

数理計画法

2007年8月1日

以下の問に答えよ．なお，解答以外（“単位を下さい”とか）のことは記述しないこと．

問1：郵便ポストがない村に7軒の家がある．各家の場所は2次元座標 $a^i = (a_1^i, a_2^i)^T, i = 1, 2, \dots, 7$ とする．また，ポストが設置できる場所の集合は $X \subseteq R^2$ とする．今，郵便局は，ポストを設置する基準として，次の2つを考えている．

- (a) すべての家からの距離の和が最小になる位置
- (b) ポストから最も遠くなる家との距離が最小となる位置

それぞれの基準を満足するポストの配置位置 $x \in R^2$ を決定する問題を数理計画問題として定式化しなさい．なお， $y, z \in R^2$ の距離は $\|y - z\|$ で表すものとする．(25点)

問2：次の凸2次計画問題を考える．

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 - 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

- (i) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_2$, $g(x_1, x_2) = -x_2$ とする． $\nabla f(x_1, x_2)$, $\nabla g(x_1, x_2)$ を書きなさい．(5点)
- (ii) この問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件を記述しなさい．(10点)
- (iii) Karush-Kuhn-Tucker 条件から問題の最小解を求めなさい．(10点)

問3：次の文章の空欄(1)～(5)に当てはまる言葉を下記のA～Lから選びなさい．(各5点)

- 実行可能集合 \mathcal{F} において目的関数 f を最小化する数理計画問題において， $f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in \mathcal{F}$ を満たす点 $x^* \in \mathcal{F}$ を (1) という．
- 目的関数と制約関数がともに1次式である問題を (2) という．
- 凸計画問題であれば，(3) を満たす点は大域的最小解となる．
- 次の不等式が成り立つ $\alpha \in (0, 1)$ が存在するとき，点列 $\{x^k\}$ は x^* に (4) するという．

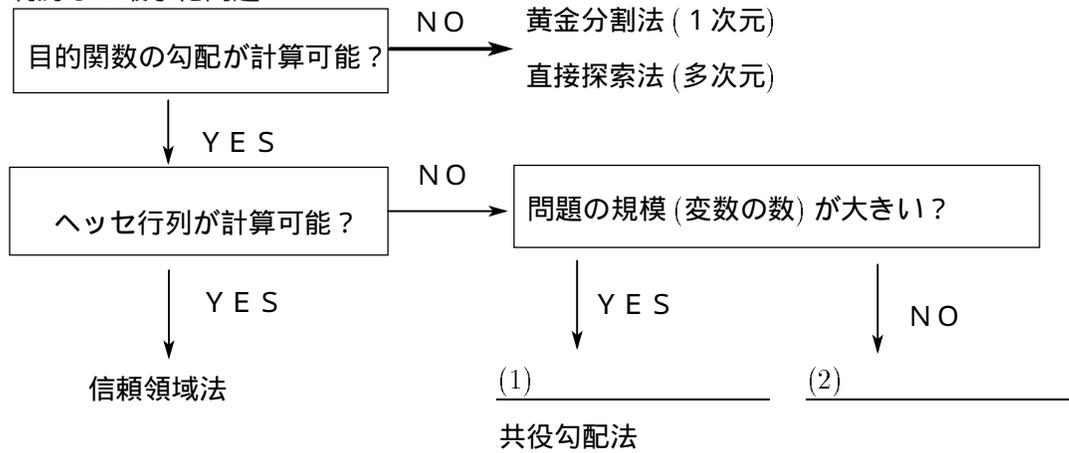
$$\|x^{k+1} - x^*\| \leq \alpha \|x^k - x^*\|$$

- どのような初期点 x^0 から初めても，点列 $\{x^k\}$ が何らかの解に収束するとき，そのアルゴリズムは (5) するという．

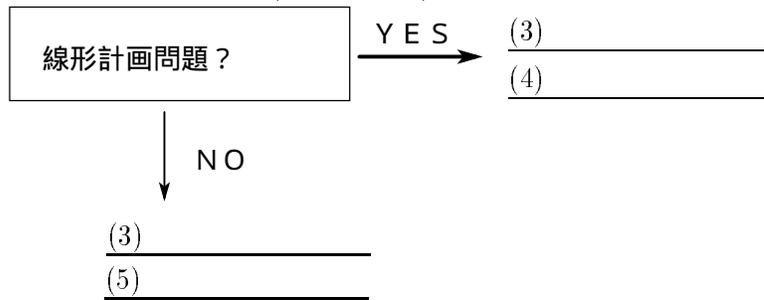
- | | | | |
|-------------|-------------|-----------|-------------|
| A. 1次収束 | B. 超1次収束 | C. 大域的収束 | D. 局所的収束 |
| E. 線形計画問題 | F. 2次計画問題 | G. 局所的最小解 | H. 大域的最小解 |
| I. 最適性の必要条件 | J. アルミホのルール | K. セカント条件 | L. 組合せ最適化問題 |

問4：次の図の空欄(1)～(5)に当てはまるアルゴリズムを下記のA～Fから選びなさい。(各5点)

制約なし最小化問題



制約つき最小化問題 (連続最適化)



- | | | |
|----------|-----------|------------|
| A. 最急降下法 | B. ニュートン法 | C. 準ニュートン法 |
| D. 単体法 | E. 内点法 | F. 逐次2次計画法 |