

スペースデブリ観測レーダーの 最適操作

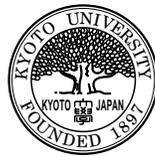
指導教員 福嶋雅夫 教授
山下信雄 助手

池端 祐介

京都大学大学院情報学研究科

数理工学専攻 修士課程

平成15年度4月入学



平成17年2月

摘要

近年、「宇宙のゴミ (スペースデブリ)」が人工衛星に衝突したり、地上に落下する危険性が増大している。その被害を未然に防ぐために日本では、1つのレーダーによってスペースデブリを観測している。しかし、1つのレーダーによる観測可能な領域は限られているので、上空に存在するすべてのスペースデブリを観測することはできない。そのため、より多くのスペースデブリを観測できるよう適切なレーダーの操作計画を立案する必要がある。現在、日本ではスペースデブリ軌道の予報値からヒューリスティックな手法によってレーダーの操作計画を立案している。しかし、その手法は予報値の大域的な情報を使っていないので、観測できるスペースデブリは必ずしも多くない。そこで、本論文ではスペースデブリの大域的な情報を利用した手法を提案する。具体的には、まず、スペースデブリをノードとした有向グラフを作成し、そのグラフの最長路問題を解くことによって、スペースデブリを観測する順番を決定する。この最長路のノード数は観測できるスペースデブリ数の理論的な上界値を与える。次に、観測の順番に基づいたレーダーの操作計画を作成する。この手法では、多くのスペースデブリを観測できる操作計画を立案できるだけでなく、上界値によって、求めた操作計画の良さを判定することができる。提案手法の有効性を確かめるため、実際に使用されている予報値に対する数値実験を行なった。その結果、提案手法によるレーダーの操作計画によって、既存の手法を用いる場合の約2倍のスペースデブリを観測することができた。さらに、理論的な上界値との差は0または1であり、ほとんど最適な操作であることが確認できた。

目次

1	序論	1
2	問題の詳細と従来の手法	2
2.1	スペースデブリ観測計画問題	2
2.2	従来の手法とその問題点	3
3	最長路法	5
3.1	最長路法の枠組み	5
3.2	最長路法の詳細	9
4	数値実験	14
5	結論	17
A	マスターデブリ法	20
B	レーダー軌道の上限・下限の作成アルゴリズム	21
C	レーダー軌道を求めるアルゴリズム	22
D	joint procedure	23
E	find procedure	24
F	観測計画立案結果	26

1 序論

20世紀後半より、宇宙開発は急速に発達し、これまでに世界各国で打ち上げられた人工衛星等の数は5,000個を越えている。その中で現在も運用中のものは500個以下であり、地球の周りを回り続けている使用済みの人工衛星は2,500個以上もある [1]。それ以外にも、打ち上げ時に軌道上で切り離されたロケットの部品、ロケットや人工衛星の爆発で生じた破片などが地球上空に浮遊している [1, 11]。これらの使用されていない人工物や隕石などを総称してスペースデブリという。地球の周囲には、数百万個のスペースデブリがあり、平均で36,000km/hの猛スピードで回っており、運用中の人工衛星や宇宙ステーション、ロケットに衝突したり、地上に落下したりする危険性がある。スペースデブリ対策はもはや放置できない緊急課題である。スペースデブリ対策として重要なことは、スペースデブリの正確な軌道情報を得ることである。各国ではレーダーや望遠鏡を使ってスペースデブリの観測を行い、それらの軌道のカタログを作っている [1]。さらに、空気抵抗などの影響でスペースデブリの軌道は変化するので、カタログは常時更新されている。

米国ではカタログ作成のための定常観測を世界各地にあるレーダーのネットワークを用いて行なっている。そのスペースデブリのカタログは国防省/空軍管轄のSpace-Track Websiteで公開されている [9]。米国以外の国ではそのような観測は経済的、地理的に困難である。そのため、限られたレーダーや望遠鏡を使い、自国に関連したスペースデブリの情報を収集している。日本では、岡山県上齋原にある1つのレーダーを用いてスペースデブリの観測を行なっている [6, 7]。具体的には、米国が作成したカタログに基づいて人工衛星・スペースデブリの軌道の予報値を作成し、その予報値を基にして1つのレーダーによってスペースデブリを観測している。その観測されたスペースデブリのデータから計算機により、詳細なカタログを作成している。1つのレーダーの観測可能な領域は限られているので、上空に存在するすべてのスペースデブリを観測することは不可能である。そのため、より多くのスペースデブリを観測するためのレーダーの最適な操作計画を立案する必要がある。現在は、予報値の局所的な情報に基づいたヒューリスティックな手法によってレーダーの操作計画を立案している。その手法は大域的な情報を使っていないので、観測できるスペースデブリ数が限られる。とくに、ある時間帯に1つしか出現していないスペースデブリでさえ観測できないことがある。

本研究では、スペースデブリの大域的な情報を利用してより多くのスペースデブリを観測する手法を提案する。具体的には、まず、スペースデブリをノードとした有向グラフを作成し、そのグラフの最長路問題を解くことによって、スペースデブリを観測する順番を定める。次に、その順番に基づいたレーダーの操作計画を作成する。

本論文の構成は以下のとおりである。第2節で、本研究で扱うレーダーの最適な観測計画問題の説明を行なう。次に第3節では、最長路問題を用いた手法を提案しその性質を議論する。第4節では、現在日本で運用中のレーダーを使用することを想定した数値実験の結果を示す。最後に第5節で、結論と今後の課題を述べる。

2 問題の詳細と従来の手法

この節では、本論文で扱うスペースデブリ観測計画問題を説明する。さらに、その問題に対する従来の手法とその問題点について述べる。

2.1 スペースデブリ観測計画問題

スペースデブリ観測計画問題とは、1つのレーダーで観測できるスペースデブリの数を最大にするレーダーの操作手順を求めることである。レーダー及びスペースデブリの予報値に関して、以下の制約があるものとする。

1. 観測期間に出現するスペースデブリのカタログ番号、時刻、方位角の予報値が与えられている。
2. レーダーは最速 S_{\max} °/s で方位角方向に回転させることができる。
3. レーダーの速さが S_{hold} °/s (ただし $S_{\text{hold}} \leq S_{\max}$) 以下であれば、レーダーの中心から $\pm h^\circ$ の方位角にあるスペースデブリは捕捉することができる。
4. 1つのスペースデブリを観測するには、 T_0 秒間以上連続してそのスペースデブリを捕捉しなければならない。
5. レーダーを動かせる方位角の範囲は真北を中心に $\pm C^\circ$ ($\geq 180^\circ$) である。

1に関しては米国が提供しているスペースデブリのデータに基づいて計算した予報値を用いることを想定している。4は、スペースデブリの厳密なカタログを作成するためには、 T_0 秒間以上連続してスペースデブリを捕捉したデータが必要となるためである。以下では、「スペースデブリを観測する」とは、 T_0 秒間以上連続してそのスペースデブリを捕捉することを意味するものとする。2,3,5はレーダーの性能に関する制約である。

観測期間中の各スペースデブリの予報値にはその属性として、カタログ番号・予報値時刻・方位角があるものとする。各データは離散時間において与えられているものとする。実際、米国の国防省/空軍管轄の Space-Track Website[9] では、カタログ番号・予報値時刻・方位角・スラントレンジ・仰角・視線方向速度の6つの要素が公開されている。

本論文では、予報値に関連して以下の記号を用いる。

T : 観測開始時刻を $t = 1$ としたときの観測終了時刻;

n : 観測期間中に存在するスペースデブリ数;

l_i : スペースデブリ i の継続可視時間;

$t_{i,1}$: スペースデブリ i ($i = 1, \dots, n$) の予報出現時刻;

t_{i,l_i} : スペースデブリ i ($i = 1, \dots, n$) の予報消失時刻;

$d_i(t_{i,k})$: 予報時刻 $t_{i,k}$ ($k = 1, 2, \dots, l_i$) に対応するスペースデブリ i の方位角;

方位角は 0° を真北とし、真北から時計回りに値が増えていくものとする。このとき、 180° と -180° は同じ方位角を表わしている。そのような数値を計算機で扱うには工夫が必要となる。制約5にあるように、レーダーは方位角が 0° から $\pm C^\circ (\geq 180^\circ)$ しか回転できないので、方位角は $\pm C^\circ$ まで考えれば十分である。そこで便宜上、 180° 以上の方位角と -180° 以下の方位角は別のものとみなし、方位角が $[C, -C]$ となる仮想的な空間を考えることにする。図1は $C = 270$ とした仮想空間の例であり、横軸を時刻 t 、縦軸を方位角としている。図中の曲線は、捕捉可能なスペースデブリの軌道を表わしている。このとき、図1のスペースデブリ i のように、1つのスペースデブリが仮想空間上に2つ現れる場合もあることに注意する。

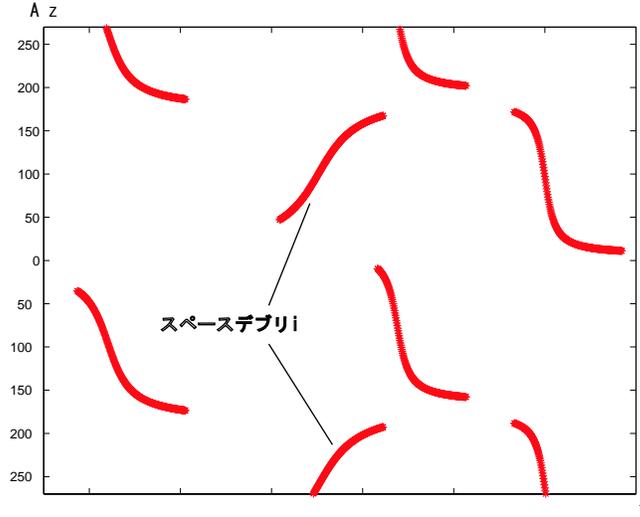


図 1: スペースデブリのデータの例

ここで、 $x(t)$ を時刻 t におけるレーダーの方位角とする。観測期間中のレーダーの軌道をベクトル $x = (x(1), x(2), \dots, x(T))$ で表わす。レーダーの軌道 x によって観測することができるスペースデブリの数を $f(x)$ とする。このとき、スペースデブリ観測計画問題は以下の最適化問題として定式化できる。

