数理計画法

2005 年 7 月

以下の問に答えよ．なお，解答以外 (“単位を下さい” とか) のことは，記述しないこと．

問 1： 郵便ポストがない村に 7 軒の家がある．各家の場所は 2 次元座標 $a^i = (a_1^i, a_2^i)^T, i = 1, 2, \ldots, 7$ ある．また，ポストが設置できる場所の集合は $X \subseteq R^2$ とする．今，郵便局は，ポストを設置する基準として，次の 2 つを考えている．

(a) すべての家からの距離の和が最小になる位置

(b) ポストから最も遠くなる家との距離が最小となる位置

それぞれの基準を満足するポストの配置位置 $x \in R^2$ を決定する問題を数理計画問題として定式化しなさい．なお，$y, z \in R^2$ の距離は $\|y - z\|$ で表すものとする．

問 2： 次の問題の最適解を求めなさい．

$$\begin{array}{ll} \min & x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 \\ \mathrm{subject to} & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

ポイント：

1. まず,「この問題は○○○問題だから，Karush-Kuhn-Tucker 条件を満たす点が最適解である」と記述する．(○○○に対応するところはきちんと書く)
2. 次に，この問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件を記述する．
3. 最後に，Karush-Kuhn-Tucker 条件から問題の解を求める．

問 3： 次の文章の空欄 (1)〜(5) に当てはまる言葉を下記の A〜L から選びなさい．

単体法は __(1)__ に対する解法であり，内点法は __(2)__ に対する解法である．そのため，内点法の方が幅広い問題に適用することができる．単体法は実行可能集合の __(3)__ を探索する手法である． __(3)__ の数は有限個であるため，単体法は有限反復の解法であるが， __(4)__ ではない．一方，内点法は実行可能集合の内点を探索する手法であり， __(1)__ に対しては， __(4)__ であることが示されている．パラメータを変えて __(1)__ を繰り返し解くときは， __(5)__ の方が優れている．

A. 外部	B.　内部	C. 端点	D. 停留点
E. 多項式時間の解法	F. 指数時間の解法	G. 制約なし最小化問題	H. 凸計画問題
I. 組合せ最適化問題	J. 線形計画問題	K. 内点法	L. 単体法

問４： 次の文章の空欄 (1)〜(5) に当てはまる言葉を下記のＡ〜Ｏから選びなさい．

- 実行可能集合 $\mathcal{F}$ 上で目的関数 f を最小化する数理計画問題において，

$$f(x^*) \le f(x) \;\; \forall x \in \mathcal{F} \cap \{x \mid \|x - x^*\| \le \varepsilon\}$$

  となる ε が存在するとき，点 $x^* \in \mathcal{F}$ を ＿(1)＿ という．
- ベクトル $q \in R^n, b \in R^m$ と行列 $Q \in R^{n\times n}$, $A \in R^{m\times n}$ があたえられたとき，$Ax = b$, $x \ge 0$ となる x のなかで $x^T Q x + q^T x$ を最小とする点をみつける問題を ＿(2)＿ という．
- 凸計画問題であれば， ＿(3)＿ を満たす点は大域的最小点となる．
- 反復法で生成される点列 $x^0, x^1, \ldots$ のうち，x^0 を ＿(4)＿ という．
- 次の不等式が成り立つ $\alpha \in (0,1)$ が存在するとき，点列 $\{x^k\}$ は ＿(5)＿ するという．

$$\|x^{k+1} - x^*\| \le \alpha \|x^k - x^*\|$$

A. １次収束	B. 超一次収束	C. 双対問題	D. 線形計画問題	E. 2 次計画問題
F. 局所的最小解	G. 大域的最小解	H. 大域的収束	I. 局所的収束	J. 最適性の条件
K. 初期点	L. 停留点	M. 内点	N. アルミホの条件	O. 反復法