

数理計画法

2006年7月

以下の問に答えよ．なお，解答以外（“単位を下さい”とか）のことは記述しないこと．

問1：Bさんはデパートに買い物に来ている．デパートで売られている商品の値段とBさんがどれくらいそれを欲しいかを表す満足度は次の表のとおりである．

商品	財布	靴	ズボン	スカート	シャツ	鞆
満足度	10	20	15	17	10	30
値段	5千円	1万円	8千円	9千円	5千円	4万円

Bさんの所持金を5万円とする．このとき，所持金内で満足度の合計が最大となる買い物を決定する問題を数理計画問題として定式化しなさい．ただし，各商品は高々1つしか買わないものとする．ヒント：財布を買う，買わないを表す決定変数を x_1 とする．(25点)

問2：次の凸2次計画問題を考える．

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 \leq 0 \end{aligned}$$

- (i) $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1 + x_2^2$, $g(x_1, x_2) = -x_1$ とする． $\nabla f(x_1, x_2)$, $\nabla g(x_1, x_2)$ を書きなさい．(5点)
- (ii) この問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件を記述しなさい．(10点)
- (iii) Karush-Kuhn-Tucker 条件から問題の解を求めなさい．(10点)

問3：次の文章の空欄(1)～(5)に当てはまる数式・言葉を下記のA～Lから選びなさい．

最急降下法と準ニュートン法は制約なし最小化問題に対する (1) である．最急降下法が用いる探索方向は (2) であり，準ニュートン法が用いる探索方向は $-(B_k)^{-1}\nabla f(x^k)$ である．どちらもアルミホのルールでステップ幅を求めれば，(3) する．一般に準ニュートン法のほうが収束は (4) ．一方，計算機に実装するために必要なメモリ量は，最急降下法の方が (5) ．このため，準ニュートン法は中小規模な問題には適しているが，大規模な問題には適していない．

- A. 速い B. 遅い C. 少ない D. 多い
- E. 大域的収束 F. 局所的収束 G. 2次収束 H. 超1次収束
- I. ニュートン法 J. 降下法 K. $-\nabla f(x^k)$ L. $-\nabla^2 f(x^k)^{-1}\nabla f(x^k)$

問4：次の文章の空欄(1)～(5)に当てはまる言葉を下記のA～Oから選びなさい。(各5点)

- 実行可能集合 \mathcal{F} 上で目的関数 f を最小化する数理計画問題において,

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in \mathcal{F} \cap \{x \mid \|x - x^*\| \leq \varepsilon\}$$

となる ε が存在するとき, 点 $x^* \in \mathcal{F}$ を (1) という.

- 目的関数と制約関数がともにアフィン関数(1次式)である問題を (2) という.
- 凸計画問題であれば, (3) を満たす点は大域的最小点となる.
- 1次収束するアルゴリズムと2次収束するアルゴリズムでは (4) するアルゴリズムの方が速い.
- どのような初期点 x^0 から初めても, 点列 $\{x^k\}$ が何らかの解に収束するとき, そのアルゴリズムは (5) するという.

- | | | | | |
|-----------|-----------|----------|------------|-------------|
| A. 1次収束 | B. 2次収束 | C. 双対問題 | D. 線形計画問題 | E. 2次計画問題 |
| F. 局所的最小解 | G. 大域的最小解 | H. 大域的収束 | I. 局所的収束 | J. 最適性の必要条件 |
| K. 初期点 | L. 停留点 | M. 内点 | N. アルミホの条件 | O. 反復法 |