$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x) \\
 \text{s.t.} \quad & |x(t) - x(t+1)| \leq S_{\max} \quad (t = 1, \dots, T-1) \\
 & -C \leq x(t) \leq C \quad (t = 1, \dots, T)
 \end{aligned} \tag{1}$$

x の次元は T であるので、 T が大きくなると問題 (1) は非常に大規模になる。さらに f は離散値をとる不連続関数である。それゆえ、一般的な最適化の手法によって最適解を求めることは困難である。

2.2 従来の手法とその問題点

日本において現在使用している手法は、以下のアルゴリズムである [3]。より詳細なアルゴリズムは付録 A に記述する。

マスターデブリ追跡法

step 0 $t := 1$;

step 1 $t = T$ なら終了. そうでなければ step 2 へ.

step 2 レーダーで捕捉可能な範囲に入る新たなスペースデブリ i を発見したら, スペースデブリ i をマスターデブリとし, t_{i,l_i} までマスターデブリ i を捕捉し続けるように $x(t)$ を設定し, step 3 へ. スペースデブリが存在しなければ $t := t + 1$ とし, step 1 へ.

step 3 マスターデブリと同時にレーダーで捕捉できるスペースデブリが存在するならば, 最も方位角方向が離れた2つのスペースデブリの間となるように $x(t)$ を定める. このマスターデブリと同時に補足可能なデブリ群をスレーブデブリと呼ぶ. step 4 へ.

step 4 $t = t_{i,l_i}$ または $|d_i(t) - x(t)| > h$ なら, マスターデブリがマスター権限を失い, スレーブデブリ群の中で, 一番長い時間捕捉し続けているものを新たにマスターデブリとして扱う. $t := t + 1$ とし, step 1 へ.

この手法では, 各時刻のスペースデブリのデータしか用いていないので, 求まったレーダー軌道 $x(t)$ によって観測できるスペースデブリ数は限られる. 例えば図2(a)のように, マスターデブリ追跡法ではレーダー軌道をマスターデブリの軌道と一致させるため, レーダーの捕捉可能な範囲 h を有効に使うことができず, 1つのスペースデブリですら観測できていない. また図2(b)のように, 観測可能なスペースデブリが2つある場合でも, 1つしか観測できないこともある.

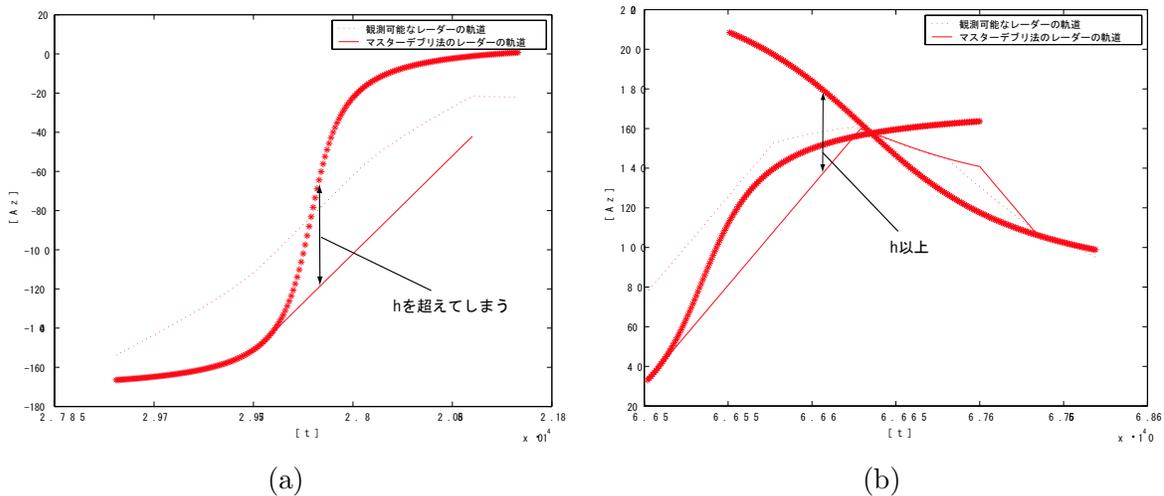


図 2: 従来のアルゴリズムの欠点

3 最長路法

この節では、観測期間中のスペースデブリの大域的な情報を用いる手法を提案する。提案手法では、まず、スペースデブリを観測する順番を決め、その結果を用いて実際のレーダー軌道を決定することを考える。その手順を以下で述べる。

3.1 最長路法の枠組み

スペースデブリをノードとした有向グラフ $G = (V, E)$ を考える (図 3)。ここで、ノード

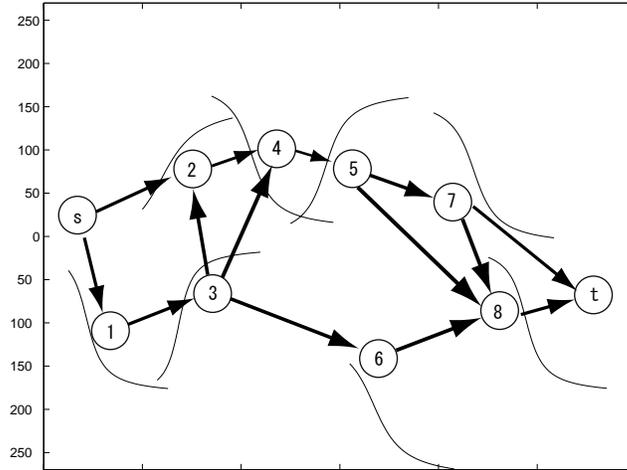


図 3: スペースデブリと対応するグラフ

集合 V は、始点ノードを s 、終点ノードを t 、スペースデブリをノード $1, 2, \dots, n$ として、 $V = \{s, 1, 2, \dots, n, t\}$ で与えられる。さらに、枝集合 E は

$$E_s = \{(s, j) \mid j \in V\}$$

$$E_t = \{(i, t) \mid i \in V\}$$

$$E_d = \{(i, j) \in V \times V \mid \text{スペースデブリ } i \text{ と } j \text{ を観測できるレーダー軌道が存在し、その軌道において } i \text{ を先に捕捉する}\}$$

を用いて

$$E = E_s \cup E_t \cup E_d \quad (2)$$

で定義される。図 3 は $n = 8$ の場合のグラフであるが、簡単のため、一部の枝を省略している。

上のよう定義されるグラフ $G = (V, E)$ に対する最長路問題を考える。ここで、最長路問題とは、各枝 $(i, j) \in E$ が利得 1 をもつとき、始点 $s \in V$ から終点 $t \in V$ への単純パスのなかで、利得の総和が最大のものを見つける問題である。ただし、単純パスとは、ノードの順列 (i_1, i_2, \dots, i_N) で、 $(i_1, i_2) \in E, (i_2, i_3) \in E, \dots, (i_{N-1}, i_N) \in E$ を満たし、かつ、

$i_a \neq i_b (a \neq b)$ となるもの、すなわち、同じノードを二度以上通らないパスのことである。このとき、最長路問題は次のような 0-1 計画問題として定式化できる。

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{(i,j) \in E} y_{ij} \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{\{j|(i,j) \in E\}} y_{ij} - \sum_{\{j|(j,i) \in E\}} y_{ji} = 0, \quad \forall i \in V \setminus (\{s\} \cup \{t\}) \\
& \quad \sum_{\{j|(s,j) \in E\}} y_{ij} = 1, \quad \sum_{\{j|(j,t) \in E\}} y_{jt} = 1 \\
& \quad \sum_{\{j|(i,j) \in E\}} y_{ij} \leq 1 \\
& \quad y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in E.
\end{aligned} \tag{3}$$

ここで、変数 y_{ij} はパスが枝 (i, j) を通るとき $y_{ij} = 1$ となり、通らないとき $y_{ij} = 0$ となる。等式制約は各ノードにおける流量保存を表わしており、不等式制約は、パスが各ノードに 2 度以上通らないことを表わしている。最長路問題 (3) の最適解 $\{y_{ij}\}$ から、 $y_{si_1} = y_{i_1 i_2} = y_{i_2 i_3} = \dots = y_{i_{n'} t} = 1$ となるノードの順列 $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_{n'})$ が得られる。この π を最長路問題 (3) の最長路と呼ぶ。

最長路 π 上のノード数 n' は、問題 (1) の最適値に近くなることが期待できる。しかし、 π 上のスペースデブリを観測しようとしても、実際にはそれが不可能であることがある。例えば、図 4(a) で与えられたスペースデブリの予報値を考える。このとき対応したグラフは図 4(b) となり、最長路は $\pi = (i_1, i_2, i_3)$ となる。一方、この例では i_1 と i_2 を観測するためには、 i_2 を時刻 s より遅く捕捉開始しなければならない(図 5(a))、 i_2 と i_3 を観測するためには、 i_2 を時刻 s より早く捕捉開始しなければならない(図 5(b))。そのため、 i_1, i_2 を観測するときは、 i_3 を観測することはできない。このように、(3) を解いて得られた最長路 π 上のスペースデブリを観測できるレーダー軌道が存在しないことがある。一方、問題 (1) の最適解 $x(t)$ によるスペースデブリを観測する順番を π^* としたとき、 π^* に対応した $\{y_{ij}\}$ は問題 (3) の実行可能解である。したがって、問題 (3) の最長路 π のノード数 n' は問題 (1) の上界値を与えることがわかる。

最長路を用いてレーダー軌道を決定する計算手順は、以下のようにまとめられる。

最長路法 (プロトタイプ)

