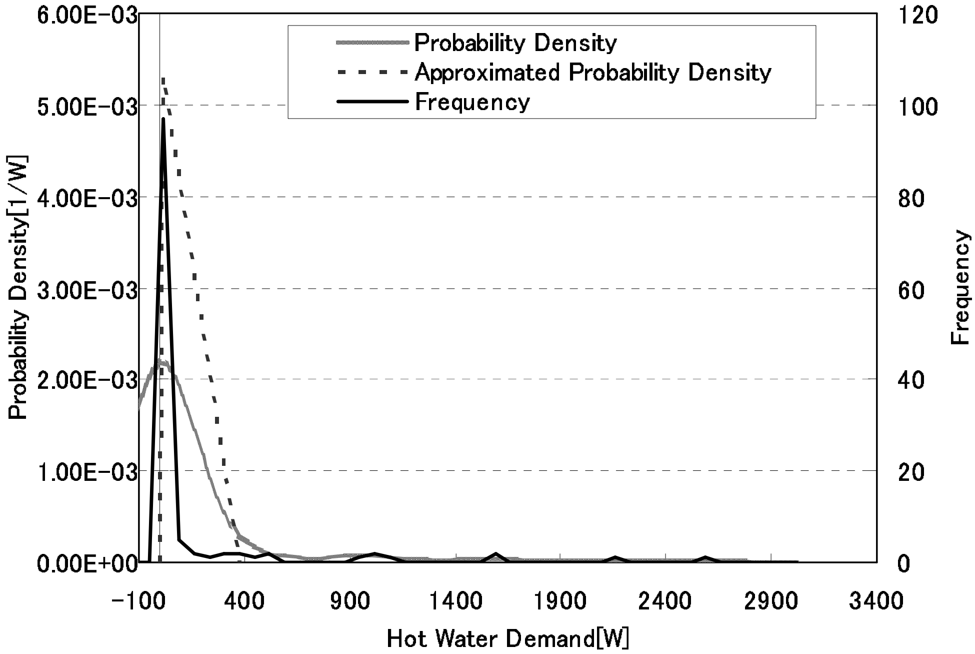

図 4.32 Hot Water Demand of 1 O'Clock

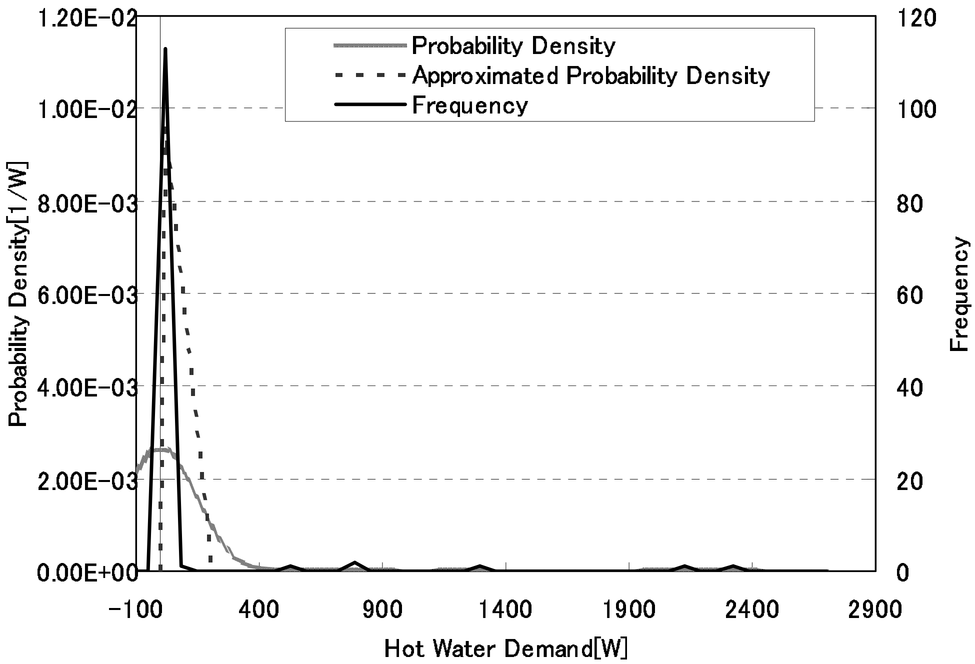

図 4.33 Hot Water Demand of 2 O'Clock

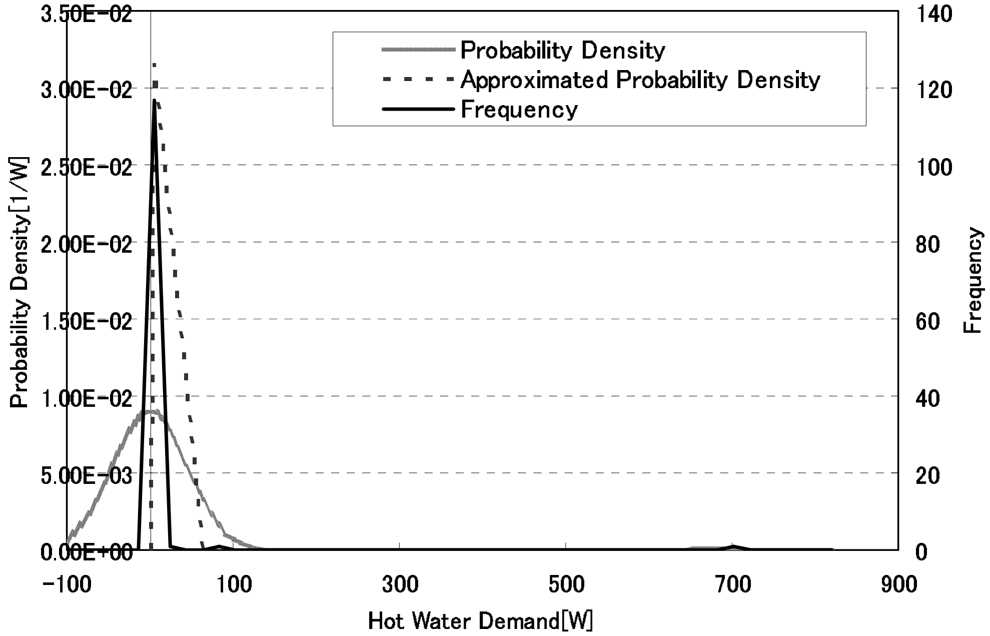

図 4.34 Hot Water Demand of 3 O'Clock

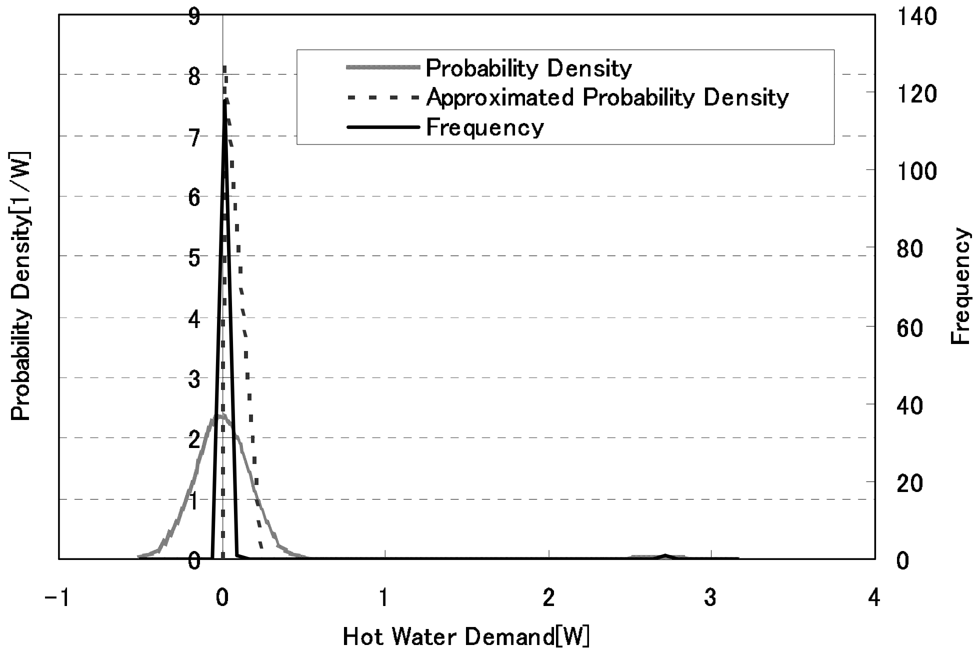

図 4.35 Hot Water Demand of 4 O'Clock

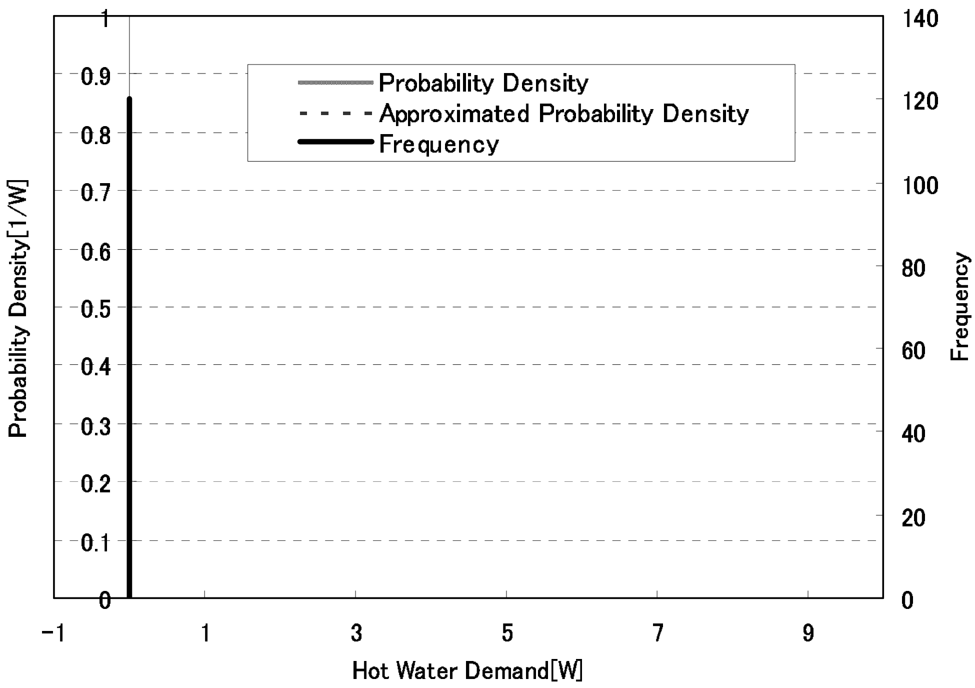

図 4.36 Hot Water Demand of 5 O'Clock

