2011/9/14

2011年度試験問題の解答例

問1： (a)

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} v_{ij}x_i x_j \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^{4} r_i x_i \geq 1.02 \\ & \sum_{i=1}^{4} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, i = 1,\dots,4 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{ll} \max & \sum_{i=1}^{4} r_i x_i \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} v_{ij}x_i x_j \leq 0.04 \\ & \sum_{i=1}^{4} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, i = 1,\dots,4 \end{array}$$

問2： (1) H, (2) E, (3) I, (4) A, (5) C

問3： (i)

$$\nabla f(x_1,x_2) = \begin{pmatrix} 2x_1+2 \\ 2x_2 \end{pmatrix}, \quad \nabla g(x_1,x_2) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(ii)

$$\begin{pmatrix} 2x_1+2 \\ 2x_2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$x_1 \leq 0, \ \ \mu \geq 0, \ \ \mu x_1 = 0$$

(iii) $\mu \geq 0, x_1 = 0$ のとき： KKT 条件の第 1 式より，$2-\mu = 0$ となり，$\mu = 2$ をえる．さらに KKT 条件より，$x_2 = 0$ を得る．$(x_1,x_2,\mu) = (0,0,2)$ は KKT 条件を満たすため KKT 点となる．よって，大域的最小解は $(x_1,x_2) = (0,0)$ である．**(注意：KKT 点と大域的最小解を混同しない．KKT 点にはラグランジュ乗数 μ が含まれる．)**

$\mu = 0, x_1 \leq 0$ のとき： KKT 条件の第 1 式より，$x_1 = -2$ を得る．これは，$-x_1 \leq 0$ に反するため不適.

問4： (1) J, (2) K, (3) E, (4) A, (5) C