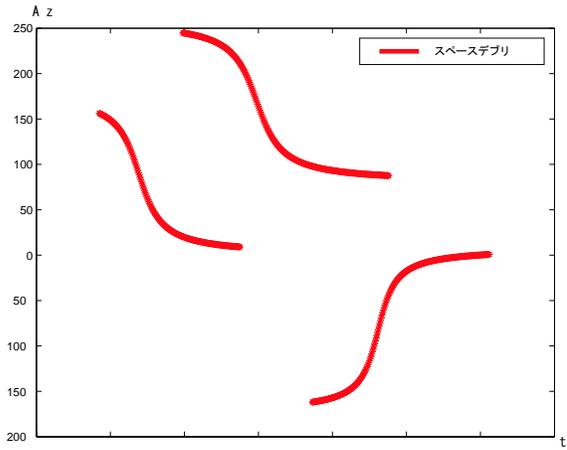
step 1 スペースデブリを観測する順番を次の手順で決定。

step 1-1 スペースデブリをノードとするノード集合 V と (2) で定義される枝集合 E の有向グラフ $G = (V, E)$ を作る。

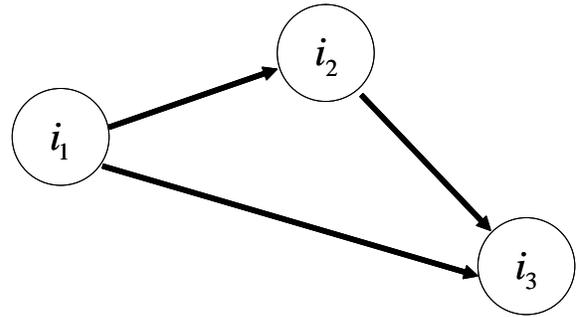
step 1-2 最長路問題 (3) を解き、その解から最長路 π を求める。

step 2 π に基づいてレーダー軌道 x を決定する。

step 2 において、最長路上のすべてのスペースデブリを観測するレーダー軌道 x を見つけることが困難なときは、レーダー軌道 x を最長路 π に基づいてヒューリスティックな手法で求めることにする。この手法については 3.2.5 節で述べる。

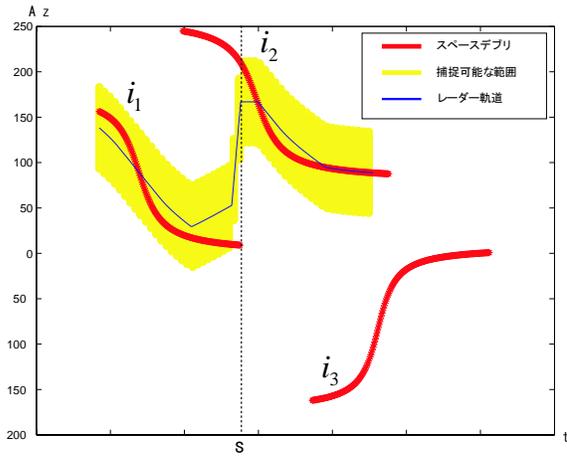


(a) 予報値

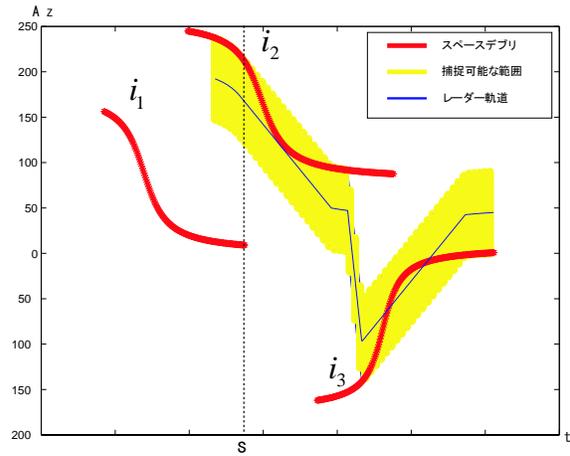


(b) 対応するグラフ

図 4: スペースデブリと対応するグラフ



(a) i_1 と i_2 を観測できるレーダー軌道と
捕捉可能範囲



(b) i_2 と i_3 を観測できるレーダー軌道と
捕捉可能範囲

図 5: 最長路上のスペースデブリをすべて観測できない場合

一般のグラフに対する最長路問題は NP 困難であるので [5], スペースデブリ数 n が大きいときは step 1 において最長路を短時間で求めることができない. そこで以下の 2 つのアイデアを用いることによって, 最長路問題の規模を小さくすることを考える. まず, T_0 秒間捕捉できないスペースデブリをあらかじめ削除しておく. 次に, 観測期間 $[1, T]$ を $[1, T_1], [T_1, T_2], \dots, [T_{m-1}, T_m]$ に分割する. ここで, 期間 $[1, T_1]$ をブロック 1, 期間 $[T_{k-1}, T_k]$ ($k = 2, \dots, m$) をブロック k と呼ぶ. 問題 (1) を各ブロックに対応した規模の小さい問題に分割し, その各々に対応する最長路問題を解くことを考える. ただし, 単純に分割しては問題の性質が失われるため, 以下の手順で分割する. レーダーは最速 S_{\max}°/s で動かすことができるので, $T_{\text{diff}} = 2C/S_{\max}$ 秒あれば任意の方位角に移動できる. そこで, スペースデブリが出現していない時刻 \hat{t} に着目する (図 6). 時刻 \hat{t} より前で, 最後に消失したスペースデブリの消失時刻を t_l , 時刻 \hat{t} 以後にはじめて出現したスペースデブリの出現時刻を t_s とする. このとき, $t_s - t_l > T_{\text{diff}}$ であれば, \hat{t} で観測期間を分割しても問題ないため, \hat{t} において観測期間を分割する.

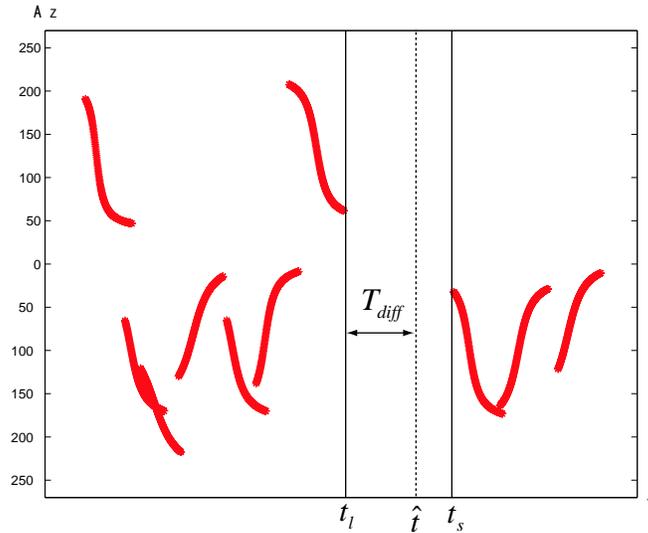


図 6: ブロックを $[1, \hat{t}], [\hat{t}, T]$ に分割できる例

以上のアイデアを組み込んだ提案手法は以下のアルゴリズムとなる.

最長路法

step 0 観測不可能なスペースデブリを削除する. 上に述べた方法を用いて観測期間 $[1, T]$ をブロックに分ける. ブロック数を m とする. $b := 1$.

step 1 以下の手順でスペースデブリを観測する順番を決定する.

step 1-1 ブロック b 内の各スペースデブリをノードとするノード集合 V と (2) で定義される枝集合 E の有向グラフ $G = (V, E)$ を作る.

step 1-2 最長路問題 (3) を解き, その解から最長路 π^b を求める. step 2 へ.

step 2 π^b に基づいてレーダー軌道 x^b を決定する. $b = m$ なら step 3 へ. そうでなければ $b := b + 1$ とし, step 1 へ.

step 3 観測期間 $[1, T]$ のレーダー軌道を決定する.

3.2 最長路法の詳細

本副節では, 最長路法の各ステップの詳細について述べる.

3.2.1 準備: 各スペースデブリを観測できるレーダー軌道の上限と下限の計算

最長路法で重要な役割を果たすのが, 各スペースデブリを観測できるレーダー軌道の上限と下限である. この上限と下限によって観測不可能なスペースデブリの発見や, 枝 E の構成が可能となる. さらに, step 2 におけるレーダー軌道 x^b の決定でも用いる.

時刻 s からスペースデブリ i を観測できるレーダー軌道の時刻 t における方位角の上限を $U_s^i(t)$, 下限を $L_s^i(t)$ とする. このとき,

$$\begin{aligned} U_s^i(t) &\geq x(t) \geq L_s^i(t), & t = s, \dots, s + (T_0 - 1) \\ |x(t) - x(t+1)| &\leq S_{\text{hold}}, & t = s, \dots, s + (T_0 - 2) \end{aligned} \quad (4)$$

を満たすレーダー軌道 $x(t)$ によって, スペースデブリ i を観測することができる. 一方, $U_s^i(a) < x(a)$ または $x(a) < L_s^i(a)$ となる $a \in \{s, \dots, s + (T_0 - 1)\}$ が存在するレーダー軌道 $x(t)$ では, スペースデブリ i を時刻 s から観測することができない. 上限と下限はすべてのスペースデブリ $i = 1, \dots, n$ と捕捉開始時刻 $s = t_{i,1}, \dots, t_{i,l_i} - (T_0 - 1)$ に対して計算する. 以下では $U_s^i(t), L_s^i(t)$ の求め方を説明する. スペースデブリは地球を周回しているので, スペースデブリの方位角軌道は曲率が 0 となる時刻が 1 つしかない単調増加関数または単調減少関数になる (図 7). ここでは, 図 8 を用いて単調増加な場合の上限と下限の計算手法を説明する (具体的なアルゴリズムは付録 B で与える). 上限 $U_s^i(t)$ は以下の手順で計算する. まず, $t = s$ のときは, $U_s^i(s) = d_i(s) + h$ とする. 次に $t = k$ ($k = s + 1, \dots, s + (T_0 - 1)$) に対しては, $U_s^i(k - 1)$ の値を用いて, 以下のように計算する. スペースデブリ i の動きが捕捉速度 S_{hold} を越えているときは (図 8, ケース A), $U_s^i(k) = U_s^i(k - 1) + S_{\text{hold}}$ とする. そうでないときは, もし速度 S_{hold} で動かしてもスペースデブリ i が捕捉可能なら (図 8, ケース B), $U_s^i(k) = U_s^i(k - 1) + S_{\text{hold}}$ とし, そうでなければ (図 8, ケース C), スペースデブリ i の動きに合わせて, $U_s^i(k) = U_s^i(k - 1) + |d_i(k) - d_i(k - 1)|$ とする. 下限 $L_s^i(t)$ も同じような手順で計算する. なお, $U_s^i(t) < L_s^i(t)$ となる $t \in \{s, \dots, s + (T_0 - 1)\}$ が存在するときは, スペースデブリ i を時刻 s から観測できるレーダー軌道が存在しないことを意味している.