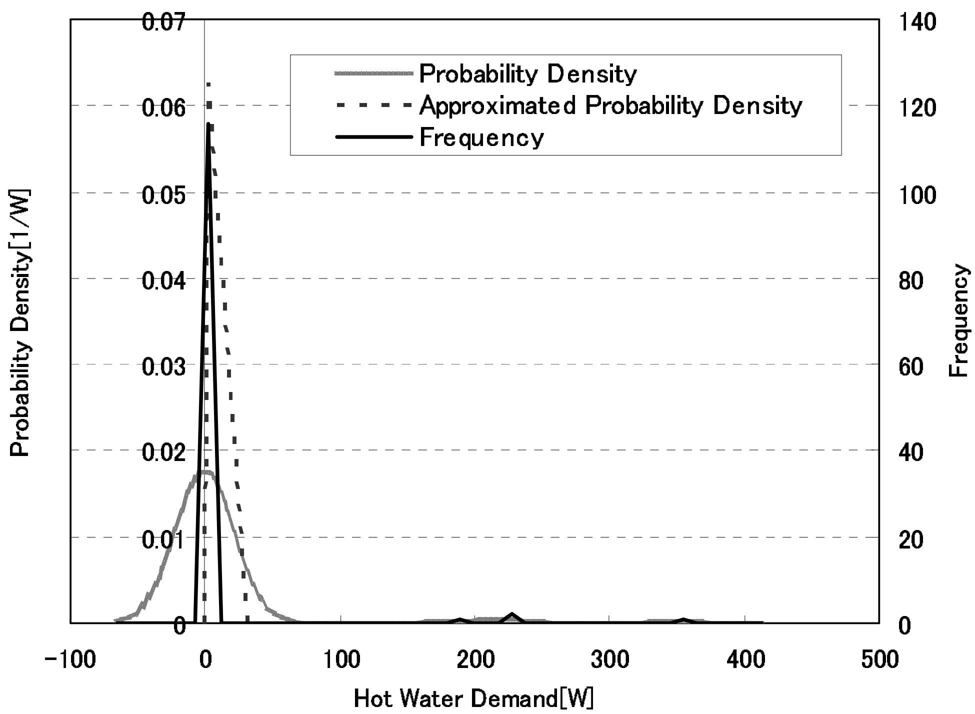

図 4.37 Hot Water Demand of 6 O'Clock

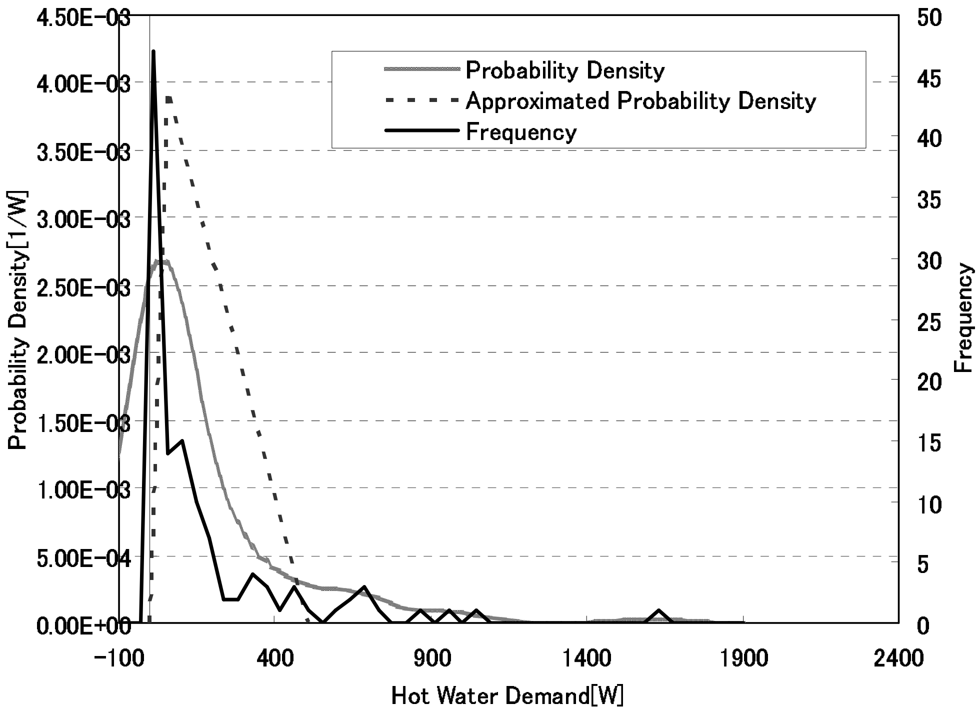

図 4.38 Hot Water Demand of 7 O'Clock

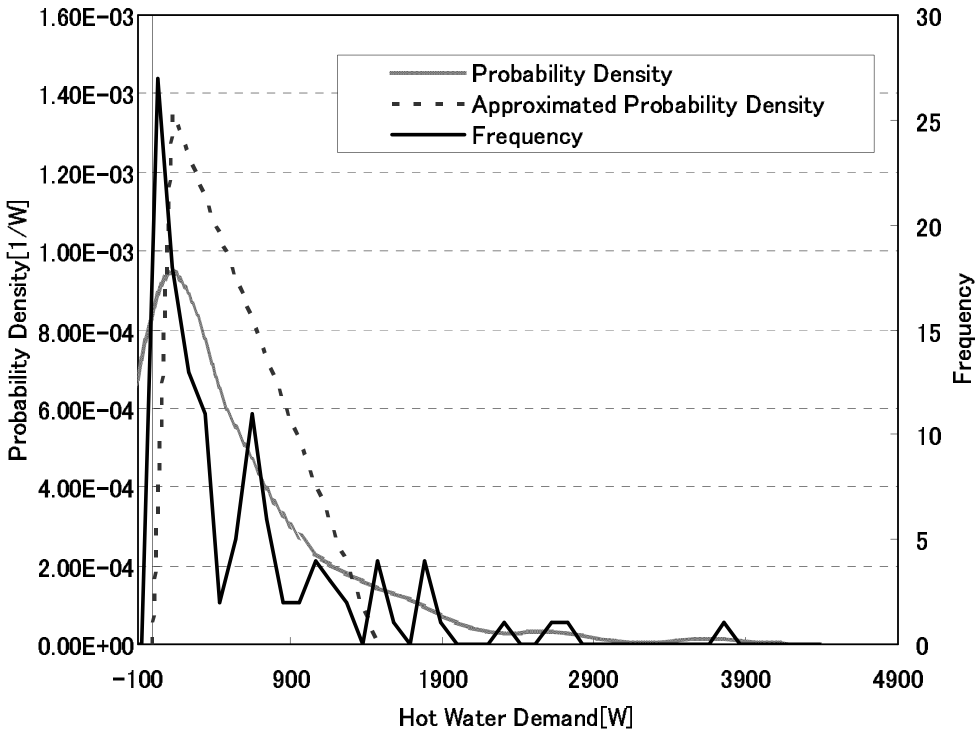

図 4.39 Hot Water Demand of 8 O'Clock

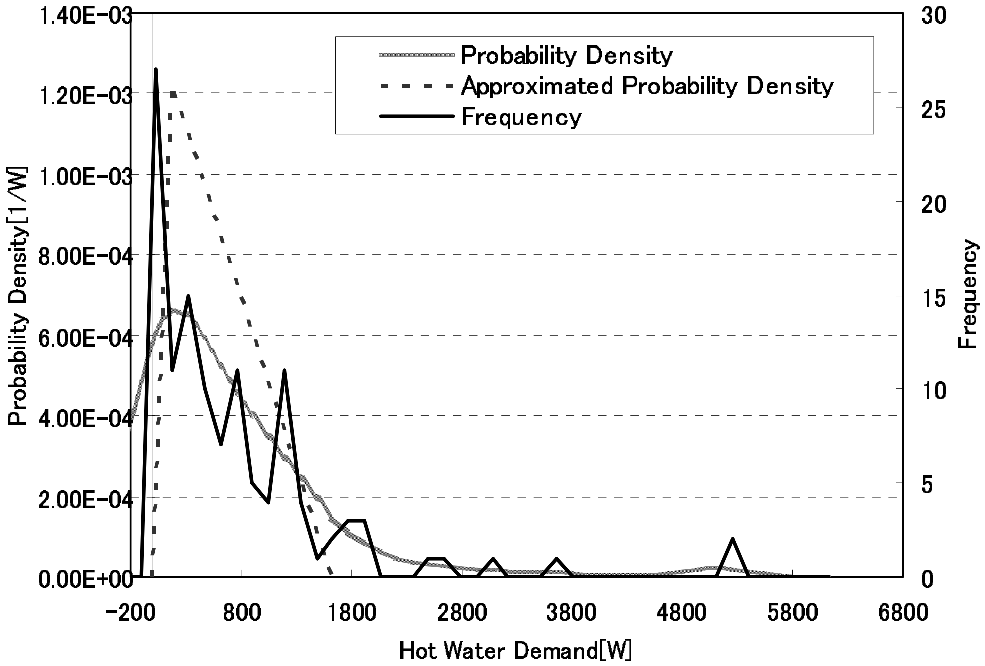

図 4.40 Hot Water Demand of 9 O'Clock

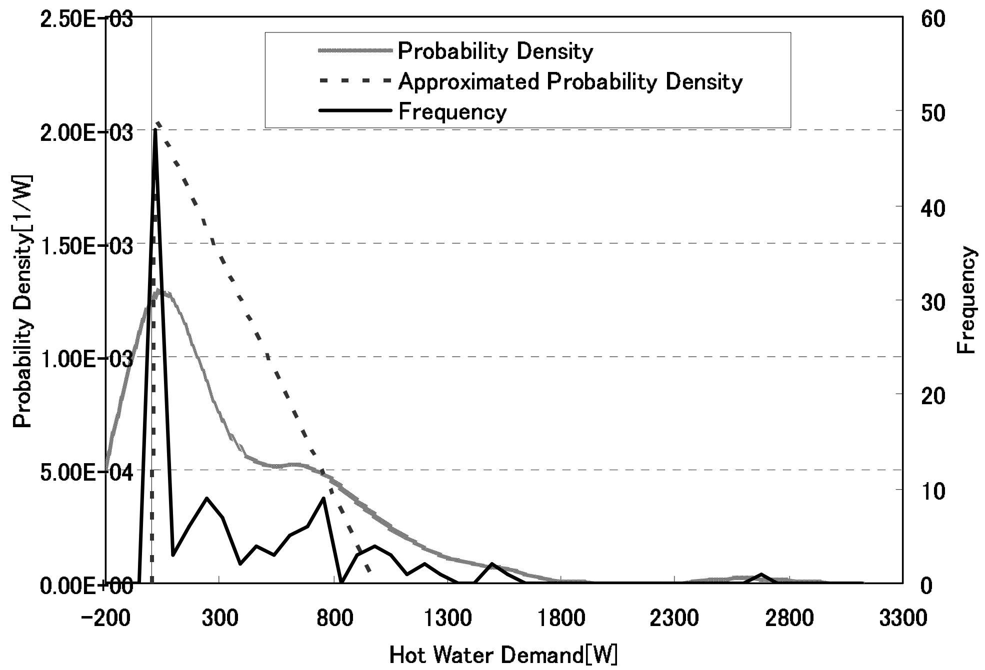

図 4.41 Hot Water Demand of 10 O'Clock

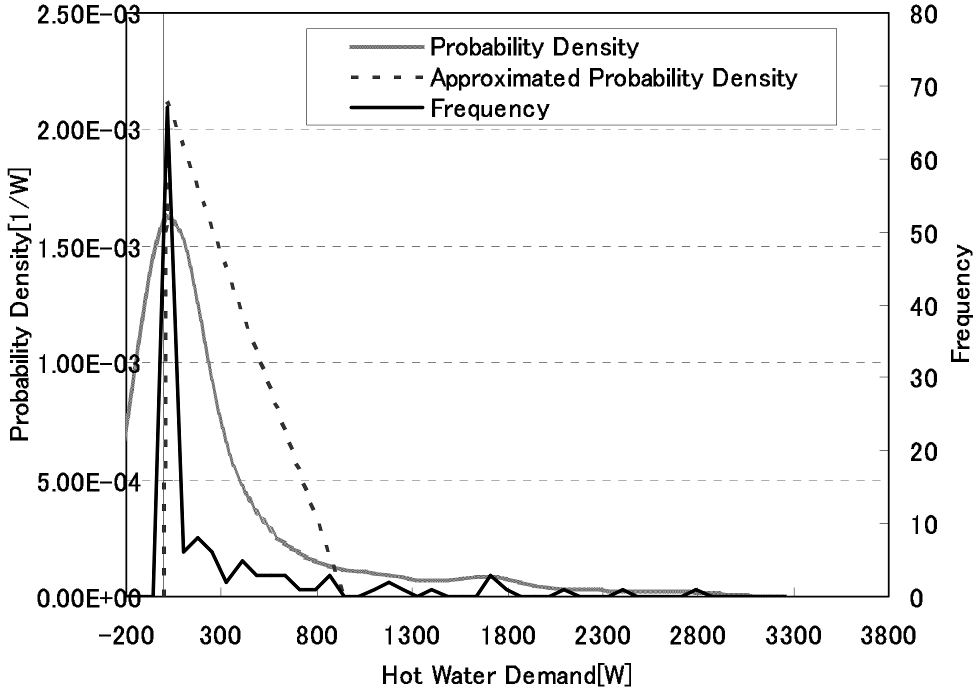