ここで, 上記のように決めた $U_s^i(t), L_s^i(t)$ が実際に上限, 下限となることを示す. ここで, 真の上限と下限を $\bar{U}_s^i(t), \bar{L}_s^i(t)$ とする. まず, $U_s^i(t), L_s^i(t)$ の計算方法から, 明らかに (4) を満たす軌道 $x(t)$ はスペースデブリ i を観測することができる. つまり, $t = s, \dots, s + (T_0 - 1)$ に対して $\bar{U}_s^i(t) \geq U_s^i(t)$ であり, $L_s^i(t) \geq \bar{L}_s^i(t)$ である. 次に, ある時刻 $a \in \{s, \dots, s + (T_0 - 1)\}$ で $\bar{L}_s^i(a) < L_s^i(a)$ または $U_s^i(a) < \bar{U}_s^i(a)$ となるような a が存在しないことを示す. ここでは

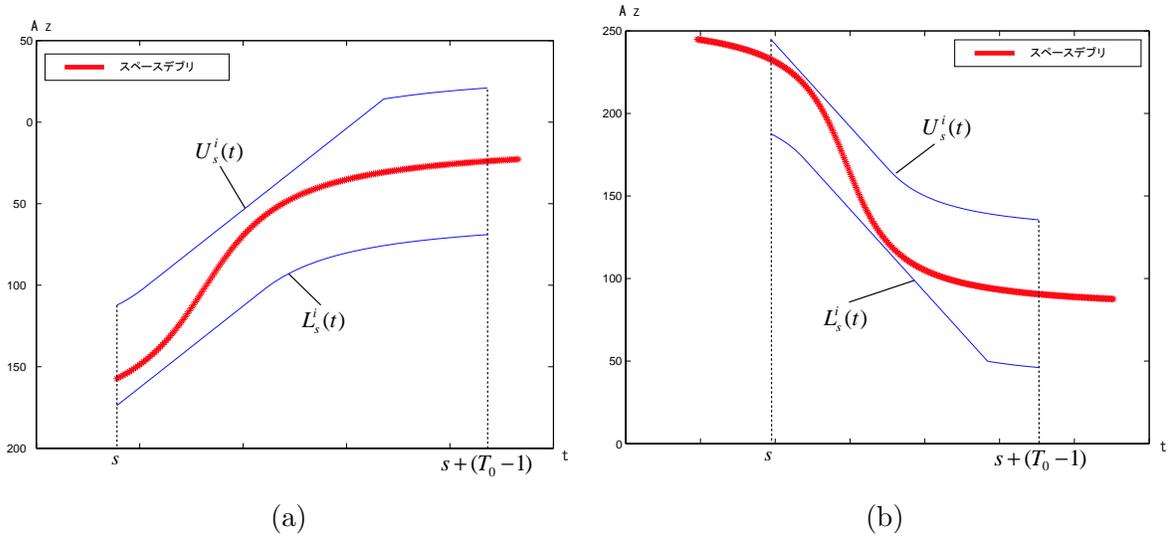


図 7: 上限・下限のデータ

$\bar{L}_s^i(a) \leq x(a) < L_s^i(a)$ となるレーダー軌道 x が存在するとして (図 9), 矛盾を導く. その他の場合も同様の考え方で示すことができるので省略する. 時刻 a が図 9 のケース A,C に入っている場合と, ケース B に入っている場合に分けて考える.

ケース A,C: つまり $s \leq a \leq \hat{t}_1$ または $\hat{t}_2 \leq a \leq s + (T_0 - 1)$ のとき, $d_i(a) - x(a) > h$ となるので, 明らかにスペースデブリ i を捕捉することができない.

ケース B: つまり $\hat{t}_1 < a < \hat{t}_2$ のとき, レーダーの最高捕捉速度 S_{hold} で動かしても, 時刻 \hat{t}_2 で $x(\hat{t}_2) < L_s^i(\hat{t}_2)$ となる. よって, $d_i(\hat{t}_2) - x(\hat{t}_2) > h$ となるので捕捉できない.

これは, $\bar{L}_s^i(t)$ が下限であることに矛盾する. 以上より, $U_s^i(t), L_s^i(t)$ はそれぞれ上限, 下限であることがわかる.

3.2.2 前処理とブロック化 (step 0)

次の (i) または (ii) を満たすスペースデブリ $i = 1, \dots, n$ は観測できない.

(i) 継続可視時間が T_0 秒未満, すなわち $l_i < T_0$ のスペースデブリ.

(ii) どの $s \in \{t_{i,1}, \dots, t_{i,l_i-(T_0-1)}\}$ に対しても $U_s^i(t) < L_s^i(t)$ となる $t \in \{s, \dots, s + (T_0 - 1)\}$ が存在する (図 10). (このスペースデブリは T_0 秒間捕捉できないほど速く動いている).

そこで step 0 ではこのようなスペースデブリをデータから取り除く.

ブロック分けの説明は副節 3.1 で行なったので, ここでは省略する.

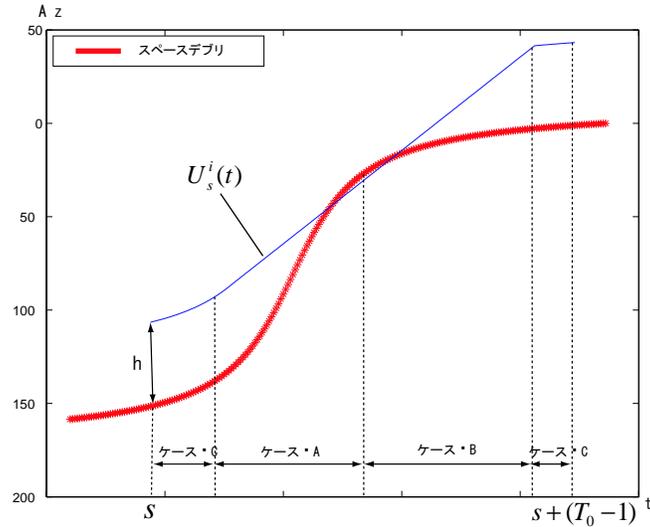


図 8: 上限の作成方法

3.2.3 スペースデブリの有向グラフ化 (step 1-1)

3.1節で定義した枝集合 E_d に対して, $(i, j) \in E_d$ となることは, 次の (i) または (ii) の条件を満たすスペースデブリ i と j の捕捉開始時刻 s_i, s_j の組み合わせが存在することと等価である.

(i) i と j が十分離れているとき :

$$|L_{s_i}^i(s_i + (T_0 - 1)) - U_{s_j}^j(s_j)| \leq S_{\max}(s_j - (s_i + (T_0 - 1))) \quad (5)$$

または,

$$|L_{s_j}^j(s_j) - U_{s_i}^i(s_i + (T_0 - 1))| \leq S_{\max}(s_j - (s_i + (T_0 - 1))) \quad (6)$$

を満たす (図 11(a)).

(ii) i と j が十分近いとき : $s_i \leq s_j + (T_0 - 1)$ であり, すべての $t = s_j, \dots, s_i + (T_0 - 1)$ に対して,

$$L_{s_i}^i(t) \leq U_{s_j}^j(t) \leq U_{s_i}^i(t) \quad (7)$$

または,

$$L_{s_j}^j(t) \leq U_{s_i}^i(t) \leq U_{s_j}^j(t) \quad (8)$$

を満たす (図 11(b)).

すべてのノード $i, j \in V$ に対して, 上記の (i) または (ii) の条件を満たす s_i, s_j が存在するかどうかを調べ, それらの条件を満たす (i, j) によって枝集合 E_d を構成する.

Az

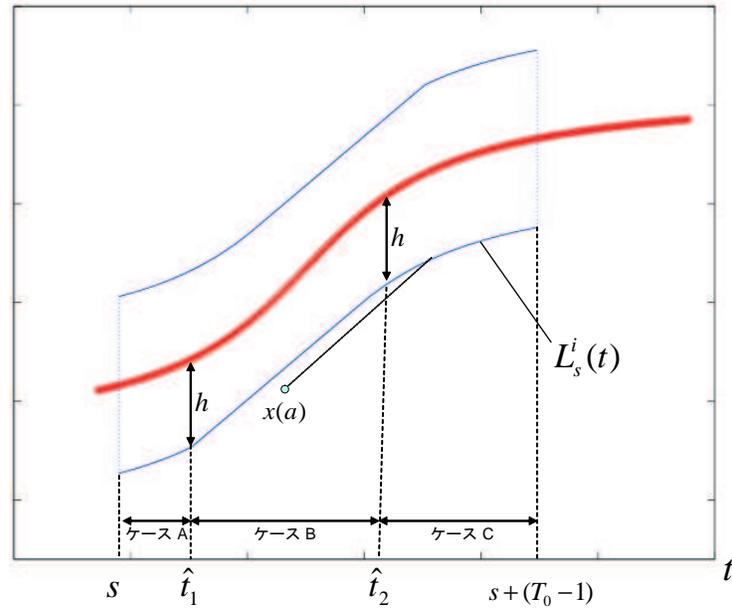


図 9: $L_s^i(t)$ より下に x がある例

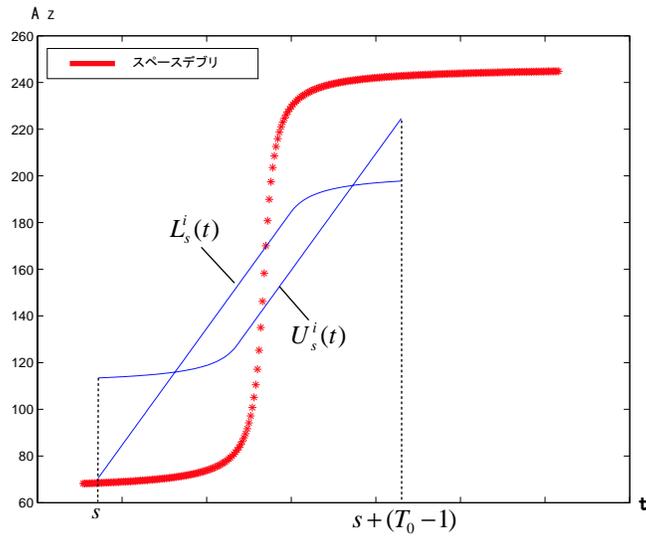


図 10: (ii) の例 (3.2.2 節)

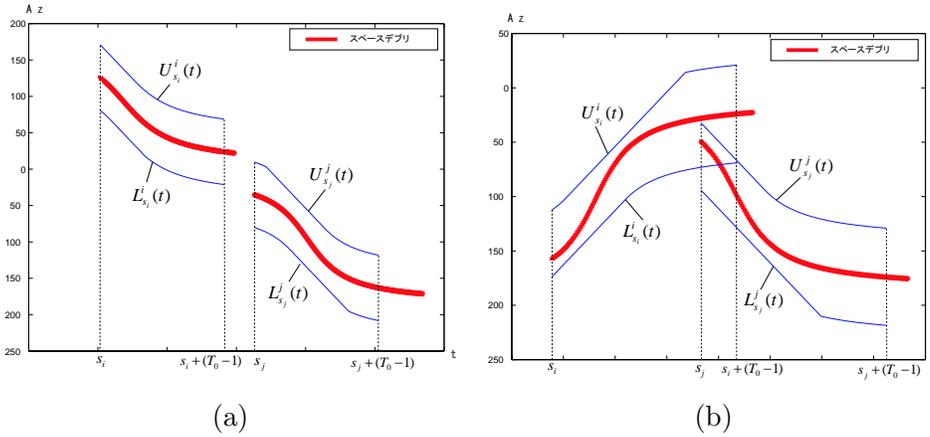


図 11: 2つのスペースデブリ間で枝を張ることができる例

3.2.4 最長路問題への定式化 (step 1-2)

ブロック化により最長路問題の規模は小さくなるので、すべての単純パスを調べる列挙法によって最長路を現実時間内で求めることが期待できる。実際、現実のデータ (4 節参照) ではノード数が高々6個のグラフとなる。もし問題の規模が大きくなったときは、分枝限定法 [10] などを使って解くことができる。

3.2.5 ブロックごとのレーダー軌道の決定 (step 2)

ブロック b の最長路問題の解によって得られた最長路を π^b とする。この最長路 π^b 上のスペースデブリの観測数を最大にするレーダー軌道 x^b を求める問題を考える。今、簡単のため $\pi^b = (1, 2, \dots, n_b)$ とする。ここで、 π^b からいくつかのノードを取り除いたパスの集合を P とする ($\pi^b \in P$ も許すものとする)。このとき考えている問題は、パス中のノードがすべて観測可能な $v \in P$ の中から、要素数が最大となるものを求めることである。 n_b が大きいとき、 P の要素数は莫大である。さらに、 $v \in P$ に含まれているスペースデブリがすべて観測可能かどうかを調べることも容易ではない。そこで、次のヒューリスティック手法を用いてレーダー軌道を求めることを提案する。以下では、パス $v \in P$ に対応する観測開始時刻の列を $u = (s_1, s_2, \dots, s_{n'_b})$ とする。

まず、 $v = (1, 2)$ とする。 $(1, 2) \in E$ であることよりスペースデブリ 1 と 2 を観測するレーダー軌道は必ず存在する。このとき、3.2.3 節で述べた (i) または (ii) の条件を満たす s_1, s_2 の組み合わせの中から (s_1, s_2) に関する辞書式順序で最小となる s_1, s_2 を求め、 $u = (s_1, s_2)$ とする。次に、最長路の残り $(3, 4, \dots, n_b)$ の順番に従ってスペースデブリをパス v に加えていくことを考える。現在のパス v 上のスペースデブリはすべて観測可能であり、 u はそれに対応する観測開始時刻の列である。 v と u を固定したままで、新たに加える i が観測可能かどうか判定する。観測可能であれば、 i をパス v の最後尾に加え、観測可能な最小の s_i を列 u の最後尾に加える。 i を観測できないときは、 i を観測することをあきらめ、最長路上の次のスペースデブリを加えることを考える。この操作を最長路の最後尾まで行なう。

この操作によって得られた v と u を用いて, v 上のスペースデブリの上限と下限をつなぎ合わせて $U(t), L(t) \forall t \in [s_1, s_{m_b} + (T_0 - 1)]$ を作成する. ここで s_{m_b} は v の最後尾のスペースデブリの観測開始時刻である. 図 12 は, 最長路が $(1, 2, 3, 4)$ であり, 提案したヒューリスティックスによって $v = (1, 2, 4)$ が求められたときの $U(t), L(t)$ の例を示している. このアルゴリズムの詳細は付録 C で与える (付録 C のアルゴリズムは v, u の決定と $U(t), L(t)$ の計算を同時に行なうものである). この $U(t), L(t)$ を用いて, ブロック b のレーダー軌道を決定する. 例えば,

$$x(t) = \frac{U(t) + L(t)}{2}, \quad \forall t \in [s_1, s_{m_b} + (T_0 - 1)] \quad (9)$$

とすれば, $x(t)$ は v 上のすべてのスペースデブリをを観測できるレーダー軌道となる.

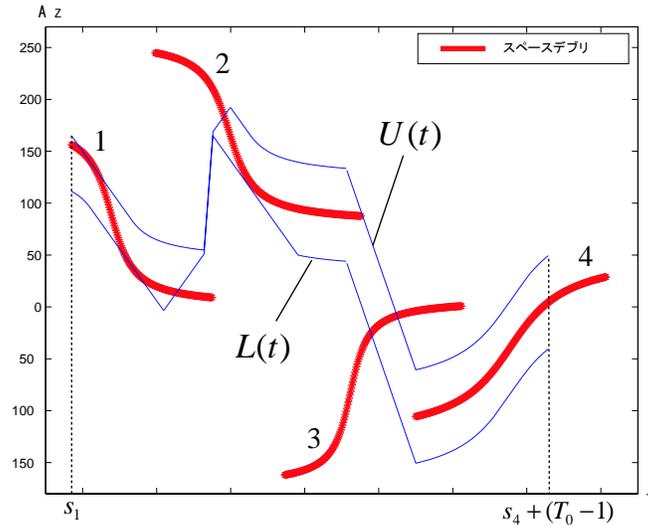


図 12: $U(t), L(t)$ の例

3.2.6 観測期間全体のレーダー軌道の決定 (step 3)

ブロックごとに決定した軌道を直線をつなぎあわせることによって, 観測期間 $[1, T]$ のレーダー軌道を求めることができる.

4 数値実験

この節では, 提案手法の有効性を確かめるため, 実際のデータを用いて行なった数値実験の結果を報告する.

実験は上齋原スペースガードセンター [4] で観測することを想定して行なった. スペースデブリのデータは, 米国の国防省/空軍管轄の Space-Track Website[9] で公開されているス

ペース・オブジェクト（人工衛星・デブリなど）の軌道情報を基に，宇宙航空研究開発機構（JAXA）[2] が作成した予報値を用いた．上齋原スペースガードセンターのレーダーでは，スラントレンジが 1350km 以上，仰角が 15° ～ 75° の範囲外のスペースデブリを捕捉することができないので，その範囲のスペースデブリはあらかじめ削除した．レーダーおよび観測に関するパラメータは， $T = 86940$, $S_{\max} = 9.5$, $S_{\text{hold}} = 1.0$, $C = 270$, $h = 45$, $T_0 = 180$ とした．なお提案アルゴリズムは MATLAB 6.5 によって実装し，Pentium4 CPU 2.80GHz とメモリ 1GB のマシン上で動かした．以下の 2 つのケースで実験を行なった．

実験 1：実際のデータを用いた実験

表 1 に実験で用いたデータの観測期間を載せる．表 2 には，各データの特徴をまとめた．

データ番号	観測期間
データ 1	2005/01/06, 11:00:00～2005/01/07, 11:09:00
データ 2	2005/01/07, 11:00:00～2005/01/08, 11:09:00
データ 3	2005/01/08, 11:00:00～2005/01/09, 11:09:00
データ 4	2005/01/09, 11:00:00～2005/01/10, 11:09:00
データ 5	2005/01/10, 11:00:00～2005/01/11, 11:09:00
データ 6	2005/01/11, 11:00:00～2005/01/12, 11:09:00

表 1: データの観測期間

データ番号	1	2	3	4	5	6
スペースデブリ数	146	132	141	130	127	133
観測可能な数	102	96	97	89	82	86
ブロック数	67	69	72	60	54	64
最大デブリ数	4	5	5	4	6	4
3以上のブロック数	9	5	5	9	7	3

表 2: 各観測期間のデータの特徴

データ番号	1	2	3	4	5	6
上界値	84	83	79	70	67	71
マスターデブリ法	40	44	31	34	32	36
提案手法	83	83	79	70	67	71

表 3: マスターデブリ法と提案手法の比較

表 2 中の「観測可能な数」とは，3.2.2 節の前処理で削除されたスペースデブリを除いたス

ペースデブリ数である。「ブロック数」とは、3.1節の方法で観測期間をブロック化した際のブロック数 m である。「最大デブリ数」とは、各ブロック中に出現するスペースデブリ数の中で最大のものである。「3以上のブロック数」とは、3つ以上のスペースデブリが存在するブロックの数である。表2から、各データに存在するスペースデブリ数は127~146個と少なく、そのため観測期間を60近くのブロックに分けることができている。さらに、「最大デブリ数」が高々6であるので、各ブロックで解くべき最長路問題の規模が非常に小さくなる。よって、最長路問題を解く手法は列挙法で十分であることがわかる。また、「3以上のブロック数」が高々9であることは、上限と下限のデータを用いればほとんどのブロックで最適なレーダー軌道を求めることができることを意味している。