図 4.42 Hot Water Demand of 11 O'Clock

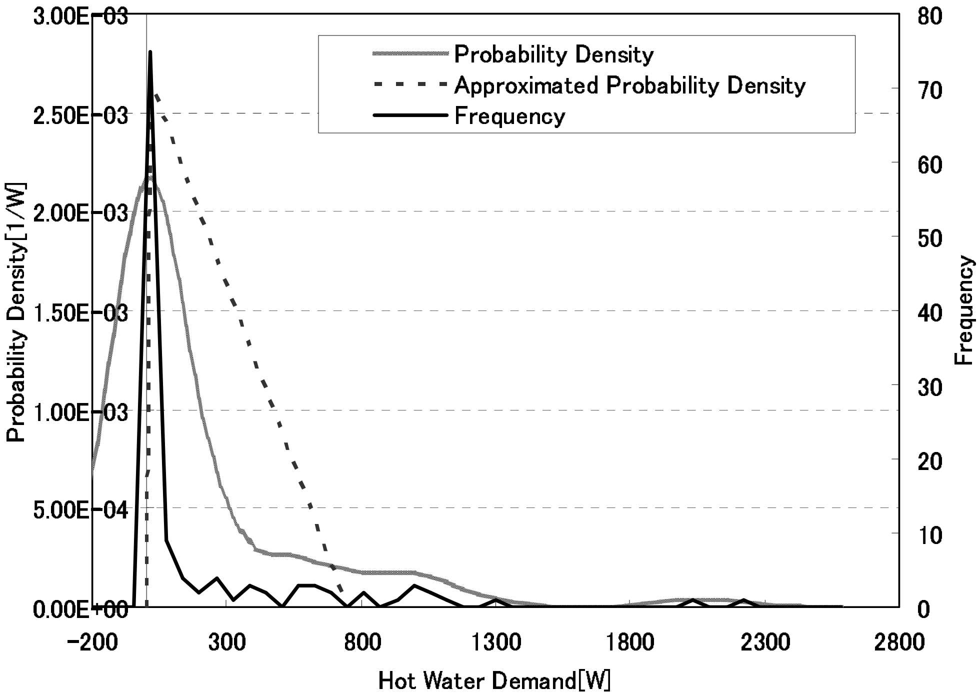

図 4.43 Hot Water Demand of 12 O'Clock

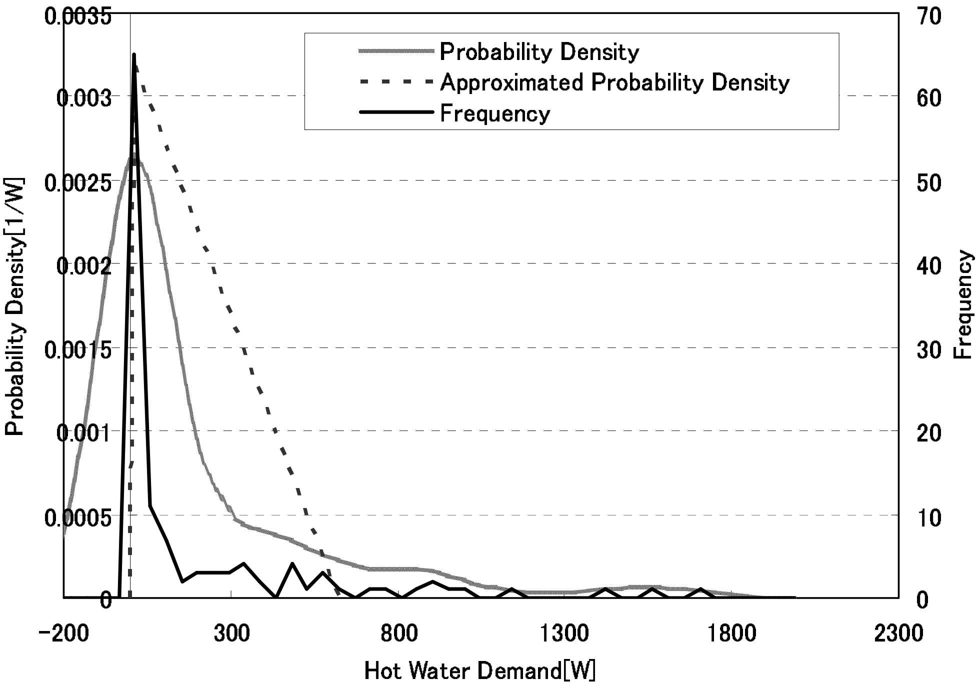

図 4.44 Hot Water Demand of 13 O’Clock

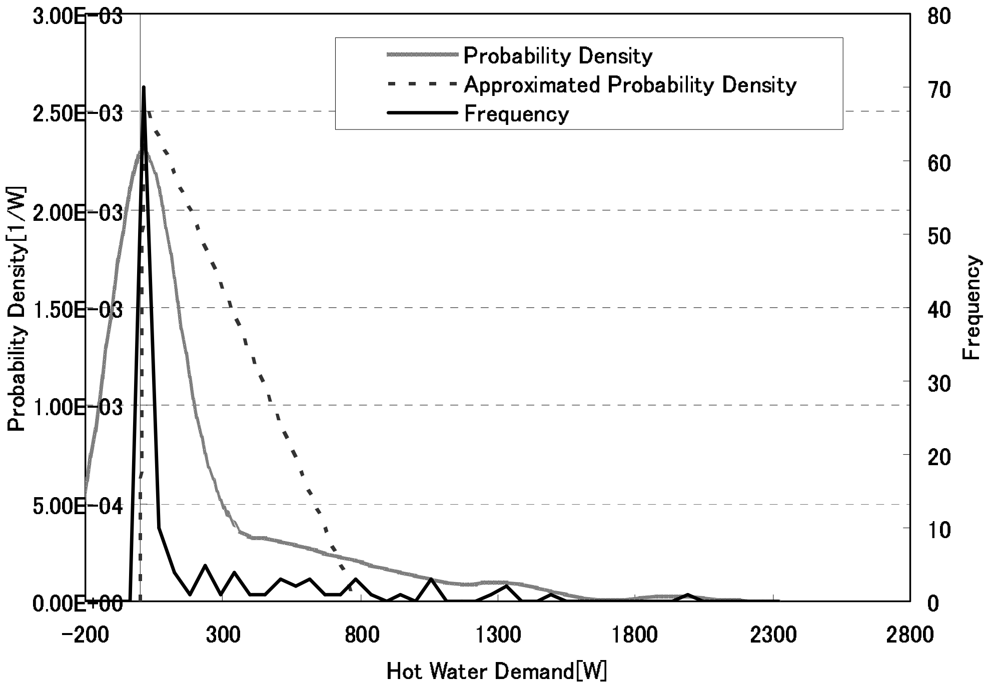

図 4.45 Hot Water Demand of 14 O’Clock

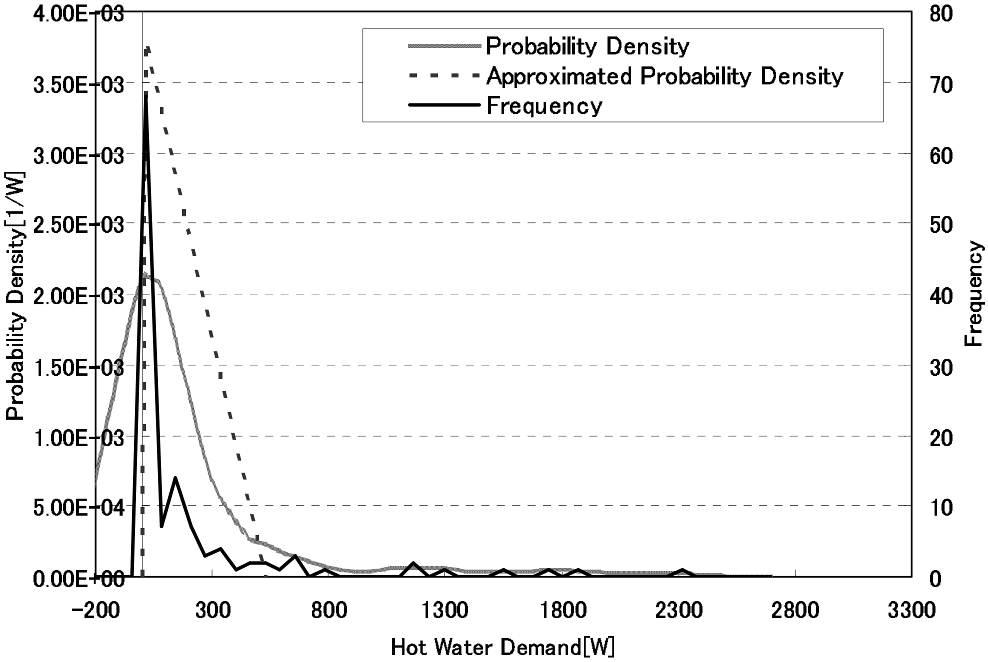

図 4.46 Hot Water Demand of 15 O'Clock

4.4.4　計算条件

数値実験に用いた定数値を表 4.1 に示す.

提案する CGS 運用最適化手法の効果を調べるため，本章で提案する手法 (手法 1) と，典型的な従来手法 (手法 2) により CGS の運転計画を定め，比較を行なった.

手法 1　電力需要，給湯需要を確率変数と捉える手法．目的関数に，商用電力から供給される電力 $\tilde{z}^-(h)$ とバックアップボイラから供給される湯 $\tilde{y}^-(h)$ の期待値を含み，買電に関する機会制約条件を考慮する．(本章で提案する手法)

手法 2 電力需要，給湯需要の平均値を用いて CGS の運転計画を定める手法．商用電力から供給される電力 $z^-(h)$ とバックアップボイラから供給される湯 $y^-(h)$ を確定値とする．評価関数は式 (4.56) となる．また，本手法では，買電量に関する制約条件を設定できないことに注意する．

$$
\begin{aligned}
C_1 & \sum_{h=1}^{H} x(h) + C_2 \sum_{h=1}^{H} \alpha(h) + C_3 \sum_{h=1}^{H} \beta(h) \\
+ & \quad C_4 \sum_{h=1}^{H} (1 - \delta(h)) + C_5 I \\
+ & \quad C_6 \sum_{h=1}^{H} z^-(h) + C_7 \sum_{h=1}^{H} y^-(h)
\end{aligned} \tag{4.56}
$$

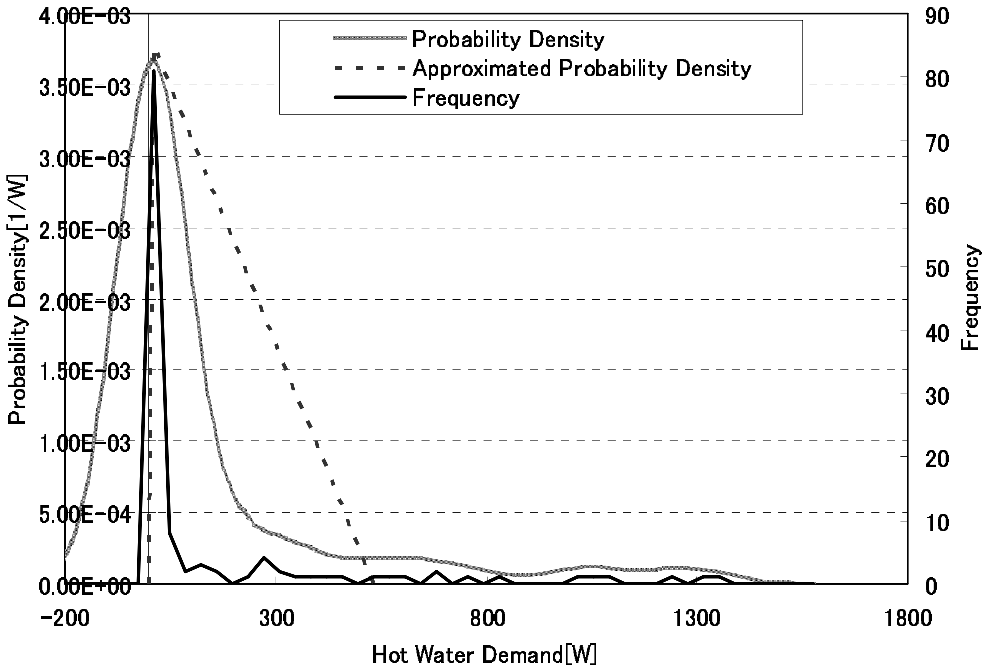

図 4.47 Hot Water Demand of 16 O'Clock

比較は，本数値計算に用いた電力需要と給湯需要のグループのメンバーである 120 個の電力需要と給湯需要について，定められた運転計画に従い CGS を運転したときのコストを算出することによりおこなった．実際の CGS では，電力需要，給湯需要の実現値が計画値を下回る場合，逐次制御により発電出力，給湯出力が減じられるが，本数値実験では，提案手法と従来手法の差異を明確にするため，電力需要，給湯需要がどのようであっても CGS は計画通りの運転を行なうものとする．また，手法 2 では，商用電力の利用量が契約電力を超える確率を一定以内にするように契約電力 I を定めることが出来ないことから，本評価では手法 1，手法 2 ともに，契約電力 I は，手法 1 により定めた値とした．

4.4.5 計算結果

運用計画

手法 1，手法 2 により求めた CGS の運用計画を図 4.56，図 4.57 に示す．手法 1 により求めた契約電力量は $I = 1691$[W] であった．

コストの比較

各時間における電力需要，給湯需要の出現確率密度分布を求めるために用いた 120 個の電力需要と給湯需要を，それらの実現値として，手法 1 と手法 2 により求めた運転計画の評価を行なった．特に，120 個の電力需要と給湯需要について，図 4.56，図 4.57 に示す運用計画に従い，CGS を運転したと

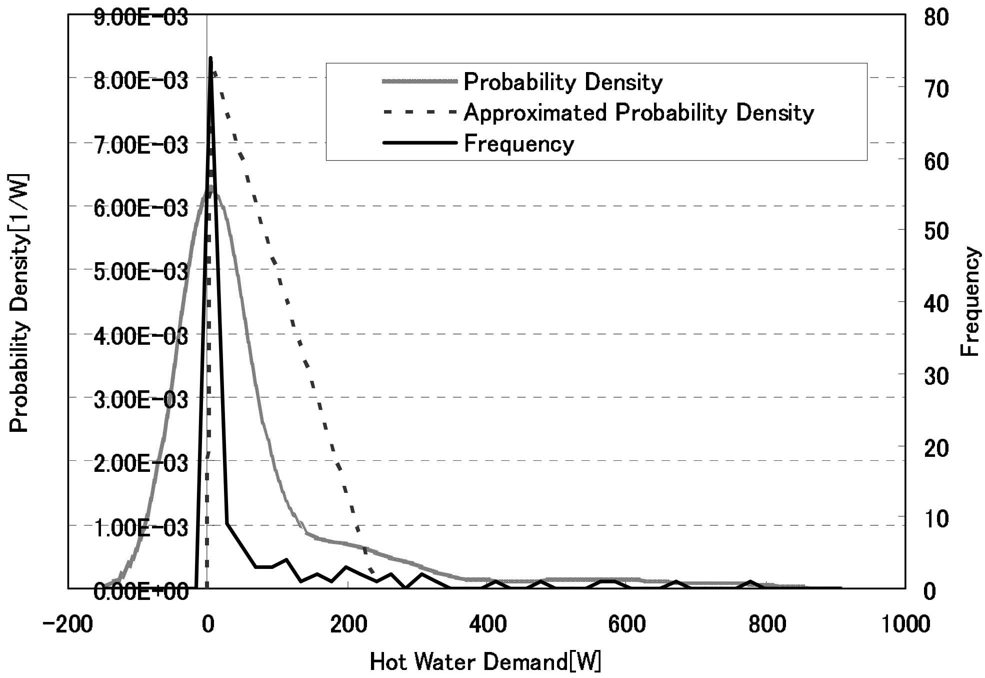

図 4.48 Hot Water Demand of 17 O'Clock

きのランニングコストを計算した．

図 4.58 に，全 120 試行に関する，手法 1 の手法 2 に対するランニングコスト削減割合を示す．図より，殆どのケースにおいて，ランニングコストの低減が認められ，コスト削減割合が 4%を超える場合も多いことが分かる．中にはランニングコストが逆に増加する試行もあるが，提案手法では，コストの期待値が最小化するように運転計画を定めており，全ての電力需要，給湯需要の実現値に対してコストを削減することは保証していないため，このような試行が存在するのは自然な現象である．

手法 1 のランニングコストの平均は 903.7，手法 2 の平均は 923.2 であり，平均では 2.1%のランニングコスト削減であった．

契約受電量の最適値

契約電力が守られる確率 γ を 0.7〜0.99 に変化させたときの，最適な契約電力を図 4.59 に示す．図において，$\gamma = 0.85$ で契約電力が一旦下がるのは，運転計画が変更されるからである．図 4.60 に，$\gamma = 0.8$ のときの運転計画と，$\gamma = 0.85$ のときの運転計画を示す．$\gamma = 0.8$ までは，11 時に発電せずに，電力を購入する方がランニングコストが小さかったが，$\gamma = 0.85$ からは発電した方がランニングコストが小さくなる．

本事例により，本章で提案する最適化手法は，契約電力を，運転計画と連動させて最適化できることが分かる．

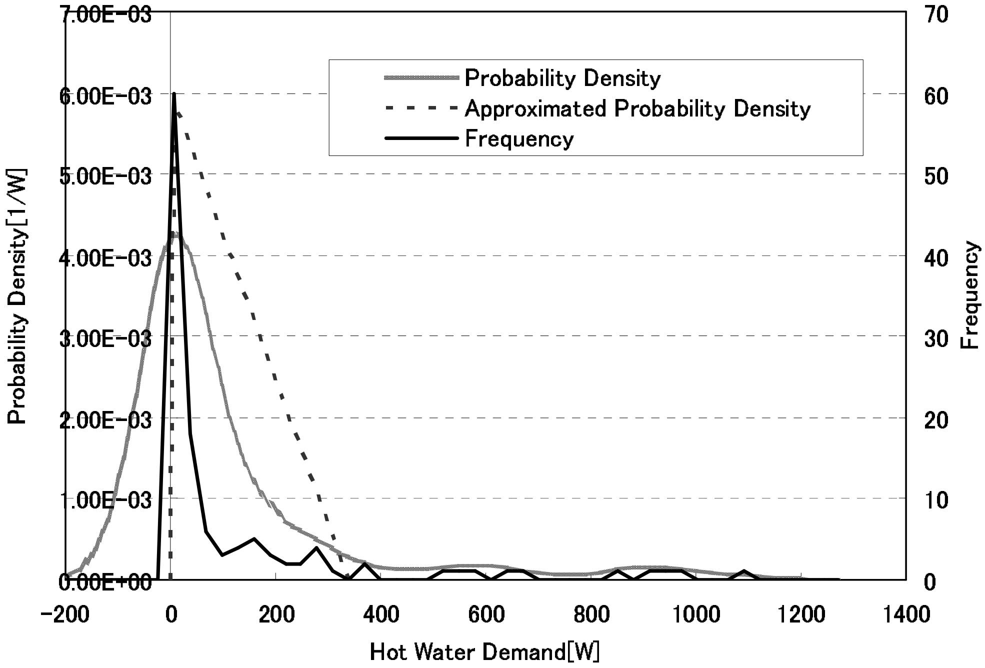

図 4.49 Hot Water Demand of 18 O'Clock

4.5 おわりに

CGS の運転計画問題を，商用電源からの電力購入とバックアップボイラの出力を償還請求と考えたリコース費用と，契約受電量の超過率を一定以下に保つ機会制約条件の両方を含む確率計画問題と捉えて定式化し，区分線形近似により，混合整数計画問題に帰着させて解を得る手法を提案した．数値実験により，本章で提案する手法が，電力需要，給湯需要の平均値に対して運転計画を策定する従来手法に対して 2%程度ランニングコストを削減できることを示した．