各データに対して提案手法とマスターデブリ法(2.2節)による操作計画で観測可能なスペースデブリ数を表3にまとめる。なお、「上界値」とは問題(1)の目的関数の上界値、つまり、各ブロックの最長路のノード数の和である。データ1に対して提案手法で得られたレーダー軌道 $x(t)$ をグラフにしたものを付録Fに載せる。

表3より、提案手法によるレーダー操作計画では、マスターデブリ法によるものより約2倍の数のスペースデブリが観測できたことがわかる。この理由は以下のように考えられる。マスターデブリ法では、ブロック内に観測可能なスペースデブリが1つしかない場合でも、そのスペースデブリを観測できない場合があった。一方、提案手法は、ブロック内にあるスペースデブリ数が2以内のときは、必ず最適なレーダー軌道を求めることができる。このことが結果の違いに大きくあらわれている。特に、表1,2の場合のように各スペースデブリが比較的離れて出現するときは、このことによる影響が大きい。また、上界値と提案手法で観測できるスペースデブリ数の差は5つのデータで一致し、1つのデータでは1であった。このことは、日本の現状の観測に対しては提案手法でほとんど最適な結果が得られることを示している。なお、提案手法はどのデータに対しても20~30秒でレーダー軌道を求めることができた。実用的には300秒以内に操作計画を作成できればよいので、この時間は実用上まったく問題ないものである。

将来的には、レーダーの性能が向上し、捕捉可能なスペースデブリ数が増大することが予想される。そのときの提案手法の有効性を調べるために、以下の実験2を行なった。

実験2：スペースデブリ数を増やしたデータを用いた実験

本実験では、レーダーの性能が向上し、観測期間中に捕捉できるスペースデブリ数が2~3倍になることを想定して行なった。そのようなデータは現実には存在しないので、ここでは表1のデータ1~3より次のデータA,Bを作成した。データAは、観測期間[1,86940]にデータ1,2のスペースデブリが同時に現れるものとした。同様にデータBは、データ1,2,3のスペースデブリが同時に現れるものとした。表4にデータAとBの特徴をまとめた。実験1の各観測期間と比べて、同じ観測期間中で、データAでは約2倍、データBでは約3倍のスペースデブリ数となっている。また、「3以上のブロック数」と「最大デブリ数」が増えたことにより最適なレーダー軌道を求めることが困難になることが予想される。

データ番号	A	B
スペースデブリ数	278	414
観測可能な数	198	290
ブロック数	98	112
最大デブリ数	5	13
3以上のブロック数	16	39

表 4: 各実験のデータの特徴

データ番号	A	B
上界値	155	215
提案手法	153	209

表 5: 実験結果

表 5 に、データ A と B に対する提案手法の結果を示す。表 5 より、上界値と提案手法で観測できるスペースデブリ数の差は小さいので、ほとんど最適な操作計画が求まったと考えることができる。実際、上界値が必ず最適値となるわけではないので、提案手法で求まったレーダー軌道が最適である可能性もある。計算時間は、データ A で 90 秒、データ B で 190 秒であり、スペースデブリ数が増えるとともに増大した。これは、ブロックごとに解くべき最長路問題の規模が大きくなったためである。しかし、どちらも実用限度時間の 300 秒以内であるので、スペースデブリ数が 2 倍、3 倍に増えたとしても提案手法の有効性は損なわれないことがわかった。

5 結論

この論文では、最長路によってスペースデブリ観測レーダーの操作計画を立案する手法を提案した。また、実際のデータに対して数値実験を行ない、日本で現在使用されている手法よりも良いレーダー軌道を求められることを確かめた。さらに、将来、レーダーの性能が向上した場合でも提案手法が有効であることを確認した。

提案手法にはまだいくつか改良する点がある。最長路問題は NP 困難であるため、観測可能なスペースデブリ数が数十倍に増えると、現在のアルゴリズムでは実用時間内で解くことが困難になる。よって最長路問題を効率よく解くアルゴリズムを開発する必要がある。また、レーダー軌道の作成には、ヒューリスティックな手法 (3.2.5 節) を使っていたが、その改良の余地は大きい。特に、1つのブロック中にスペースデブリが少ないときは、すべてのスペースデブリに対して観測可能かどうかを調べることによって最適なレーダー軌道が求まると期待できる。

現実的な課題として、以下のものが挙げられる。スペースデブリの中には危険度が高く、必ず観測しなければならないものがある。そのようなスペースデブリを必ず観測するために

は、アルゴリズムを修正する必要がある。また、複数のレーダーによって観測する場合への提案手法の拡張も今後の課題である。そのときは複数のパスを含む最長路を求める問題に定式化し、運搬経路問題に対する手法のアイデアを適用することが考えられる。

謝辞

日頃から御教授いただき、本研究に対しても熱心に御指導賜った福嶋雅夫教授，ならびに本論文全般に渡り，細部に至るまで数多くの御指摘，御指導を頂いた山下信雄助手に心より感謝いたします。また，本論文を進めるに当たり数々の助言を頂いた博士課程の林俊介さんをはじめとし，お世話になった福嶋研究室の皆様にも厚く御礼申し上げます。最後にスペースデブリに関する専門的助言やデータを提供していただいた京都大学の佐藤亨教授，宇宙航空研究開発機構（JAXA）の田呂丸義隆様と廣瀬史子様，富士通株式会社の山本洋介様に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 朝日新聞, 2005年1月23日朝刊, 13版第一面.
- [2] 宇宙航空研究開発機構, <http://www.jaxa.jp/>
- [3] 宇宙航空研究開発機構, スペースデブリ地上観測システム 製品仕様書, 2004.
- [4] 上齋原スペースガードセンター, <http://www2.jsforum.or.jp/ksgc/top.html>
- [5] Michael R. Garey and David S. Johnson, *Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman, 1991.
- [6] 日本スペースガード協会, <http://www.spaceguard.or.jp/ja/bisei/sisetu.html>
- [7] Katsuhiko Ono, Toru Tajima, Akio Mizutani, Yoshitaka Taromaru, Shuzo Isobe, Tadashi Takano and Toru Sato. *Development of First Japanese Space Debris Observation Radar*, Proceedings of the Third European Conference on Space Debris, 19-21 March 2001, European Space Operations Centre (ESOC), Darmstadt, Germany, ESA Publications Division, 2001.
- [8] Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, James B. Orlin. *Network flows : theory, algorithms, and applications*, Prentice Hall, 1993.
- [9] *Space-Track.Org*, <http://www.space-track.org/perl/login.pl>
- [10] 茨木 俊秀, 組合せ最適化 : 分枝限定法を中心として, 講座・数理計画法 8, 1983.
- [11] 八坂 哲雄, 宇宙のゴミ問題 スペースデブリ, ポピュラーサイエンス, 裳華房, 1997.

A マスターデブリ法

2.2 節で紹介したマスターデブリ法の詳細なアルゴリズムを記述する.

step 0 $t = 1$;

step 1 時刻 t で新たにスペースデブリ M を発見したら, スペースデブリ M をマスターデブリとし, step 2 へ. スペースデブリが存在しなければ $t := t + 1$ とする. $t = T$ なら終了. そうでなければ step 1 へ.

step 2 (i) マスターデブリのみ存在する場合は step 3 へ.

(ii) マスターデブリと同時に捕らえることができるスペースデブリが存在する場合は step 4 へ.

step 3 以下の手順でレーダーのパスを決定する.

step 3-0 $x(t_{M,1}) = d_M(t_{M,1}), t := t_{M,2}, k := 2$.

step 3-1 $k := l_M$ または $|d_M(t) - (x(t-1) + 1)| > h$ となれば終了し, step 1 へ. そうでなければ step(3-2) へ.

step 3-2 $|d_M(t) - d_M(t-1)| > S_{\text{hold}}$ または $|d_M(t) - (x(t-1) + 1)| > 0$ なら, $x(t) = x(t-1) + S_{\text{hold}}$. そうでなければ, $x(t) = x(t-1) + |d_M(t) - d_M(t-1)|$. $k := k + 1, t := t_{M,k}$ とし (3-1) へ.

step 4 以下の手順でレーダーのパスを決定する.

step 4-0 $x(t_{M,1}) = d_M(t_{M,1}), t := t_{M,2}, k := 2$

step 4-1 $k = l_M$ なら終了. そうでなければ step(4-2) へ.

step 4-2 時刻 t で捕捉可能なスペースデブリの方位角の最大値, 最小値をそれぞれ $d_{\text{max}}, d_{\text{min}}$ とする. $t = t_{M,k}$ におけるスペースデブリの数を m とすると,

(i) $m=1$ のとき, $|d_M(t) - d_M(t-1)| > 1$ または, $|d_M(t) - (x(t-1) + 1)| > 0$ なら, $x(t) = x(t-1) + 1$. そうでなければ, $x(t) = x(t-1) + |d_M(t) - d_M(t-1)|$. $k := k + 1, t := t_{M,k}$ とし (4-1) へ.

(ii) $m > 1$ のとき, $x(t) = (d_{\text{max}} + d_{\text{min}})/2$. $k := k + 1, t := t_{M,k}$ とし (4-1) へ.

時刻 $t = t_{M,l_M} + 1$ において, 継続して観測しているスペースデブリが存在すれば, 最古のマスターデブリを M' , $k := (t_{M,l_M} - t_{M',1}) + 1, t := t_{M',k}$ とし, $M = M'$ とし (4-2) へ. 継続して観測しているスペースデブリが存在しなければ, step 1 へ.