また，契約電力が守られる確率を変化させたときの，最適な契約電力を調べ，運転計画と契約電力が連動して最適化されていることを確認した．

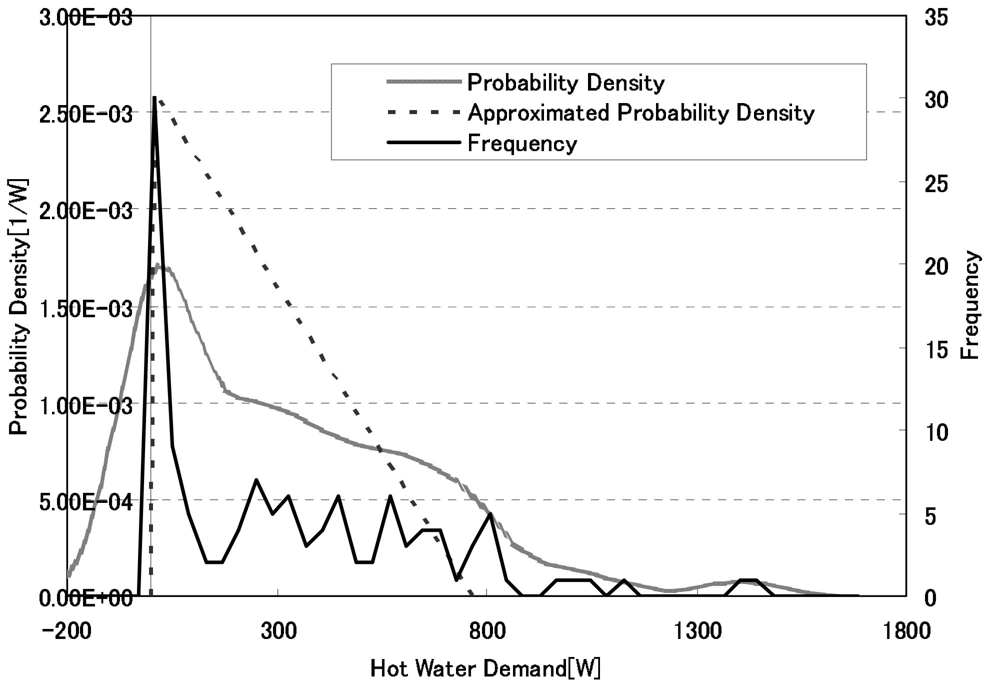

図 4.50 Hot Water Demand of 19 O'Clock

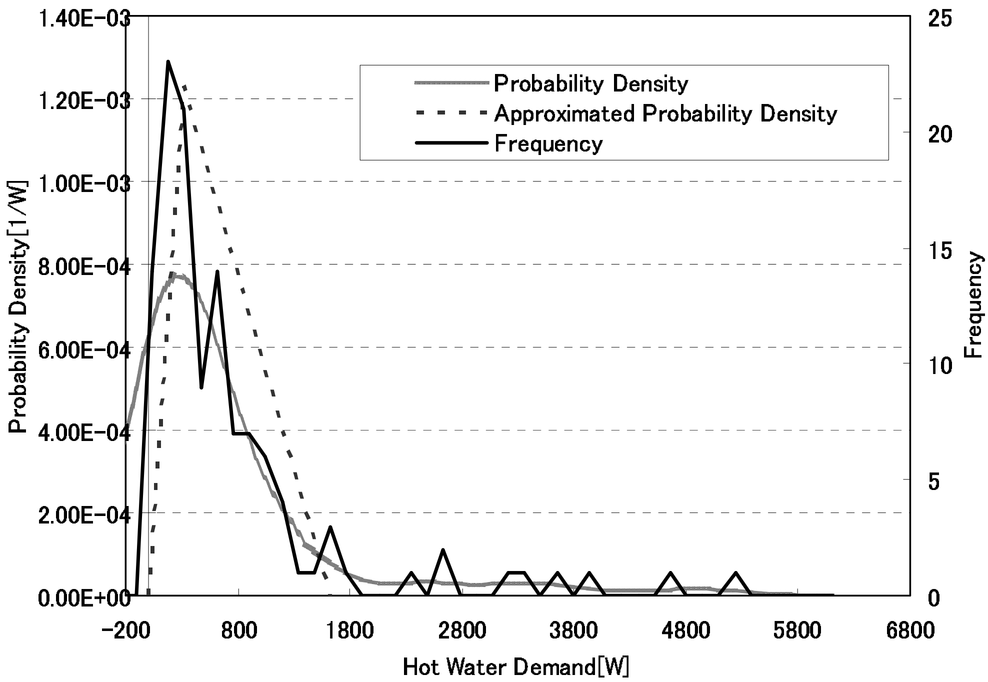

図 4.51 Hot Water Demand of 20 O'Clock

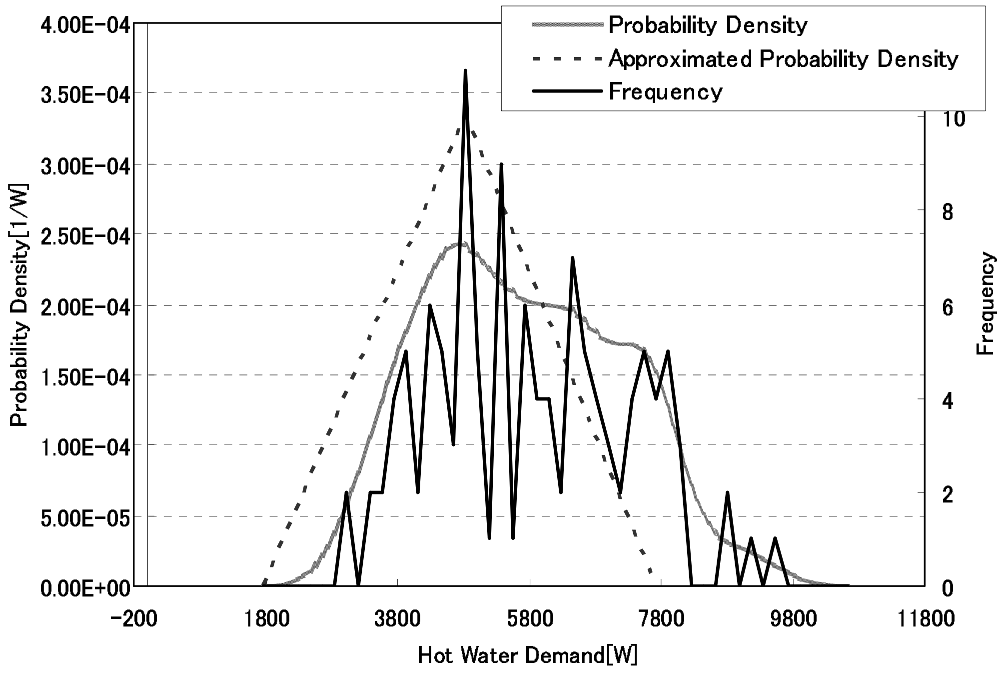

図 4.52 Hot Water Demand of 21 O'Clock

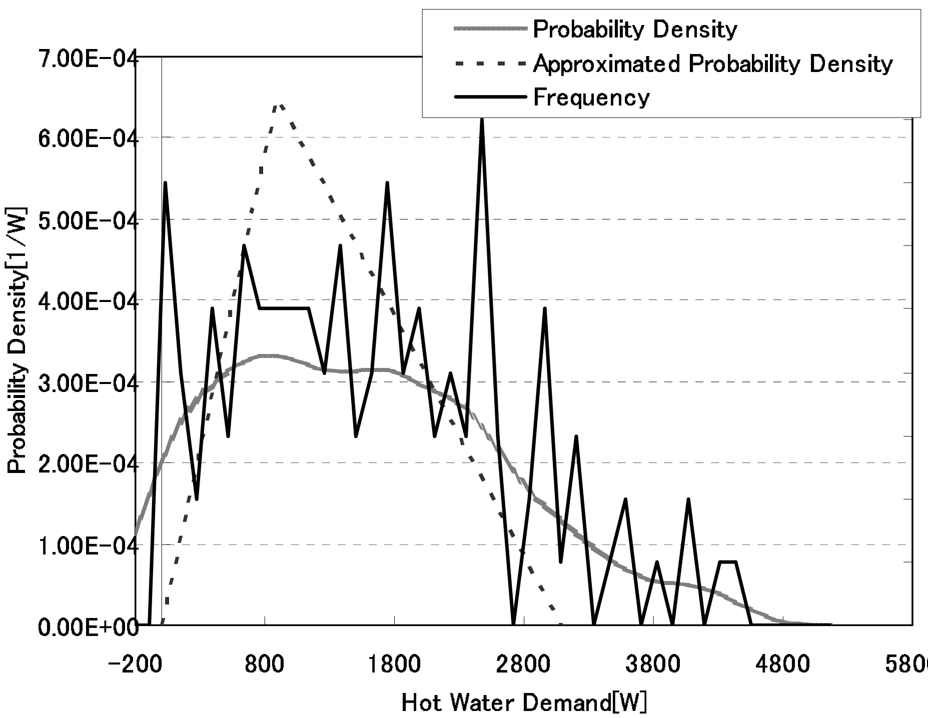

図 4.53 Hot Water Demand of 22 O'Clock

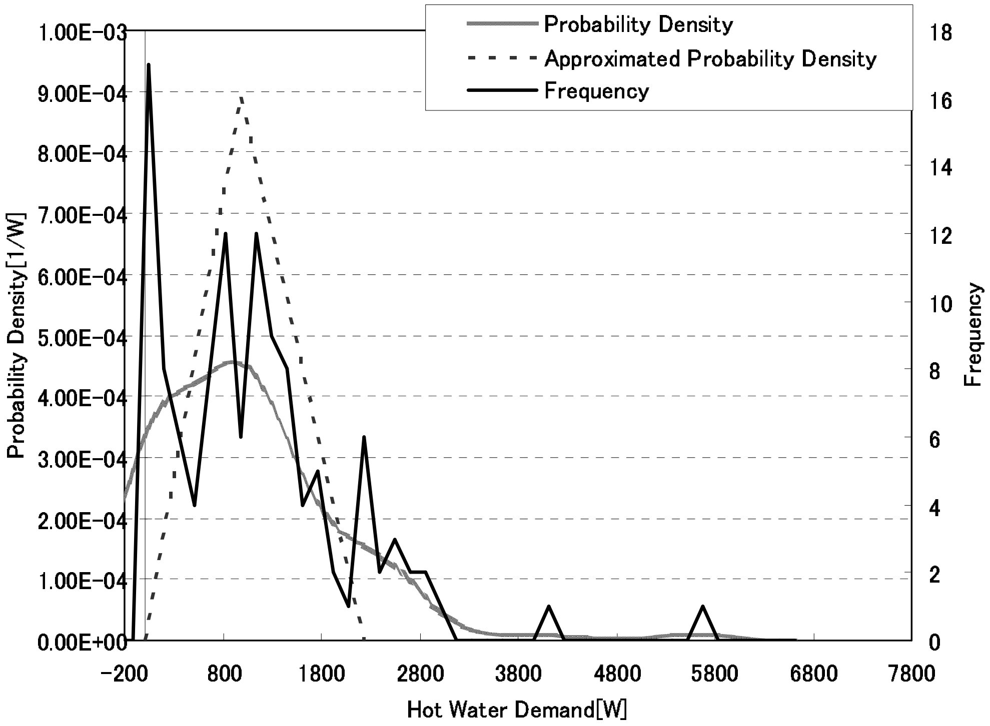

図 4.54 Hot Water Demand of 23 O'Clock

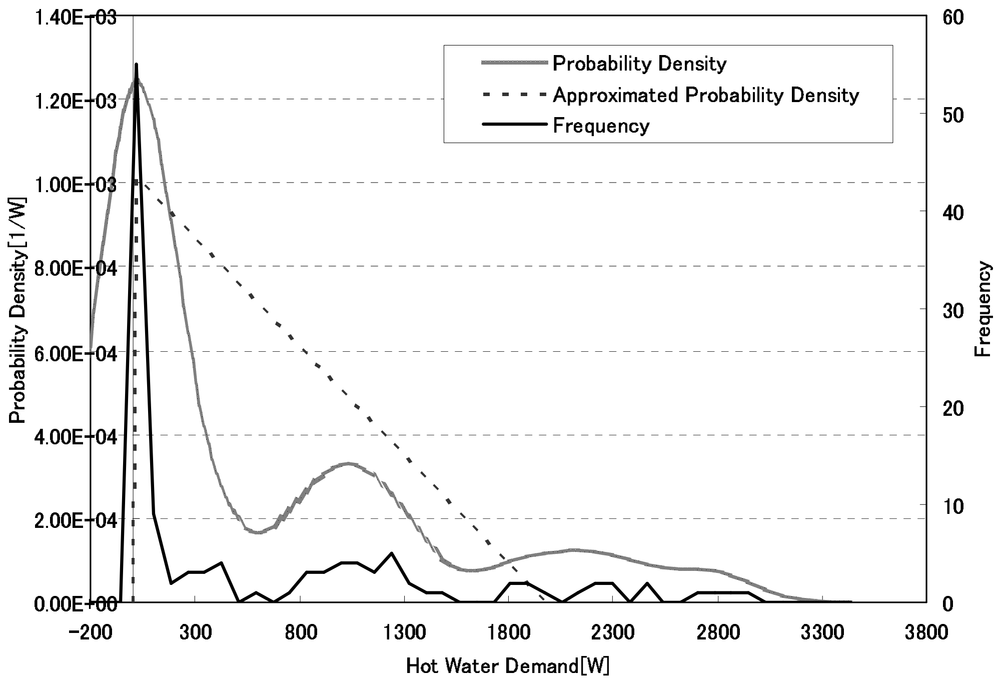

図 4.55 Hot Water Demand of 24 O'Clock

表 4.1 Constants Used in Numerical Experiments

Constant	Meaning	Value
a	Coefficient of CGS Hot Water Output[Wh/Wh]	0.55
π_0	Constant of CGS Hot Water Output[Wh]	-300
b	Coefficient of CGS Electric Power Output[Wh/Wh]	0.35
q_0	Constant of CGS Electric Power Output[Wh]	-75
x_{min}	Minimum CGS Input [Wh]	1070
x_{max}	Maximum CGS Input [Wh]	3070
η	Heat Loss Coefficient of Heat Storage Tank[Wh/Wh・h]	0.02
Q_{min}	Minimum Heat Storage Amount [Wh]	0
Q_{max}	Maximum Heat Storage Amount[Wh]	8333
C_1	Cost of Unit Gas Input [Yen/Wh]	0.0094
C_2	Cost for CGS Start [Yen/Time]	9.7
C_3	Cost for CGS Stop [Yen/Time]	0.36
C_4	Cost for CGS Stand-by [Yen/Hour]	0.58
C_5	Cost for Contract Electricity Demand [Yen/W・Day]	0.0087
C_6	Cost of Unit Electricity Input [Yen/Wh]	0.02
C_7	Cost of Unit Hot Water Input [Yen/Wh]	0.0104
γ	Confidence Level of Maximum Power Demand Constraint [-]	0.95

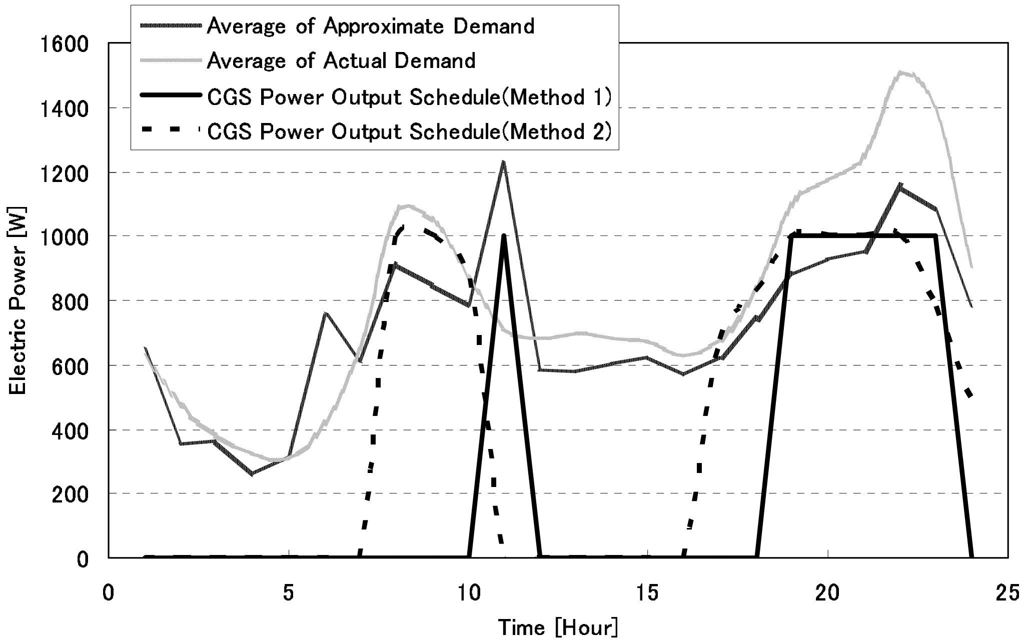

図 4.56 Electric Power Output Schedule

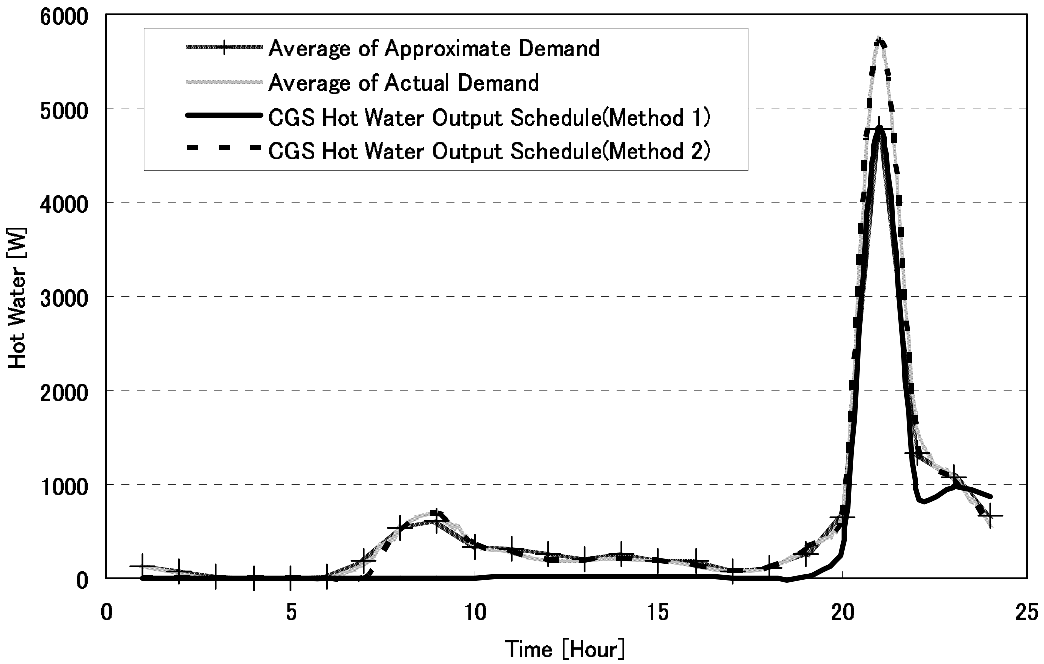

図 4.57 Hot Water Output Schedule

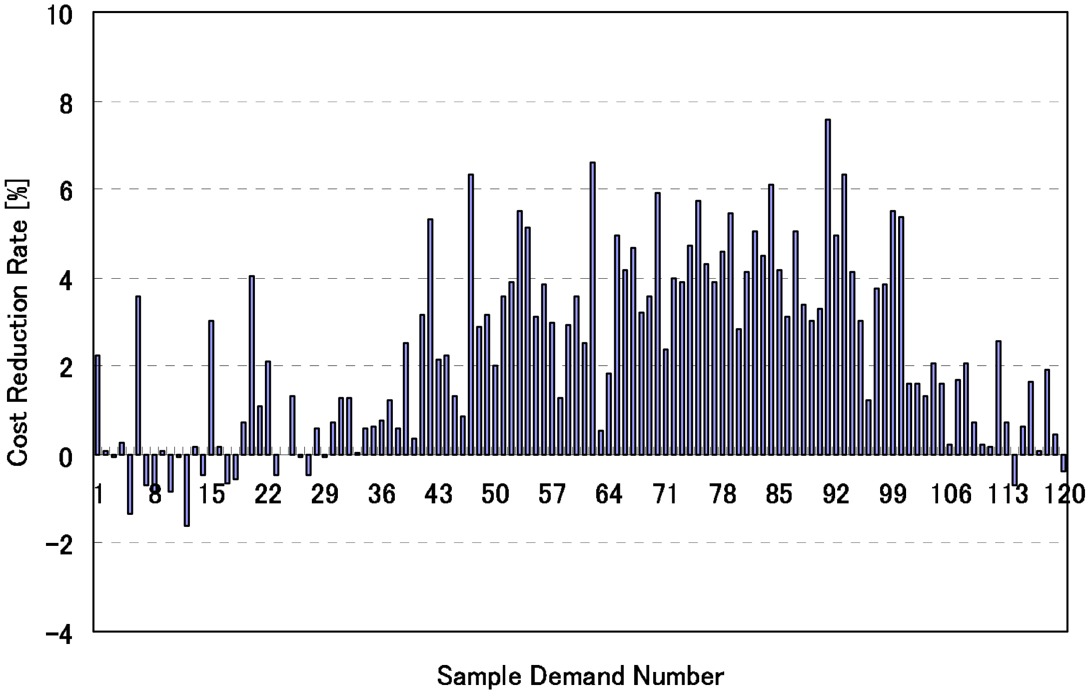

図 4.58 Cost Reduction Rate of Proposed Method

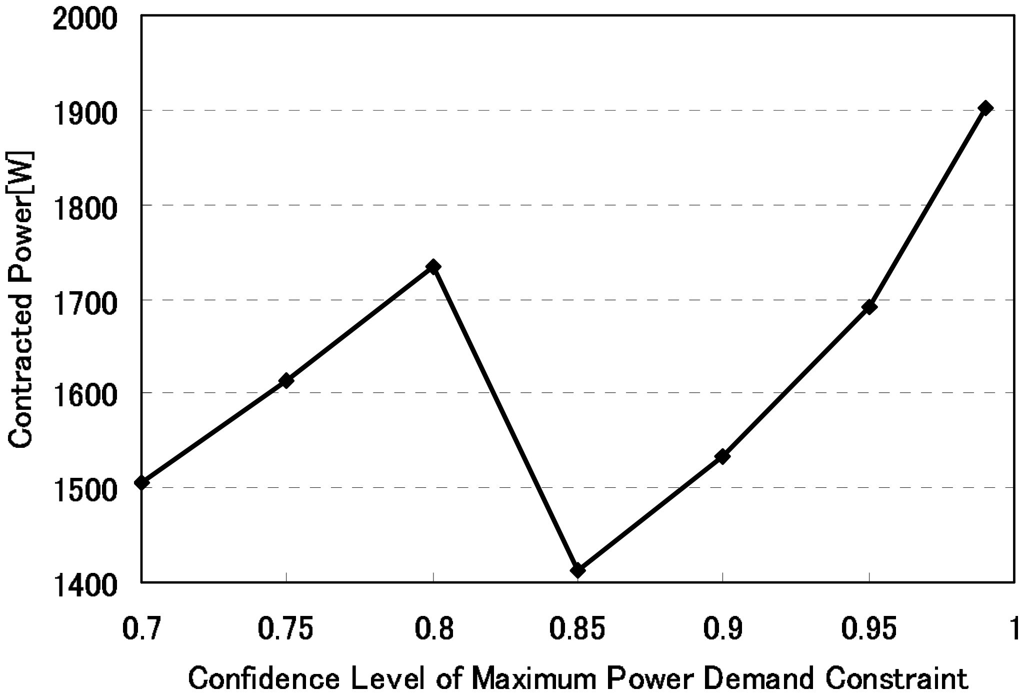

図 4.59 Confidence Level vs Contracted Power

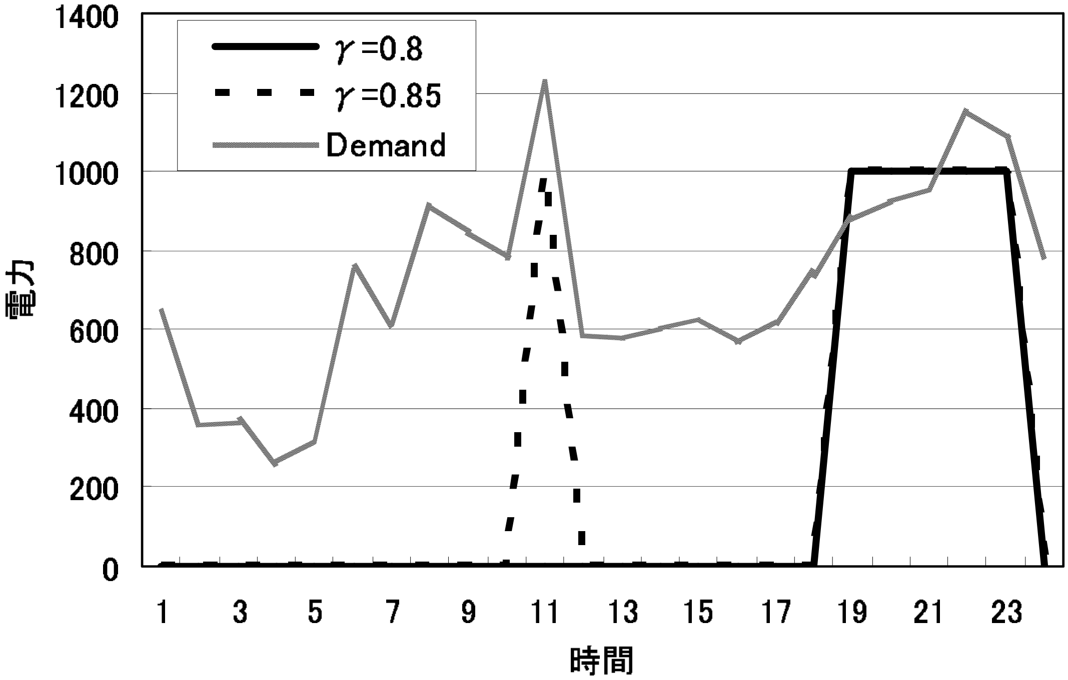

図 4.60 Operation Schedules of Different Confidence Levels

第 5 章

結論

本論文では，発電に従い発生する排熱を有効に利用することから，CO_2 削減や省エネルギーに役立つものとして注目されている CGS の設計問題，運用問題を取り上げ，以下の成果を挙げた．

第 2 章では，CGS の機器構成を決める設計問題が，最適配置問題と最適運用問題が複合した困難な問題であることを指摘し，CGS の運用問題において既に用いられている定式化手法を，設計問題に適用できるように拡張し，CGS の設計問題を混合整数計画問題として定式化する手法を提案した．提案する定式化では，各機器の効率，機器が使用するエネルギーの種類，起動回数の制限など，実際に CGS を検討するのに必要な要素を取り入れている．また， 数値実験を行ない，現実的な事務所，ホテル，病院のエネルギー需要に対する最適な CGS の構成を求めることを試みた．提案する手法によって，現実的な時間で，実際の CGS 最適設計問題が解けることを確認した．

第 3 章では，新しい省エネルギー機器として注目されている家庭用燃料電池の運用に関する問題を扱った．家庭用燃料電池の運用では，1 分以下の短い時間における電力需要の変動に起因し，燃料電池システムの発電出力の計画値と実際値の間に差異が生じるという課題が存在する．本課題に対し，エネルギー需要を確率変数と捉え，各時間ステップにおいて確率密度を計算し，計算した確率密度から，エネルギー需要の変動を考慮するための制約条件を求め，元の運用最適化問題に加えて解く方法を提案した．通常，発電出力の計画値と実際値の差異をなくそうとすれば，電力需要が一定とみなせる程度まで時間ステップを短くして運用最適化問題を解く必要があるが，提案した手法を使うことによって，長い時間ステップで燃料電池システムの運用最適化問題を解くにも関わらず，急峻なエネルギー需要の変動を考慮することができる．数値実験により，提案した手法により策定した運転計画に従い燃料電池を運転した方が，従来手法に従うよりエネルギー消費量を削減できることを明らかにした．

第 4 章では，CGS の運用問題において，従来確定値として扱われていにおけるエネルギー需要を，確率変数として扱うことを提案した．不確実性を含む最適化問題を扱う代表的な手法であるリコース問題として扱うアプローチと，機会制約条件計画問題として扱うアプローチを CGS の運用問題に適用した．エネルギー需要が，CGS から発生する電力と排熱を超える場合，エネルギー需要の不足分は買電とバックアップボイラにより賄われるが，このコストを制約条件が満たされない場合の補償コストと考え，CGS の運用問題をリコース問題に帰着させた．また，CGS の運転計画で実用上問題と