B レーダー軌道の上限・下限の作成アルゴリズム

3.2.1 節で述べた、各スペースデブリを観測するためのレーダー軌道の上限・下限の計算アルゴリズムを以下に記述する。

1. $d_i(k+1) - d_i(k) > 0$ (方位角が単調増加) のとき

step 0 $k := 1$

step 1 $k = l_i - (T_0 - 1)$ なら終了, そうでなければ step 2 へ.

step 2 $s := t_{i,k}$.

$$U_s^i(s) := d_i(s) + h.$$

$$L_s^i(s + (T_0 - 1)) := d_i(s + (T_0 - 1)) - h.$$

$j := 1$ とし, step3 へ.

step 3 (上限)

$d_i(s+j) - d_i(s+j-1) > S_{\text{hold}}$ ならば, $U_s^i(s+j) := U_s^i(s+j-1) + S_{\text{hold}}$.
そうでなければ,

$$U_s^i(s+j) := \begin{cases} U_s^i(s+j-1) + S_{\text{hold}}, & \text{if } U_s^i(s+j-1) + S_{\text{hold}} - d_i(s+j) \leq h \\ U_s^i(s+j-1) + (d_i(s+j) - d_i(s+j-1)), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(下限)

$d_i(s + (T_0 - 1) - j) - d_i(s + (T_0 - 1) - j + 1) < S_{\text{hold}}$ ならば,

$$L_s^i(s + (T_0 - 1) - j) := L_s^i(s + T_0 - j) - S_{\text{hold}}.$$

そうでなければ,

$$L_s^i(s + (T_0 - 1) - j) = \begin{cases} L_s^i(s + T_0 - j) - S_{\text{hold}}, & \text{if } d_i(s + (T_0 - 1) - j) - (L_s^i(s + T_0 - j) - S_{\text{hold}}) \leq h \\ L_s^i(s + T_0 - j) - d_i(s + (T_0 - 1) - j) + d_i(s + T_0 - j), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$j = T_0 - 1$ なら $k := k + 1$ とし, step 1 へ. そうでなければ, $j := j + 1$ とし, step 3 へ.

2. $d_i(k+1) - d_i(k) < 0$ (方位角が単調減少) のとき

step 0 $k := 1$

step 1 $k = l_i - (T_0 - 1)$ なら終了, そうでなければ step 2 へ.

step 2 $s = t_{i,k}$ $U_s^i(s + (T_0 - 1)) = d_i(s + (T_0 - 1)) + h$. $L_s^i(s) = d_i(s) - h$. $j := 1$ とし, step3 へ.

step 3 (上限)

$d_i(s + (T_0 - 1) - j) - d_i(s + T_0 - j) > S_{\text{hold}}$ ならば,

$U_s^i(s + (T_0 - 1) - j) = U_s^i(s + T_0 - j) + S_{\text{hold}}$.

そうでなければ,

$$U_s^i(s + (T_0 - 1) - j) = \begin{cases} U_s^i(s + (T_0 - 1) - j + 1) + S_{\text{hold}}, \\ \quad \text{if } U_s^i(s + T_0 - j) + S_{\text{hold}} - d_i(s + (T_0 - 1) - j) \leq h \\ U_s^i(s + T_0 - j) + d_i(s + (T_0 - 1) - j) - d_i(s + T_0 - j), \\ \quad \text{otherwise.} \end{cases}$$

(下限)

$d_i(s + j) - d_i(s + j - 1) < S_{\text{hold}}$ ならば,

$L_s^i(s + j) = L_s^i(s + j - 1) - S_{\text{hold}}$.

そうでなければ,

$$L_s^i(s + j) = \begin{cases} L_s^i(s + j - 1) - S_{\text{hold}}, \\ \quad \text{if } d_i(s + j) - (L_s^i(s + j - 1) - S_{\text{hold}}) \leq h \\ L_s^i(s + j - 1) - d_i(s + j - 1) + d_i(s + j), \\ \quad \text{otherwise.} \end{cases}$$

$j = T_0 - 1$ なら $k := k + 1$ とし, step 1 へ. そうでなければ, $j = j + 1$ とし, step 3 へ.

C レーダー軌道を求めるアルゴリズム

3.2.5 節で述べたレーダ軌道を決定するヒューリスティックの詳細を記述する. なお, アルゴリズム中の joint procedure と find procedure は付録 D と付録 E で述べる.

step 0 $v = (1, 2)$ とする. スペースデブリ 1 と 2 を観測できる観測開始時刻の中で, 辞書式順序で最小となる s_1, s_2 を求め, $u = (s_1, s_2)$ とする. $U(t) := U_{s_1}^1(t), L(t) := L_{s_1}^1(t) \forall t \in [s_1, s_1 + (T_0 - 1)]$ とする. $U(t), L(t) \forall t \in [s_1, s_1 + (T_0 - 1)]$ と $U_{s_2}^2(t), L_{s_2}^2(t) \forall t \in [s_2, s_2 + (T_0 - 1)]$ から joint procedure によって $U(t), L(t) \forall t \in [s_1, s_2 + (T_0 - 1)]$ を計算する. $k := 2, s_l := s_2$ とし, step 1 へ.

step 1 $k = n_b$ なら終了. そうでなければ step 2 へ.

step 2 $U(t), L(t) \forall t \in [s_1, s_l + (T_0 - 1)]$ とスペースデブリ $k + 1$ に対して find procedure によってスペースデブリ $k + 1$ の最小となる観測開始時刻 s_{k+1} を求める.

- $s_{k+1} < \infty$ ならば,
 $U(t), L(t) \forall t \in [s_1, s_l + (T_0 - 1)]$ と $U_{s_{k+1}}^{k+1}(t), L_{s_{k+1}}^{k+1}(t) \forall t \in [s_{k+1}, s_{k+1} + (T_0 - 1)]$ から $U(t), L(t) \forall t \in [s_1, s_{k+1} + (T_0 - 1)]$ を joint procedure で計算する. v の最後尾に $k+1$ を加え, u の最後尾に s_{k+1} を加える. $k := k+1, s_l := s_{k+1}$ とし, step 1 へ.
- $s_{k+1} = \infty$ ならば, $k := k+1$ とし, step 1 へ.

D joint procedure

joint procedure は, 与えられたレーダー軌道の上下の範囲 $f_1(t), g_1(t) \forall t \in [t_1, t_2]$ と $f_2(t), g_2(t) \forall t \in [t_3, t_4]$ から, レーダーの制約を満たすようにそれらをつなぎ合わせた $U(t), L(t) \forall t \in [t_1, t_4]$ を計算する手続きである. 以下に $t_2 \leq t_3$ の場合と $t_2 > t_3$ の場合の手続きを記述する.

$t_2 \leq t_3$ の場合 :

(i): $|g_1(t_2) - f_2(t_3)| \leq S_{\text{hold}}(t_3 - t_2)$ のとき,

$$U(t) = \begin{cases} f_1(t), & t \in [t_1, t_2] \\ f_1(t_2) + \frac{f_2(t_3) - f_1(t_2)}{t_3 - t_2}(t - t_2), & t \in [t_2 + 1, t_3 - 1] \\ f_2(t), & t \in [t_3, t_4] \end{cases}$$

$$L(t) = \begin{cases} g_1(t), & t \in [t_1, t_2] \\ g_1(t_2) + \frac{g_2(t_3) - g_1(t_2)}{t_3 - t_2}(t - t_2), & t \in [t_2 + 1, t_3 - 1] \\ g_2(t), & t \in [t_3, t_4] \end{cases}$$

(ii): $|g_1(t_2) - f_2(t_3)| \leq S_{\text{max}} \cdot (t_3 - t_2)$ かつ, $f_1(t_2) \leq f_2(t_3)$ のとき

$$U(t) = \begin{cases} f_1(t), & t \in [t_1, t_2] \\ f_1(t_2) + (t - t_2)S_{\text{max}}, & t \in [t_2 + 1, t_3] \\ f_1(t_2) + (t_3 - t_2)S_{\text{max}} + (t - t_3)S_{\text{hold}}, & t \in [t_3 + 1, t_3 + q_U] \\ f_2(t), & t \in [t_3 + q_U + 1, t_4] \end{cases}$$

$$L(t) = \begin{cases} g_1(t), & t \in [t_4, t_3] \\ g_1(t_3) + (t - t_3)S_{\text{max}}, & t \in [t_3 - 1, t_2] \\ g_1(t_3) + (t_2 - t_3)S_{\text{max}} + (t - t_2)S_{\text{hold}}, & t \in [t_2 - 1, t_2 - q_L] \\ g_2(t), & t \in [t_2 - q_L - 1, t_1] \end{cases}$$

ただし q_U は $t = t_3 + q$ ではじめて $f_2(t_3 + q) \leq f_1(t_2) + (t_3 - t_2)S_{\text{max}} + qS_{\text{hold}}$ を満たす値であり, q_L は $t = t_2 - q$ ではじめて $g_2(t_2 - q) \leq f_1(t_3) + (t_2 - t_3)S_{\text{max}} - qS_{\text{hold}}$ を満たす値である.

$t_2 > t_3$ の場合 :

$U(t)$ は, $[t_1, t_4]$ を $[t_1, t_3], [t_3, t_2], [t_2, t_4]$ に分けて以下の手順で計算する.

- $t \in [t_1, t_3]$ のとき,

$$U(t) = \begin{cases} f_1(t), & \text{if } g_2(t) \leq f_1(t) \leq f_2(t) \\ f_1(t), & \text{if } g_1(t) \leq f_2(t) \leq f_1(t) \text{ かつ } t \in [t_1, t_3 - q_{U_1}] \\ f_1(t_3) + (t - (t_3 - 1))S_{\text{hold}}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ただし q_{U_1} は, $g_1(t_3 - q) > g_2(t_3) + (1 - q)S_{\text{hold}}$ を満たす最大の q である.

- $t \in [t_3, t_2]$ のとき,

$$U(t) = \min(f_1(t), f_2(t))$$

- $t \in [t_2, t_4]$ のとき,

$$U(t) = \begin{cases} f_2(t), & \text{if } g_1(t) \leq f_2(t) \leq f_1(t) \\ f_1(t_2) + (t - (t_2))S_{\text{hold}}, & \text{if } g_1(t) \leq f_1(t) \leq f_2(t) \text{ かつ } t \in [t_2 + 1, t_2 + q_{U_2}] \\ f_1(t), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ただし q_{U_2} は, $f_2(t_2 + q) \leq f_1(t_2 + q) + qS_{\text{hold}}$ を満たす最小の q である.

$L(t)$ は, $[t_1, t_4]$ を $[t_1, t_3], [t_3, t_2], [t_2, t_4]$ に分けて以下の手順で計算する.