なる契約受電量による買電量の制限は，買電量が契約受電量以下となる確率を一定以上とする機会制約条件として扱った．提案する手法により，エネルギー需要の不確実性を考慮した CGS 運転最適化問題は，目的関数が凸関数の混合整数計画問題に帰着することができるので，目的関数が凸関数であることを利用して区分線形関数近似を行なった．これにより，本最適化問題は最終的に混合整数計画問題に帰着され，汎用ソルバで解くことが可能となる．実際のエネルギー需要データを用いた数値実験をおこない，従来の確定的手法に対し，提案する手法の優位性を確認した．

本論文では，CGS の設計と運用に数理計画法を適用する手法を提案し，提案した手法により，CGS の効率向上が図られることを示した．しかしながら，他の最適化問題の応用事例でも見られるように，定式化にあたっては問題の簡略化をおこなっており，実際の CGS の設計や運用に適用するには，なお超えなければならない課題が存在する．今後，本論文で提案した手法を元に，モデルの精緻化を進め，実用化につなげていきたいと考える．

謝辞

平成 18 年から 3 年間，京都大学大学院情報学研究科の福島雅夫教授のご指導の下，コージェネレーションシステムの最適設計，最適運用に関する研究に取り組み，この度，本論文にまとめることができたことを喜ばしく思います．数理最適化の基礎，研究の方針の策定，そして論文のまとめ方まで全般にわたり，懇切丁寧なご指導を頂いた先生に深く感謝しております．

また，本研究は，東邦ガス (株) における筆者の研究活動と深く結びついています．コージェネレーションシステムに関する数理最適化技術の研究に理解を示して頂き，研究の機会を与え，支持してくださった山崎拓　基盤技術研究部長をはじめとする上司の方々，また，色々な形で協力して頂いた職場のメンバーの方々に感謝いたします．

参考文献

[1] 秋澤淳：燃料消費を最小化するコージェネレーションシステムの最適運用, クリーンエネルギー, Vol.8, No.11, pp.15–19 (1999)

[2] 新しい電力システム計画手法調査専門委員会：電気学会技術報告　第 647 号　新しい電力システム計画手法 (1997)

[3] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, C. M. Shetty：Nonlinear Programming, pp.509-524 (1979)

[4] L. Bernstein, P. Bosch, O. Canziani, et al: IPCC Fourth Assessment Report(Climate Change 2007 Synthesis Report); Intergovernmental Panel on Climate Change, pp.31–33(2007)

[5] BP Statistical Review of World Energy 2008(2008)

[6] エネルギーに関する年次報告書 (平成 19 年度エネルギー白書)(2008)

[7] 藤田喜久雄, 赤木新介, 廣川敬康, 吉田清峰: 遺伝的アルゴリズムによるエネルギープラントの機器構成設計法に関する研究, 日本機械学会論文集 C 編 Vol.64, No.617, pp.354–361 (1998)

[8] 後藤隆一郎, 濱田靖弘, 窪田英樹, 中村真人, 桑原浩平, 落藤澄, 村瀬光則: 寒冷地における住宅用コージェネレーションシステムの導入可能性に関する研究（第一報）固体高分子形燃料電池の発電・排熱回収特性, 空気調和・衛生工学会学術講演論文集, pp.1793–1796 (2006)

[9] 橋野幸次：PEFC の家庭電化機器電源への適用性評価について, R &D News Kansai, pp.24–25 (2001)

[10] 茨木俊秀, 福島雅夫: FORTRAN77 最適化プログラミング, 岩波書店 (1991)

[11] 石井博昭： 確率論的最適化, 伊理正夫・今野浩編 - 数理計画法の応用 理論編 第 1 章, pp.1–40, 産業図書 (1982)

[12] 伊東弘一, 下田誠, 横山良平: 蓄熱槽を含む地域冷暖房システムの運用計画, 日本機械学会論文集 C 編 Vol.61 No.592, pp.4614–4620, (1995)

[13] 伊東弘一，横山良平: コージエネレーションの最適計画 - インテリジェント・フレキシブル・コージェネレーションを目指して, 産業図書 (1990)

[14] 伊東弘一，横山良平，蒲生恵司，松本芳一：マルチエリア協調型コージェネレーション・システムの最適計画, エネルギー・資源, Vol.15, No.3, pp.66–72 (1994)

[15] 伊東弘一，横山良平，松本芳一，赤木新介：ガスタービン・コージェネレーション・システムの設計計画法 (第一報　ガスタービン発電・廃熱ボイラ方式の最適運用計画モデル), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.54, No.499, pp.773–780 (1988)

[16] 岩田寛哲，森俊介：電力託送と熱併給を含む分散型エネルギーシステムの分析とモデル化, 電気学会論文誌 B 編, Vol.114, No.4, pp.381–388 (1994)

[17] 柏木孝夫，秋澤淳ら: 天然ガスコージェネレーション計画・設計マニュアル 2000; 日本工業出版 (2000)

[18] 気候変動に関する国際連合枠組条約の京都議定書 (1997)

[19] (社) 空気調和・衛生工学会: 都市ガスによるコージェネレーションシステム計画・設計と評価, pp.136–145 (1994)

[20] 倉石英明，林武人，藤井康正，山地憲治，横山明彦：確率動的計画法を用いた家庭用 CGS の最適運用, 電気学会電力技術研究会資料, PE-04-94, pp.51–56 (2004)

[21] J.T. Linderoth, M.W.P. Savelsbergh: A Computational Study of Search Strategies for Mixed Integer Programming, INFORMS Journal of Computing Vol.11, No.2, pp.173–187 (1999)

[22] M. Madrigal, H. Victor: An Interior-Point/Cutting-Plane Method to Solve Unit Commitment Problems, IEEE Transactions on Power Systems Vol.15, No.3, pp.1022–1027 (2000)

[23] 桝本幸嗣, 前田和茂, 早野彰人, 滝本桂嗣：家庭用ガスコージェネレーションシステムの運転制御方法について, 第 23 回エネルギー・資源学会研究発表会講演論文集, pp.9–12 (2004)

[24] 中村安弘: 地冷の運用技術 - 負荷予測に基づく地冷プラントの最適運用; クリーンエネルギー, 8 巻,11 号,pp.5–9(1999)

[25] (社) 日本ガス協会: ガスコージェネレーション (2000)

[26] S. Obara : Dynamic Characteristics of a PEM Fuel Cell System for Individual Houses, International Journal of Energy Research, pp.1278–1294 (2006)

[27] 小原伸哉, 工藤一彦：遺伝的アルゴリズムによる燃料電池およびヒートポンプ複合システムの多目的運用計画, 空気調和・衛生工学会論文集, Vol.91, pp.65–75 (2003)

[28] 小原伸哉, 工藤一彦, Li BINGXI., 村本充, 小山内雅俊: 燃料電池コージェネレーション及び太陽光発電による水電気分解を伴う家庭用自立エネルギシステムの検討, 日本機械学会論文集 B 編 Vol.70, No.692, pp.1028–1035 (2004)

[29] G. Purushothama, L. Jenkins : Simulated Annealing With Local Search - A Hybrid Algorithm for Unit Commitment, IEEE Transactions on Power Systems Vol.18, No.1, pp.273–278 (2003)

[30] 千住智信，山城寛人，島袋海，上里勝実，舟橋俊久:遺伝的アルゴリズムと知的モンテカルロ法を適用した発電機起動停止計画問題, 電気学会論文誌 C 編 Vol.122, No.8, pp.1360–1366 (2002)

[31] 資源エネルギー庁公益事業部, 日本コージェネレーション研究会: コージェネレーションの現状と将来 (1993)

[32] 椎名孝之：電気事業への確率計画法の応用, 知識と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.16, No.6, pp.528-539 (2004)

[33] 椎名孝之 :確率的電力供給計画モデル, 第 7 回 RAMP シンポジウム論文集 (日本オペレーションズ・リサーチ学会), pp.37-52 (1995)

[34] D. Simopoulos, S. Kavatza, C. Vournas: Reliability Constrained Unit Commitment Using Simulated Annealing, IEEE Transactions on Power Systems Vol.21, No.4, pp.1699–1706 (2006)

[35] 高田秋一，江藤修，唐沢亘ら: ガスコージェネレーション - 運転から計画保守まで; (社) 日本ガス協会 (2000)

[36] 田中洋一，青木修一，梅田良人: Study on Computerized Design Method for Cogeneration System Optimization, IGRC 04 予稿集 1032-E (2004)

[37] 田中洋一，福島雅夫: 数理計画法によるコージェネレーションシステムの最適設計, システム制御情報学会論文誌 Vol.21, No.7, pp.201–210 (2008)

[38] 田中洋一，福島雅夫: 短時間での負荷変動を考慮した家庭用燃料電池システムの運用最適化, 電気学会論文誌　B 編, Vol.128, No.12, pp.1497 –1504 (2008)

[39] 田中洋一，福島雅夫: 確率計画法によるコージェネレーションシステムの運用最適化, 電気学会論文誌 B 編, Vol.129, No.6 掲載予定

[40] 田中洋一，梅田良人，廣安知之，三木光範: Optimal Design of Combined Heat and Power System Using as Genetic Algorithm, ISETS 07 予稿集 24E03-04 [1160] (2007)

[41] V. Tsourapas, A. Stefanopoulou, Jing Sun: Dynamics, Optimization and Control of a Fuel Cell Based Combined Heat Power (CHP) System for Shipboard Application, Proceedings of the American Control Conference, pp.1993–1998 (2005)

[42] 山岸由佳, 杉原英治, 佐伯修, 辻毅一朗：日々のエネルギー需要実測データに基づく住宅用コージェネレーションシステムの運用手法, 電気学会電力技術研究会資料,PE-06-90, pp.31–36 (2006)

[43] 横山良平, 伊東弘一：蓄熱槽を有するコージェネレーション・システムの最適運用計画法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.59, No.562, pp.1817–1823 (1993)

[44] 横山良平, 伊東弘一, 赤木新介: コージェネレーション・システムの機器規模最適計画法, 日本機械学会論文集 C 編 Vol.56, No.552, pp.519–526 (1990)

付録 A

第 4 章のリコース問題の性質

$\boldsymbol{c}$ を定数ベクトル，$\boldsymbol{\chi}$ を確率変数を含まない変数ベクトルとし，式 (4.26) の確率変数を含まない項を次式で表す．

$$\boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{\chi} = C_1 \sum_{h=1}^{H} x(h) + C_2 \sum_{h=1}^{H} \alpha(h) + C_3 \sum_{h=1}^{H} \beta(h) + C_4 \sum_{h=1}^{H} (1 - \delta(h)) + C_5 I \tag{A.1}$$

$\boldsymbol{u}$ を次式で定義する．

$$\boldsymbol{u} = (z^-(1), \ldots, z^-(H), y^-(1), \ldots, y^-(H), z^+(1), \ldots, z^+(H), y^+(1), \ldots, y^+(H))^\top$$

定数ベクトル $\boldsymbol{s}$ を次式で定義する．

$$\boldsymbol{s} = (C_6, \ldots, C_6,\ C_7, \ldots, C_7,\ 0, \ldots, 0,\ 0, \ldots, 0)^\top \tag{A.2}$$

$\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ を，確率変数 $\tilde{e}(h)$，$\tilde{\theta}(h) (h = 1, 2, \ldots, H)$ を要素とするベクトルとする．$\boldsymbol{\xi}$ を $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ の実現値とする．$\boldsymbol{\xi}$ の関数を要素とするベクトル $\boldsymbol{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\xi})$ と，定数行列 T を次式が成立するように定める．

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\xi}) - T\boldsymbol{\chi} = \begin{pmatrix} e(1) - q(1) \\ e(2) - q(2) \\ \vdots \\ e(H) - q(H) \\ \theta(1) - p(1) \\ \theta(2) - p(2) \\ \vdots \\ \theta(H) - p(H) \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

式 (4.1)，式 (4.4) より，次式が成立する．

$$\begin{pmatrix} e(1)-q(1) \\ e(2)-q(2) \\ \vdots \\ e(H)-q(H) \\ \theta(1)-p(1) \\ \theta(2)-p(2) \\ \vdots \\ \theta(H)-p(H) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z^-(1)-z^+(1) \\ z^-(2)-z^+(2) \\ \vdots \\ z^-(H)-z^+(H) \\ y^-(1)-y^+(1) \\ y^-(2)-y^+(2) \\ \vdots \\ y^-(H)-y^+(H) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & -1 & & \\ & \ddots & & & \ddots & \\ & & 1 & & & -1 \end{pmatrix} \boldsymbol{u} \tag{A.4}$$

行列 W を

$$W = [E, -E] \tag{A.5}$$

のように定義すると，

$$W\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\xi}) - T\boldsymbol{\chi} \tag{A.6}$$

が成立する．ここで E は単位行列を表す．

以上より，第 4.3 節の最適化問題は，次式で表現できる．

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{\chi} + \boldsymbol{E}[\Phi(\boldsymbol{\chi}, \tilde{\boldsymbol{\xi}})] \\ &\text{subject to} \quad \boldsymbol{\chi} \in X \end{aligned} \tag{A.7}$$

ただし，$\Phi(\boldsymbol{\chi}, \tilde{\boldsymbol{\xi}})$ は次式で定義される．

$$\Phi(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\xi}) = \min\{\boldsymbol{s}^\top \boldsymbol{u} | W\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\xi}) - T\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{u} \geq \boldsymbol{0}\} \tag{A.8}$$

ここで，式 (A.7) の X は，変数間の関係を満たす $\boldsymbol{\chi}$ の集合である．式 (A.8) の $\boldsymbol{\mathcal{H}}(\boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{T}\boldsymbol{\chi}$ は，確率変数の実現値に対する等式制約条件が守られない度合いを示す．式 (A.7)，式 (A.8) の形から，本問題は単純リコース問題 [11] であることが分かる．単純リコース問題において，目的関数は確率変数 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ の確率密度関数の形に関わらず凸関数となる [11].