- $t \in [t_2, t_4]$ に対して,

$$L(t) = \begin{cases} g_1(t), & \text{if } g_1(t) \leq g_2(t) \leq f_1(t) \\ g_1(t_2) - (t - t_2)S_{\text{hold}}, & \text{if } g_2(t) \leq f_2(t) \leq f_1(t) \text{ かつ } t \in [t_2 + 1, t_2 + q_{L_1}] \\ g_1(t), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ただし q_{L_1} は, $g_2(t_2 + q) < g_1(t_2) - qS_{\text{hold}}$ を満たす最小の q である.

- $t \in [t_3, t_2]$ に対して,

$$L(t) = \max(g_1(t), g_2(t))$$

- $t \in [t_1, t_2]$ に対して,

$$L(t) = \begin{cases} g_1(t), & \text{if } g_2(t) \leq g_1(t) \leq f_2(t) \\ g_2(t_3) + (t - (t_3 - 1))S_{\text{hold}}, & \text{if } g_1(t) \leq g_2(t) \leq f_1(t) \text{ かつ } t \in [t_3 - 1, t_3 - q_{L_2}] \\ g_1(t), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

q_{L_2} は, $g_1(t_3 - q) \leq g_2(t_3) - qS_{\text{hold}}$ を満たす最大の q である.

E find procedure

find procedure は, $f_1(t), g_1(t) \forall t \in [t_1, t_2]$ とスペースデブリ i が与えられたとき, スペースデブリ i を観測するレーダー軌道 $x(t)$ で $f_1(t) \geq x(t) \geq g_1(t)$ となるものが存在すれば, そのような軌道によるスペース i の観測開始時刻の中で最小となる s を出力し, そうでなければ $s = \infty$ とする手続きである.

step 0 s をスペースデブリ i の出現時刻, つまり $s := t_{i,1}$ とする.

step 1 $s = t_{i,i} - (T_0 - 1)$ なら $s = \infty$ を出力. そうでなければ step 2 へ.

step 2 s が次の (i) または (ii) を満たせば, s を出力し, そうでなければ, $s := s + 1$ とし step 1 へ.

(i) $t_2 \leq s$ のとき :

$$|g_1(t_2) - f_2(s)| \leq S_{\max}(s - t_2) \quad (10)$$

または,

$$|g_2(s) - f_1(t_2)| \leq S_{\max}(s - t_2) \quad (11)$$

を満たす.

(ii) $t_2 > s$ のとき : すべての $t \in [s, t_2]$ に対して,

$$g_2(t) \leq f_2(t) \leq f_1(t) \quad (12)$$

または,

$$g_2(t) \leq f_1(t) \leq f_2(t) \quad (13)$$

を満たす.

F 観測計画立案結果

4節のデータ1に対する提案手法の結果をグラフ(図13-16)で示す。グラフでは、スペースデブリを赤線で表し、提案手法によるレーダーの捕捉範囲を黄色の領域で表す。なお、観測可能なスペースデブリは太い線で表している。

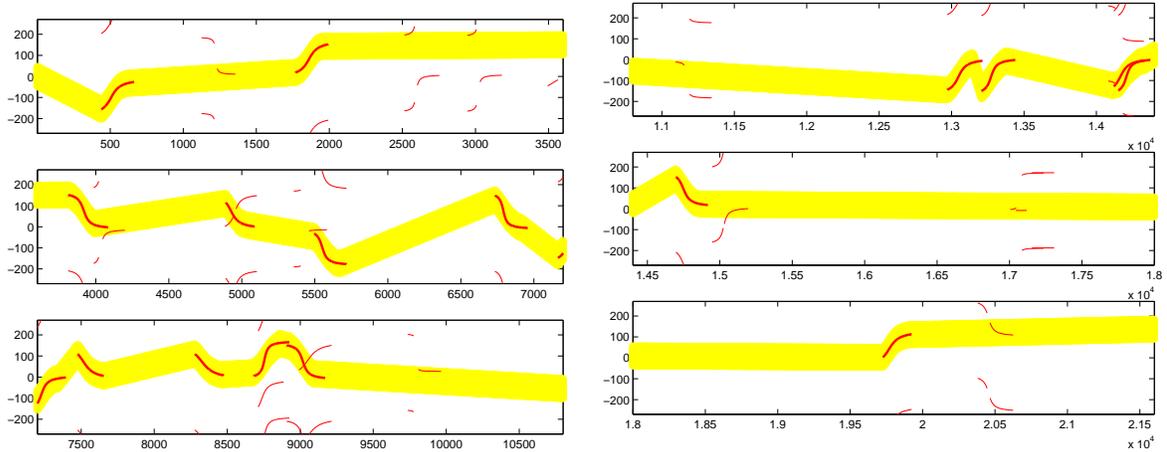


図 13: 2004/12/16/11:00:00-17:00:00

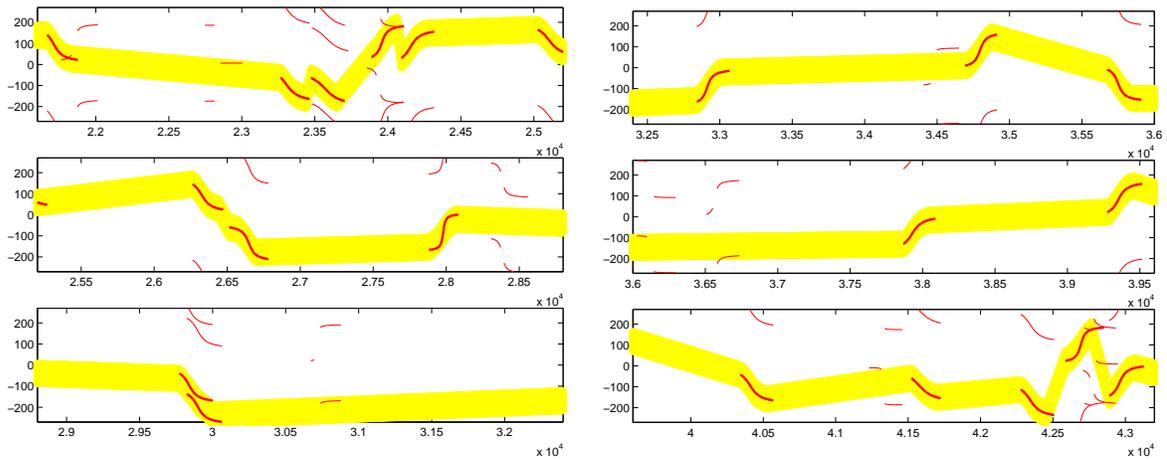


図 14: 2004/12/16/17:00:00-23:00:00

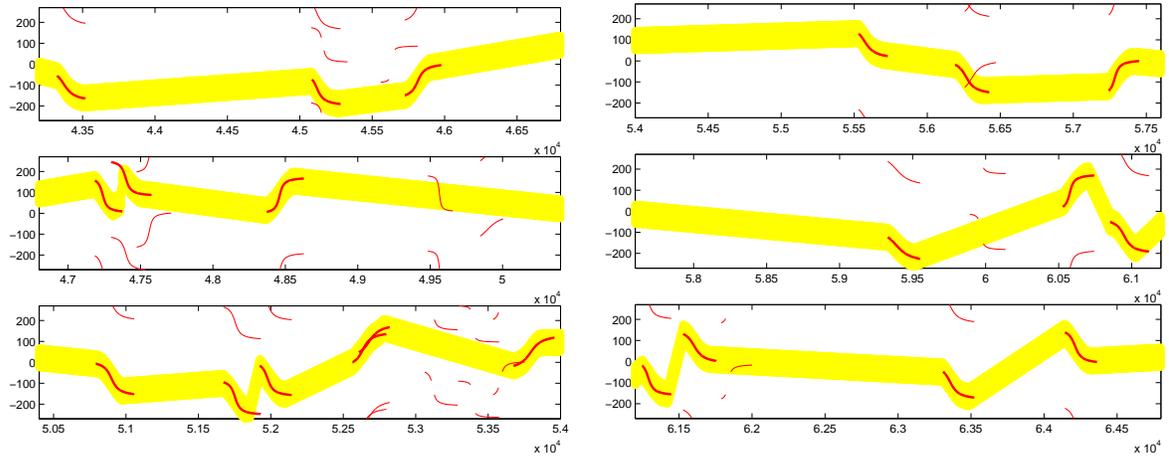


図 15: 2004/12/16/23:00:00-2004/12/17/5:00:00

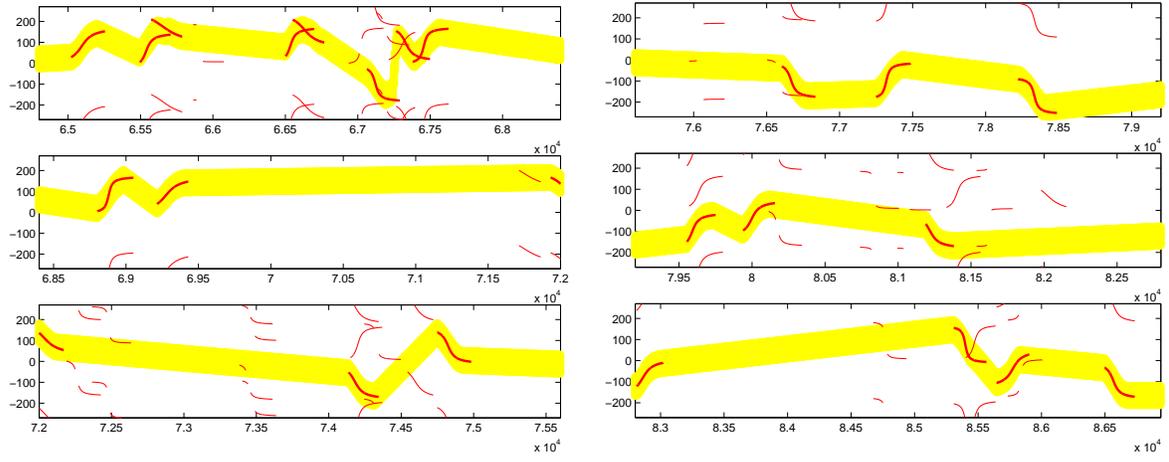


図 16: 2004/12/17/5:00:00-11:09:00